এখানে $\frac{\upsilon}{c}$ এবং এর উচ্চতর ঘাতের মানগুলি অত্যন্ত ক্ষুদ্র হওয়ায় উপেক্ষা করা হয়েছে।

কাজেই, দেখা যাচ্ছে যে ইথার মাধ্যম বা আর অন্য কোনও প্রকার প্রকল্প বা তত্ত্ব ছাড়াই কেবল লরেন্টজের আপেক্ষিকীয় বেগের সূত্রদ্বারাই সোজাসুজি ফিজোর পরীক্ষালব্ধ গতিশীল মাধ্যমে আলোকের বেগ নির্ণয় করা যায়।

3.4 শব্দ ও আলোকের ডপলার ক্রিয়া (Doppler Effect for Sound and Light) ঃ

সি জে ডপলার (Christian Johann Doppler, 1803-1853) 1832 খ্রিস্টাব্দে প্রথম উল্লেখ করেন যে আলোক উৎস ও নিরীক্ষকের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ থাকলে নিরীক্ষকের চোখে আলোক উৎসের রঙ পরিবর্তিত হবে। আলোকের রঙ বা বর্ণের এইরূপ পরিবর্তনকে ডপলার ক্রিয়া বলে। আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য পরিবর্তনের জন্যই বর্ণের পরিবর্তন হয়। আবার যেহেতু তরঙ্গদৈর্ঘ্য (λ) ও কম্পাঙ্কের (γ) গুণফল হল তরঙ্গের বেগ (c), সেজন্য বেগ অপরিবর্তিত থাকলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য যে অনুপাতে বাড়ে কম্পাঙ্ক সেই অনুপাতে কমে।

আলোকের মতো শব্দেরও ডপলার ক্রিয়া আছে। কারণ শব্দও একপ্রকার তরঙ্গ। কিন্তু শব্দের বেগ আলোকের বেগের তুলনায় অনেক কম। সেজন্য শব্দের ক্ষেত্রে ডপলার ক্রিয়া সহজেই লক্ষ করা যায়। যখন কোনও ট্রেন বাঁশি বাজিয়ে স্টেশনের দিকে এগিয়ে আসে, তখন স্টেশনে অপেক্ষারত শ্রোতার কানে বাঁশির সুর সরু (বেশি কম্পাঙ্কের) শোনায়, কিন্তু ঐ ট্রেনটিই যখন স্টেশন ছেড়ে বেরিয়ে যায়, তখন শ্রোতার কানে ঐ সুর হঠাৎ মোটা (কম কম্পাঙ্কের) হয়ে যায়।

3.4.1 শব্দের ডপলার ক্রিয়া

শব্দের ক্ষেত্রে শ্রোতা বা উৎসের আপেক্ষিক বেগের জন্য কম্পাঙ্ক কিরূপ পরিবর্তিত হয়, তা সহজে নির্ণয় করা যায়। আপনি শব্দবিজ্ঞানে এ বিষয়ে অধ্যয়ন করেছেন। আপনি নিশ্চয় লক্ষ করেছেন যে মোট চারটি ক্ষেত্র আমরা বিবেচনা করতে পারি।

প্রথম ক্ষেত্র ঃ উৎস মাধ্যমের সাপেক্ষে স্থির। শ্রোতা v_0 বেগে উৎসের দিকে গতিশীল [চিত্র 3.3 (a)]। এক্ষেত্রে শ্রোতা যে আপাত কম্পাঙ্কের শব্দ শুনবে, তা হল

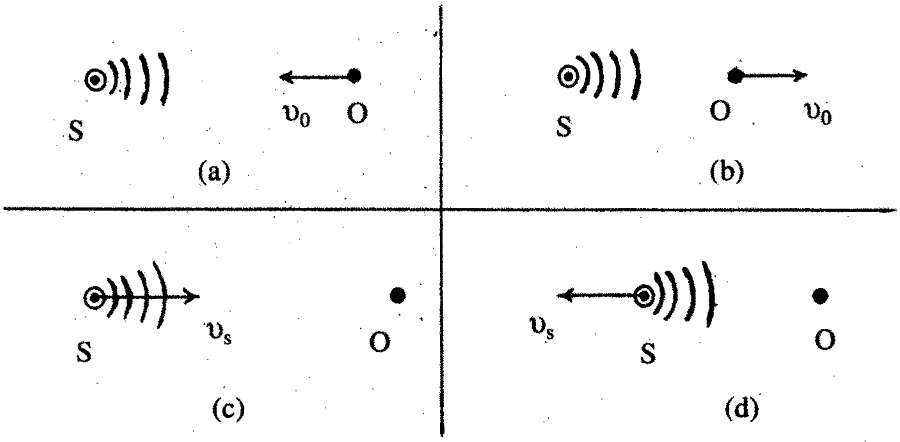
$$\gamma' = \gamma\left(1 + \frac{\upsilon_0}{\upsilon}\right) \tag{3.22}$$

যেখানে γ হল উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্ক এবং v শব্দের বেগ। অর্থাৎ এখানে আপাত কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্কর থেকে বেশি।

দ্বিতীয় ক্ষেত্র ঃ উৎস মাধ্যমের সাপেক্ষে স্থির আছে। কিন্তু শ্রোতা v_0 বেগে উৎসের বিপরীত দিকে গতিশীল [চিত্র 3.3 (b)] । এক্ষেত্রে শ্রোতা যে আপাত কম্পাঙ্কের শব্দ শুনবে, তা হল

$$\gamma' = \gamma\left(1 - \frac{\upsilon_0}{\upsilon}\right) \tag{3.23}$$

সুতরাং আপাত কম্পাঙ্ক এক্ষেত্রে প্রকৃত কম্পাঙ্ক থেকে কম।



চিত্র 3.3 শব্দের ডপলার ক্রিয়া

তৃতীয় ক্ষেত্র ঃ শ্রোতা মাধ্যমের সাপেক্ষে স্থির আছে। কিন্তু শব্দের উৎস v_s বেগে শ্রোতার অভিমুখে অগ্রসরমান [চিত্র 3.3 (c)]। এক্ষেত্রেও আপাত কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্কর চেয়ে বেশি। তবে এর সমীকরণ হল

$$\gamma' = \gamma\left(\frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s}\right) \tag{3.24}$$

চতুর্থ ক্ষেত্র ঃ উৎস স্থির-শ্রোতার থেকে υ_s বেগে দূরে সরে যেতে থাকলে [চিত্র 3.3 (d)] শ্রোতার আপাত কম্পাঙ্ক হবে

$$\gamma' = \gamma\left(\frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s}\right) \tag{3.25}$$

অর্থাৎ এক্ষেত্রে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক হ্রাস পায়।

আপনি লক্ষ করেছেন যে (3.22) ও (3.23) সমীকরণ দুটি (3.24) এবং (3.25) সমীকরণ দুটি থেকে আলাদা। তবে যদি $v_0 = v_s = u$ হয় এবং u, v-এর তুলনায় অত্যন্ত ক্ষুদ্র হয় ($u << v$), তা হলে (3.22) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\gamma' = \gamma\left(1 + \frac{u}{\upsilon}\right) \tag{3.26}$$

এবং (3.24) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

$$\gamma' = \gamma\left(\frac{\upsilon}{\upsilon - u}\right) = \gamma\left(1 - \frac{u}{\upsilon}\right)^{-1} \approx \gamma\left(1 + \frac{u}{\upsilon}\right) \tag{3.27}$$

অর্থাৎ এক্ষেত্রে (3.22) এবং (3.24) উভয় সমীকরণ থেকেই আপাত কম্পাঙ্কের মান প্রায় একই হয়।

অনুরূপে আমরা দেখতে পারি যে (3.23) এবং (3.25) সমীকরণদুটি থেকেও উপরের শর্ত অনুযায়ী একই আপাত কম্পাঙ্কের সমীকরণ পাওয়া যায়। অর্থাৎ এক্ষেত্রে আমরা পাই

$$\gamma' = \gamma\left(1 + \frac{u}{\upsilon}\right) \tag{3.28}$$

3.4.2 শব্দ ও আলোকের ডপলার ক্রিয়ার পার্থক্য

আলোকের ক্ষেত্রেও আমরা ডপলার ক্রিয়া লক্ষ করতে পারি। তবে শব্দের চেয়ে আলোকের বেগ অনেক বেশি হওয়ায় এই ক্রিয়া আমরা সাধারণত মহাকাশের জ্যোতিষ্ক বা পারমাণবিক আলোর উৎসের (অর্থাৎ যাদের বেগ পার্থিব দৃশ্যমান কোনও বস্তুর বেগের তুলনায় খুবই বেশি তাদের) ক্ষেত্রেই সহজে লক্ষ করতে পারি।

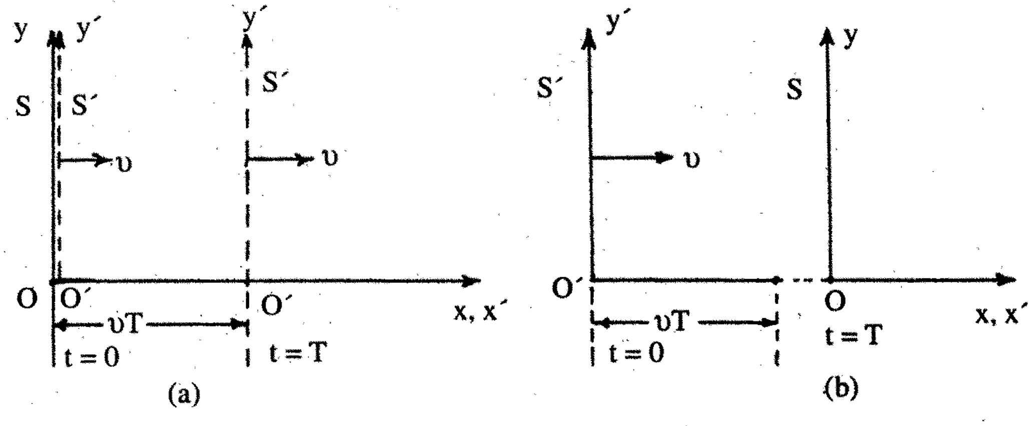
শব্দ ও আলোকের ডপলার ক্রিয়ার আরও একটি মূল পার্থক্য আছে। উপরের সমীকরণগুলি থেকে আমরা দেখতে পাই যে, শব্দ ও শ্রোতার আপেক্ষিক বেগ সমান হলেও মাধ্যমের সাপেক্ষে উৎস শ্রোতার মধ্যে কোনটি স্থির ও কোনটি গতিশীল তার উপর আপাত কম্পাঙ্কের সমীকরণ নির্ভর করে। কিন্তু আলোকের ক্ষেত্রে আমরা কেবল উৎস ও নিরীক্ষকের সাপেক্ষে এর বেগ মাপতে পারি এবং আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুযায়ী উৎস ও নিরীক্ষকের পারস্পরিক আপেক্ষিক বেগ যা-ই হোক না কেন, শূন্য মাধ্যমে আলোকের বেগ সর্বদাই c অর্থাৎ ধ্রুবক। বস্তুত শব্দের বিস্তারের জন্য যেমন কোনও বস্তু মাধ্যমের প্রয়োজন, আলোকের বিস্তারের জন্য সেরূপ কোনও মাধ্যমেরই প্রয়োজন হয় না এবং এমন কোনও নিশ্চল (বা পরম) মাধ্যম বা নির্দেশতন্ত্র নেই যার সাপেক্ষে আমরা আলোকের পরম বেগ নির্ণয় করতে পারি। ফলে আলোকের ডপলার ক্রিয়া কেবল আলোকের বেগ

এবং উৎস ও নিরীক্ষকের আপেক্ষিক বেগের উপর নির্ভর করে এবং অন্য কোনও বিষয় অর্থাৎ মাধ্যমের স্থিতি বা গতির উপর নির্ভর করে না। সুতরাং আলোকের ডপলার ক্রিয়ার সমীকরণ শব্দের ডপলার ক্রিয়ার সমীকরণ থেকে ভিন্ন, যদিও উৎস ও নিরীক্ষকের আপেক্ষিক বেগ আলোকের ও শব্দের বেগের তুলনায় অত্যন্ত ক্ষুদ্র হলে আলোক ও শব্দের ডপলার ক্রিয়ার সমীকরণগুলি প্রায় অভিন্ন আকার লাভ করে।

3.4.3 আলোকের ডপলার ক্রিয়ার সনাতন সমীকরণ

এখন দেখা যাক, আলোকের ক্ষেত্রে আমরা কিভাবে ডপলার ক্রিয়ার সমীকরণ নির্ণয় করতে পারি। প্রথমে আমরা একটি সরল ক্ষেত্র বিবেচনা করব, যেখানে আলোকের গতির দিক ও নিরীক্ষক ও উৎসের আপেক্ষিক বেগের দিক অভিন্ন। এরূপ ক্ষেত্রকে অনুদৈর্ঘ্য বা ব্যাসার্ধমুখী ডপলার ক্রিয়া (Radial Doppler effect) বলে।

[3.4 (a)] চিত্রে S কার্টেজীয় নির্দেশতন্ত্রের মূলবিন্দুতে আলোকের একটি বিন্দু উৎস O ধরা হল। ধরা যাক, এই উৎস থেকে প্রতি T সময় অন্তর একটি করে ক্ষুদ্র স্পন্দন (কম্পন) x অক্ষের দিকে যায়। এখন ধরা যাক S′ নির্দেশতন্ত্রের x′-অক্ষ x অক্ষের দিকে v বেগে গতিশীল। ধরা যাক S′



চিত্র 3.4 আলোকের ডপলার ক্রিয়া

নির্দেশতন্ত্রের মূলবিন্দু O′ যেসময় O বিন্দুর উপর আসে, তখন O থেকে প্রথম স্পন্দন নির্গত হয়। তাহলে O′ বিন্দুতে একজন নিরীক্ষক থাকলে, সেই মুহূর্তেই আলোক স্পন্দনটি তার কাছে পৌঁছোবে।

O বিন্দু থেকে আলোকের দ্বিতীয় স্পন্দন T সময় পর নির্গত হয়। কিন্তু ঐ সময়ে O′-এ অবস্থিত নিরীক্ষক x, x′ অভিমুখে vT দূরত্ব অতিক্রম করে। O′ অভিমুখে আলোকের আপেক্ষিক বেগ $c - v$ (c = আলোকের প্রকৃত বেগ)। সুতরাং vT ব্যবধান অতিক্রম করে দ্বিতীয় স্পন্দনটির O′

নিরীক্ষকের কাছে পৌঁছোতে মোট সময় লাগবে

$$T' = T + \frac{\upsilon T}{c-\upsilon}$$

$$= T\left(1+\frac{\upsilon}{c-\upsilon}\right) = T\left(\frac{c}{c-\upsilon}\right) \qquad (3.29)$$

এই সময় হল S নির্দেশতন্ত্রে অবস্থিত কোনও নিরীক্ষকের ঘড়ির সময়। যদি আমরা গ্যালিলিয়ো রূপান্তর মেনে নিই, তবে S ও S′ উভয় নির্দেশতন্ত্রের ঘড়ির সময় অভিন্ন হবে। সুতরাং S′ নির্দেশতন্ত্রের নিরীক্ষকও দুটি স্পন্দনের মধ্যে ঐ একই সময়ের পার্থক্য দেখতে পাবে।

উৎসটি T সময় অন্তর অন্তর স্পন্দিত হয়। সুতরাং এর কম্পাঙ্ক

$$\gamma = \frac{1}{T} \qquad (3.30)$$

গ্যালিলিয়ো রূপান্তর অনুযায়ী উৎসের সাপেক্ষে গতিশীল নিরীক্ষকের নিকট ঐ স্পন্দনের কম্পাঙ্ক হবে

$$\gamma' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{T}\left(\frac{c-\upsilon}{c}\right)$$

$$= \gamma\left(1-\frac{\upsilon}{c}\right) \qquad (3.31)$$

উৎসের স্পন্দনকে আমরা বিকীর্ণ আলোকের স্পন্দন হিসাবে ধরতে পারি। এই আলোকের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ ধরলে

$$\lambda = cT = \frac{c}{\gamma} \qquad (3.32)$$

সুতরাং আপেক্ষিক গতিসম্পন্ন নিরীক্ষকের নিকট এই আলোকে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য হবে

$$\lambda' = cT' = \frac{c}{\gamma'}$$

$$= \frac{c}{\gamma}\left(\frac{1}{1-\frac{\upsilon}{c}}\right)$$

$$= \frac{\lambda}{1-\frac{\upsilon}{c}} \qquad (3.33)$$

আমরা উপরে ধরে নিয়েছি যে নিরীক্ষক উৎস থেকে দূরে যাচ্ছে। (3.33) সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে এক্ষেত্রে আলোকের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে, অর্থাৎ আলোকের বর্ণালি লালের দিকে সরে যাবে। যদি নিরীক্ষক স্থির থাকে, কিন্তু উৎস নিরীক্ষকের সাপেক্ষে দূরে যায়, তা হলেও আমরা আপাত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একই সমীকরণ, অর্থাৎ (3.33) সমীকরণটি পাই। অপরপক্ষে, উৎস [চিত্র 3.4 (b)] বা নিরীক্ষক পরস্পরের অভিমুখে গতিশীল হলে (3.31) এবং (3.33) সমীকরণে v-কে –v দ্বারা প্রতিস্থাপিত করে আমরা পাই যথাক্রমে

$$\gamma' = \gamma\left(1 + \frac{\upsilon}{c}\right) \tag{3.34}$$

এবং $$\lambda' = \frac{\lambda}{1 + \frac{\upsilon}{c}} \tag{3.35}$$

আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এক্ষেত্রে আলোকের আপাত কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পায় এবং আপাত তরঙ্গদৈর্ঘ্য হ্রাস পায়। সুতরাং আলোকের বর্ণালি বেগুনি বর্ণের দিকে সরে যাবে।

3.4.4 আলোকের ডপলার ক্রিয়ার আপেক্ষিকীয় সমীকরণ

উপরের (3.31), (3.33), (3.34) এবং (3.35) সমীকরণগুলি হল আলোকের গতির দিক এবং উৎস ও নিরীক্ষকের আপাত গতির দিক একই সরলরেখার অভিমুখে থাকলে গ্যালিলিয়ো রূপান্তরদ্বারা ডপলার ক্রিয়ার সমীকরণ। যদি v-এর মান বেশি না হয়, তবে পরীক্ষার দ্বারা যাচাই করলে দেখা যায় যে, এই সমীকরণগুলি দ্বারা আলোকের যে আপাত কম্পাঙ্ক বা তরঙ্গদৈর্ঘ্য পাওয়া যায়, তা পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে বেশ মিলে যায়। কিন্তু v খুব বেশি ($v \sim c$) হলে উপরের সমীকরণ ও পরীক্ষার ফলের মধ্যে পার্থক্য ঘটে। কারণ v বেশি হলে গ্যালিলিয়ো রূপান্তর প্রযোজ্য হয় না এবং সেক্ষেত্রে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব ও লরেন্টজীয় রূপান্তর প্রয়োগ করতে হয়।

আপেক্ষিকতা তত্ত্বে বলা হয়েছে যে পরস্পরের সাপেক্ষে গতিশীল দুটি নির্দেশতন্ত্রের দুটি ঘড়ির সময়ের পার্থক্য কখনও এক হয় না। আপনি পূর্ব পরিচ্ছেদে লরেন্টজীয় রূপান্তর এবং তার ফলে সময়ের প্রসারণ সম্বন্ধে জ্ঞান লাভ করেছেন। আপনি লক্ষ করেছেন যে S′ নির্দেশতন্ত্রের প্রকৃত সময়ান্তর (proper time interval) $\Delta t'_0$ হলে S নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে ঐ সময়ান্তর হয়,

$$\Delta t = \frac{\Delta t'_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} \tag{3.36}$$

বা $$\Delta t'_0 = \Delta t\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c}} \tag{3.37}$$

আমাদের পূর্ব আলোচনায় S' নির্দেশতন্ত্রের নিরীক্ষক তার ঘড়ির দ্বারা একই বিন্দু O'-এ স্পন্দনের সময়ান্তর পরিমাপ করে। সুতরাং নিরীক্ষকের সাপেক্ষে এটি প্রকৃত সময়ান্তর $T_0' = \Delta t_o'$। কিন্তু S নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে এই সময়ান্তরের পরিমাপ হল $T' = \Delta t$। সুতরাং আমরা (3.37) এবং (3.29) সমীকরণ দুটি থেকে পাই

$$T_o' = \Delta t_o' = T'\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} = T\left(\frac{c}{c-\upsilon}\right)\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$$

$$= T\frac{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1-\frac{\upsilon}{c}} = T\sqrt{\frac{1+\frac{\upsilon}{c}}{1-\frac{\upsilon}{c}}} \qquad (3.38)$$

(3.38) সমীকরণ থেকে আমরা সহজেই আপাত কম্পাঙ্ক ও আপাত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমীকরণ পেতে পারি। (3.30) সমীকরণ অনুযায়ী উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্ক

$$\gamma = \frac{1}{T}$$

সুতরাং ডপলার ক্রিয়ার জন্য S' নির্দেশতন্ত্রের নিরীক্ষক যে আপাত কম্পাঙ্ক নিরীক্ষণ করবে, তা হল

$$\gamma' = \frac{1}{T_0'} = \frac{1}{T}\sqrt{\frac{1-\frac{\upsilon}{c}}{1+\frac{\upsilon}{c}}}$$

$$= \gamma\sqrt{\frac{1-\frac{\upsilon}{c}}{1+\frac{\upsilon}{c}}} \qquad (3.39)$$

অনুরূপভাবে আপাত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমীকরণ হল

$$\lambda' = \frac{c}{\gamma'} = \frac{c}{\gamma}\sqrt{\frac{1+\frac{\upsilon}{c}}{1-\frac{\upsilon}{c}}}$$

$$= \lambda\sqrt{\frac{1+\frac{\upsilon}{c}}{1-\frac{\upsilon}{c}}} \qquad (3.40)$$

যদি $\frac{\upsilon}{c}$ ক্ষুদ্র হয়, তবে 1-এর সাপেক্ষে $\frac{\upsilon^2}{c^2}$-কে উপেক্ষা করা যায়। সেক্ষেত্রে আপনি দেখতে পারেন যে (3.39) এবং (3.40) সমীকরণ দুটি থেকে যথাক্রমে (3.31) এবং (3.33) সমীকরণ দুটি পাওয়া যায়। এটিকে আপনার অনুশীলনী হিসাবে রাখা হল। সুতরাং (3.31) ও (3.33) সমীকরণ দুটিকে যথাক্রমে (3.39) ও (3.40) সমীকরণদুটির বিশেষ রূপ হিসাবে ধরা যায়। এই উভয় সমীকরণ থেকেই আমরা দেখতে পাই যে, উৎসের সাপেক্ষে নিরীক্ষক অথবা নিরীক্ষকের সাপেক্ষে উৎস যত বেশি বেগে দূরে যাবে, নিরীক্ষকের নিকট উৎসের বর্ণালি তত বেশি লালের দিকে সরে যাবে। এর বিপরীত ক্রিয়া ঘটবে যদি উৎস বা নিরীক্ষকের মধ্যে একটি অপরের দিকে কোনও আপেক্ষিক বেগে অগ্রসর হয়।

যখন উৎস বা নিরীক্ষক v আপেক্ষিক বেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হয়, তখন ডপলার ক্রিয়ার আপাত কম্পাঙ্কের সমীকরণ (3.39) সমীকরণে v-এর স্থানে –v লিখে পাওয়া যায়। অর্থাৎ

$$\gamma' = \gamma\sqrt{\frac{1+\frac{\upsilon}{c}}{1-\frac{\upsilon}{c}}} \tag{3.41}$$

অনুরূপে আপাত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমীকরণ হবে

$$\lambda' = \lambda\sqrt{\frac{1-\frac{\upsilon}{c}}{1+\frac{\upsilon}{c}}} \tag{3.42}$$

(3.41) সমীকরণে $\gamma' > \gamma$ এবং (3.42) সমীকরণে $\lambda' < \lambda$। অর্থাৎ উভয় সমীকরণই বোঝাচ্ছে যে বর্ণালি বেগুনি রঙের দিকে সরে যাবে।

(3.39) থেকে (3.42) পর্যন্ত সমীকরণগুলি গবেষণাগারে গতিশীল আলোক উৎস ও মহাকাশে গতিশীল জ্যোতিষ্কগুলি থেকে প্রাপ্ত আলোকবর্ণালি বিশ্লেষণ করে সম্পূর্ণ নির্ভুল বলে প্রমাণিত হয়েছে। এ থেকে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব যে নির্ভুল তাও প্রমাণিত হয়।

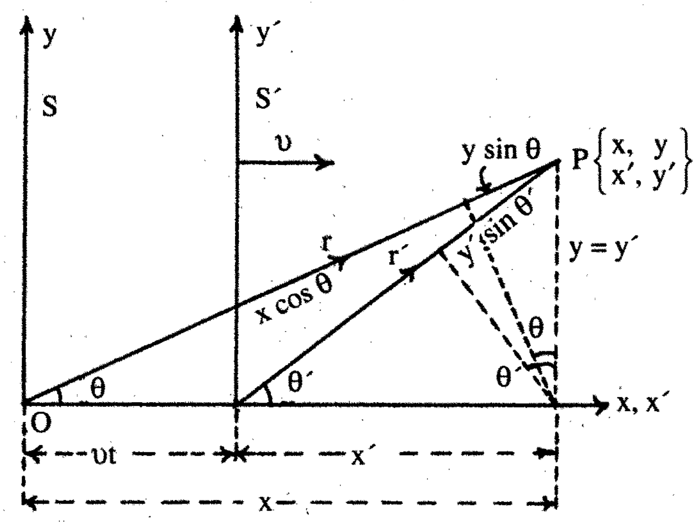
3.5 বিশেষ আপেক্ষিকতা তত্ত্বের দ্বারা ডপলার ক্রিয়া ও অপেরণের সাধারণ সূত্র (General Formulas for Doppler Effect and Aberration of Light by Special Theory of Relativity) ঃ

পূর্ব অনুচ্ছেদে আমরা আলোকের গতি যখন উৎস বা নিরীক্ষকের আপেক্ষিক গতির অক্ষের অভিমুখে থাকে, তখন আপেক্ষিকীয় ডপলার ক্রিয়ার সূত্র কিভাবে নির্ণয় করা যায়, তা আলোচনা

করেছি। এই অনুচ্ছেদে আমরা আপেক্ষিকীয় ডপলার ক্রিয়ার সাধারণ সূত্র নির্ণয় করব। অর্থাৎ এক্ষেত্রে আলোকের গতির দিক উৎস বা নিরীক্ষকের আপেক্ষিক গতির দিকের সঙ্গে যেকোনও কোণে আনত থাকতে পারে।

এই সাধারণ সূত্র নির্ণয়ের ক্ষেত্রে আরেকটি বিষয় উল্লেখযোগ্য। আপনারা পূর্বে নক্ষত্রের আলোকের অপেরণ বিষয়ে জ্ঞান লাভ করেছেন। আপনারা এখানে দেখবেন যে এই অপেরণের সূত্রও আপেক্ষিকীয় ডপলার ক্রিয়ার সাধারণ সূত্রের সঙ্গেই একটি অতিরিক্ত শর্ত হিসাবে পাওয়া যায়।

(3.5) চিত্রে ধরা যাক, কার্টেজীয় নির্দেশতন্ত্র S-এর সাপেক্ষে এর x অক্ষ অভিমুখে অপর একটি কার্টেজীয় নির্দেশতন্ত্র S′ v বেগে গতিশীল আছে। আমরা ধরতে পারি যে S-এর x, y ও z অক্ষগুলি S′-এর যথাক্রমে x′, y′ ও z′ অক্ষগুলির সমান্তরাল এবং t = t′ = 0 প্রারম্ভিক সময়ে S ও S′-এর মূলবিন্দু যথাক্রমে O ও O′ পরস্পরের উপর সমস্থাপিত হয়। ধরা যাক, S নির্দেশতন্ত্রের xy তলে P বিন্দুতে একজন নিরীক্ষক আছে এবং S′ নির্দেশতন্ত্রের O′ বিন্দুতে একটি বিন্দু আলোক উৎস আছে। ধরা যাক, এই উৎস থেকে t = t′ = 0 প্রারম্ভিক সময়ে একটি আলোক সংকেত নির্গত হয়ে xy তলে তরঙ্গাকারে বিস্তৃত হয় এবং S নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে স্থির P বিন্দুতে অবস্থিত নিরীক্ষক t সময় পর এই আলোক তরঙ্গটি দেখতে পায়। যদি OP = r লেখা হয়, তবে S-এর সাপেক্ষে P বিন্দুতে আলোক তরঙ্গের সমীকরণ হবে



চিত্র 3.5 আলোকের আপেক্ষিকীয় অপেরণ ও ডপলার ক্রিয়া

$$\phi = A\exp\left\{2\pi i\gamma\left(t - \frac{r}{c}\right)\right\} \qquad (3.43)$$

এখানে γ এবং c হল যথাক্রমে আলোকের আপাত কম্পাঙ্ক ও বেগ এবং A হল তরঙ্গ বিস্তার।

ধরা যাক, S নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) এবং r ও x, x′ অক্ষের মধ্যে কোণ θ। তাহলে আমরা (3.5) চিত্র অনুযায়ী লিখতে পারি

$$r = x\cos\theta + y\sin\theta \qquad (3.44)$$

এখন তাহলে তরঙ্গ সমীকরণটির রূপ হয়

$$\phi = A\exp\left\{2\pi i\gamma\left(t - \frac{x\cos\theta + y\sin\theta}{c}\right)\right\} \tag{3.45}$$

আলোক তরঙ্গ যে সময়ে P বিন্দুতে পৌঁছোয়, সেই সময়ে O′ x, x′ অক্ষ অভিমুখে $OO' = vt$ দূরত্ব অতিক্রম করে। ধরা যাক, S′-এর সাপেক্ষে ঐ আলোক সংকেত t′ সময়ে P বিন্দুতে পৌঁছোয়। S′ -এর সাপেক্ষে P-এর স্থানাঙ্ক (x', y') এবং $O'P = r'$ ধরলে আমরা লিখতে পারি (চিত্র ঃ 3.5)

$$r' = x'\cos\theta' + y'\sin\theta' \tag{3.46}$$

যেখানে θ′ হল O′P ও x, x′ অক্ষের মধ্যস্থ কোণ। P বিন্দুতে অবস্থিত নিরীক্ষক S-এর সাপেক্ষে স্থির, কিন্তু S′-এর সাপেক্ষে x,x′ অক্ষ অভিমুখে $-v$ বেগে গতিশীল। এজন্য θ′ -র মানও পরিবর্তনশীল। O বিন্দু O′ বিন্দুর উৎস থেকে যত দূরে যায়, θ′ -র মান তত বাড়ে।

S′-এর সাপেক্ষে P বিন্দুতে তরঙ্গ সমীকরণটি হবে

$$\phi' = A'\exp\left\{2\pi i\gamma'\left(t' - \frac{r'}{c}\right)\right\} \tag{3.47}$$

$$= A'\exp\left\{2\pi i\gamma'\left(t' - \frac{x'\cos\theta' + y'\sin\theta'}{c}\right)\right\} \tag{3.48}$$

যেখানে γ′ হল S′-এর সাপেক্ষে আলোকের প্রকৃত কম্পাঙ্ক এবং A′ তরঙ্গ বিস্তার।

এখন তরঙ্গের একটি বিশেষ ধর্ম হল এই যে কোনও জাড্যিক নির্দেশতন্ত্রের কাল বা স্থানাঙ্কগুলির রূপান্তর হলেও এর দশা অপরিবর্তিতই থাকে। কাজেই (3.45) ও (3.48) সমীকরণ দুটিতে তরঙ্গের এই ধর্ম প্রয়োগ করে আমরা পাই

$$2\pi i\gamma\left(t - \frac{x\cos\theta + y\sin\theta}{c}\right)$$

$$= 2\pi i\gamma'\left(t' - \frac{x'\cos\theta' + y'\sin\theta'}{c}\right)$$

বা, $$\gamma\left(t - \frac{x\cos\theta + y\sin\theta}{c}\right) = \gamma'\left(t' - \frac{x'\cos\theta' + y'\sin\theta'}{c}\right) \tag{3.49}$$

(3.49) সমীকরণে আমরা লরেন্টজীয় রূপান্তর প্রয়োগ করতে পারি। কারণ এই রূপান্তর সমীকরণগুলি হল

$$x' = \gamma(x - \upsilon t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

এবং $$t' = \gamma\left(t - \frac{\upsilon x}{c^2}\right)$$

যেখানে $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \left(1 - \beta^2\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{3.50}$$

সুতরাং (3.39) সমীকরণের ডান দিকে x', y' ও t'-এর এই মানগুলি বসিয়ে আমরা পাই

$$\gamma\left(t - \frac{x\cos\theta + y\sin\theta}{c}\right) = \gamma'\left\{\gamma\left(t - \frac{\upsilon x}{c^2}\right) - \frac{\gamma(x - \upsilon t)\cos\theta' + y\sin\theta'}{c}\right\}$$

$$= \gamma'\left\{\gamma\left(\frac{1 + \upsilon\cos\theta}{c}\right)t - \gamma\left(\frac{\upsilon}{c^2} + \frac{\cos\theta'}{c}\right)x - \frac{y\sin\theta'}{c}\right\} \tag{3.51}$$

(3.49) সমীকরণে লরেন্টজীয় রূপান্তর প্রয়োগ করার ফলে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে (3.5.1) সমীকরণটি একটি অভেদে রূপান্তরিত হয়েছে। সুতরাং এই সমীকরণে ডান দিকের প্রত্যেক চলরাশির সহগ বাঁ দিকের অনুরূপ চলরাশির সহগের সমান হবে।

(3.51) সমীকরণে প্রথমে উভয় দিকের t-র সহগগুলি সমান করে আমরা পাই

$$\gamma = \gamma'\gamma\left(1 + \frac{\upsilon\cos\theta'}{c}\right) \tag{3.52}$$

অনুরূপে ঐ সমীকরণে উভয় দিকের যথাক্রমে x ও y এর সহগগুলি সমান করে আমরা পাই

$$\frac{\gamma\cos\theta}{c} = \gamma'\gamma\left(\frac{\upsilon}{c^2} + \frac{\cos\theta'}{c}\right)$$

বা, $$\gamma\cos\theta = \gamma'\gamma\left(\frac{\upsilon}{c} + \cos\theta'\right) \tag{3.53}$$

এবং $$\frac{\gamma\sin\theta}{c} = \frac{\gamma'\sin\theta'}{c}$$

বা, $$\gamma\sin\theta = \gamma'\sin\theta' \tag{3.54}$$

3.5.1 ডপলার ক্রিয়ার সাধারণ সমীকরণ ঃ

(3.53) সমীকরণ থেকে আমরা $\cos\theta'$-এর মান পাই

$$\cos\theta' = \frac{\gamma\cos\theta}{\gamma'\gamma} - \frac{\upsilon}{c} \tag{3.55}$$

(3.55) সমীকরণ থেকে $\cos\theta'$-এর মান (3.52) সমীকরণে বসালে আমরা পাই

$$\gamma = \gamma'\gamma\left\{1 + \frac{\upsilon}{c}\left(\frac{\gamma\cos\theta}{\gamma'\gamma} - \frac{\upsilon}{c}\right)\right\}$$

$$= \gamma'\gamma\left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right) + \frac{\upsilon}{c}\gamma\cos\theta$$

বা, $$\gamma\left(1 - \frac{\upsilon\cos\theta}{c}\right) = \gamma'\frac{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c}}} \qquad \left[\because \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}\right]$$

$$= \gamma'\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}$$

$$\therefore \gamma = \gamma'\frac{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 - \frac{\upsilon\cos\theta}{c}} = \gamma_0\frac{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 - \frac{\upsilon\cos\theta}{c}} \tag{3.56}$$

এখানে $\gamma =$ আপাত কম্পাঙ্ক এবং $\gamma' = \gamma_0 =$ উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্ক।

(3.56) সমীকরণটি হল ডপলার ক্রিয়ার আপেক্ষিকীয় সাধারণ সমীকরণ, কারণ এই সমীকরণ থেকে ডপলার ক্রিয়ার যেকোনও বিশেষ সমীকরণ নির্ণয় করা যায়। নীচে এই ক্ষেত্রগুলির বিষয়ে আলোচনা করা হল।

ক্ষেত্র-1. ধরা যাক, নিরীক্ষক (P) উৎস (O′) এর সম্মুখে x, x' অক্ষের উপর আছে। সুতরাং এক্ষেত্রে $\theta = 0$ এবং উৎস x, x' অক্ষ অভিমুখে নিরীক্ষকের দিকে υ বেগে অগ্রসর হচ্ছে [চিত্র 3.6 (a)]। (3.56) সমীকরণ থেকে এক্ষেত্রে আমরা পাই

$$\theta = 0, \quad \cos\theta = 1$$

$$\gamma = \gamma_0\frac{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 - \frac{\upsilon}{c}} = \gamma_0\sqrt{\frac{1 + \frac{\upsilon}{c}}{1 - \frac{\upsilon}{c}}} \tag{3.57}$$

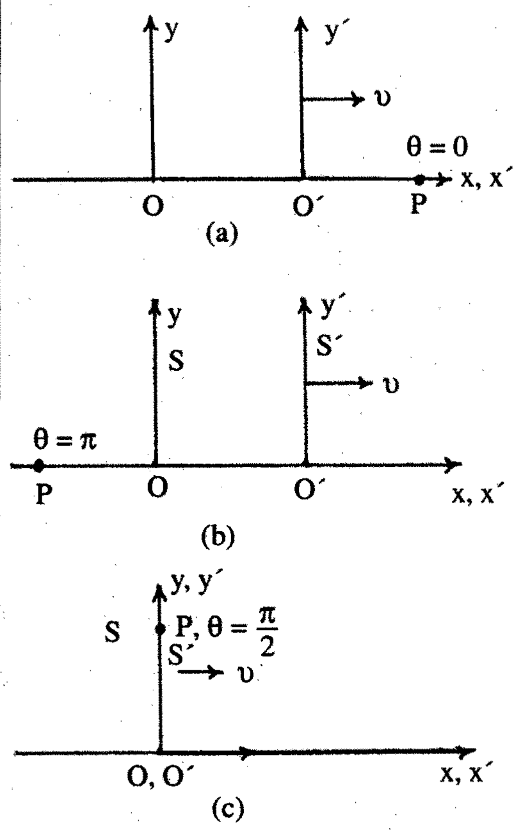
ক্ষেত্র-2. এক্ষেত্রে আমরা ধরতে পারি যে নিরীক্ষক উৎসের পিছনে (বাঁয়ে) x, x' অক্ষের উপর আছে। সুতরাং উৎস υ বেগে নিরীক্ষক থেকে দূরে যায় এবং আলোক এই বেগের বিপরীত দিকে নিরীক্ষকের নিকট পৌঁছোয়। [চিত্র 3.6 (b)]। কাজেই, এক্ষেত্রে $\theta = \pi, \cos\theta = -1$

এবং $$\gamma = \gamma_0 \frac{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1+\frac{\upsilon}{c}} = \gamma_0\sqrt{\frac{1-\frac{\upsilon}{c}}{1+\frac{\upsilon}{c}}} \qquad (3.58)$$

ক্ষেত্র-3. এক্ষেত্রে নিরীক্ষক দ্বারা প্রাপ্ত আলোকের দিক উৎসের গতির সমকোণে ধরা যায় [চিত্র 3.6 (c)]। অর্থাৎ এক্ষেত্রে $\theta = \frac{\pi}{2}, \cos\theta = 0$

সুতরাং (3.56) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\gamma = \gamma_0\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} \qquad (3.59)$$



চিত্র 3.6 ব্যাসার্ধমুখী ও লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া

(3.59) সমীকরণটিকে আমরা অনুপ্রস্থ বা লম্বমুখী (Transverse) ডপলার ক্রিয়া বলতে পারি। আপনাদের নিশ্চয়ই মনে আছে যে ডপলার ক্রিয়ার আলোচনার শুরুতে আমরা বলেছিলাম যে যখন নিরীক্ষক দ্বারা উৎস থেকে প্রাপ্ত আলোকের দিক ও নিরীক্ষকের সাপেক্ষে উৎসের গতির দিক একই অক্ষ বা সরলরেখা অভিমুখে হয়, তখন ডপলার ক্রিয়াকে অনুদৈর্ঘ্য বা ব্যাসার্ধমুখী ডপলার ক্রিয়া বলে। আমরা প্রথমে সনাতন পদ্ধতিতে অর্থাৎ গ্যালিলিয়ো রূপান্তর দ্বারা ব্যাসার্ধমুখী ডপলার ক্রিয়ার সূত্র নির্ণয় করেছি এবং তারপর আপেক্ষিকীয় তত্ত্বদ্বারা এই সূত্র কিরূপ সংশোধিত হয়, তা দেখিয়েছি। আবার ডপলার ক্রিয়ার আপেক্ষিক সাধারণ সূত্র অর্থাৎ (3.56) সমীকরণ থেকেও $\theta = 0$ এবং $\theta = \pi$ বসিয়ে আমরা যথাক্রমে (3.57) এবং (3.58) এই দুটি ব্যাসার্ধমুখী ডপলার ক্রিয়ার সমীকরণ পাই।

অন্যদিকে (3.56) সমীকরণে $\theta = \frac{\pi}{2}$ বসিয়ে আমরা (3.59) সমীকরণটি পাই। এখানে উৎস υ আপেক্ষিক বেগে যে দিকে যায়, তার লম্ব অভিমুখে আলোক নিরীক্ষকের নিকট পৌঁছোয়। এজন্যই এই ডপলার ক্রিয়ার নাম দেওয়া হয়েছে অনুপ্রস্থ বা লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া। লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়ার দুটি

বিশেষ বৈশিষ্ট্য আছে। প্রথমত এটি সনাতন পদ্ধতি অর্থাৎ গ্যালিলিয়ো রূপান্তর সূত্রদ্বারা পাওয়া যায় না। অর্থাৎ গ্যালিলিয়ো রূপান্তর অনুযায়ী লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া হয় না। এর সত্যতা আমরা (3.59) সমীকরণ থেকেও দেখতে পারি। গ্যালিলিয়ো রূপান্তরে c-র তুলনায় υ অত্যন্ত ক্ষুদ্র ($\upsilon << c$)। সুতরাং (3.59) সমীকরণে আমরা $\frac{\upsilon^2}{c^2}$ উপেক্ষা করতে পারি। ফলে এক্ষেত্রে $\gamma = \gamma_0$ ।

(3,59) সমীকরণের দ্বিতীয় বৈশিষ্ট্য হল এই যে এখানে ডপলার কম্পাঙ্ক পরিবর্তন $\frac{\upsilon}{c}$-র দ্বিতীয় ঘাতের উপর নির্ভরশীল (অন্যদিকে লক্ষ করুন ব্যাসার্ধমুখী ডপলার ক্রিয়া $\frac{\upsilon}{c}$-র প্রথম ঘাতের উপর নির্ভরশীল)। ফলে υ-র মান c-র মানের কাছাকাছি না হলে লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া প্রত্যক্ষ করা অত্যন্ত কঠিন। এতৎ সত্ত্বেও 1938 খ্রিস্টাব্দে আইভিস (Ives) নামে একজন রাশিয়ান বিজ্ঞানী প্রথম পরীক্ষামূলকভাবে এই ক্রিয়ার সত্যতা প্রমাণ করতে সমর্থ হন। লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া একমাত্র আপেক্ষিকতা তত্ত্বের দ্বারা পাওয়া যায়। সুতরাং পরীক্ষার দ্বারা এই ক্রিয়ার সত্যতা নিরূপণ আপেক্ষিকতা তত্ত্বের নির্ভুলতা এবং সনাতন তত্ত্বের সীমাবদ্ধতা প্রকাশ করে।

আমরা (3.56) সমীকরণ এবং এ থেকে প্রাপ্ত অন্যান্য সমীকরণগুলিতে কেবল ডপলার কম্পাঙ্ক পরিবর্তনের কথাই আলোচনা করেছি। এই সমীকরণগুলিকে আপনারা $\lambda\gamma = c$ বা $\lambda = \frac{c}{\gamma}$ সম্বন্ধদ্বারা সহজেই ডপলার ক্রিয়ার তরঙ্গদৈর্ঘ্যের (λ-র) সমীকরণে পরিবর্তিত করতে পারেন। এ থেকে আপনারা পূর্বে আলোচিত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমীকরণগুলিও পেয়ে যাবেন। সেজন্য এখানে এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমীকরণগুলি নির্ণয় করে দেখানোর প্রয়োজন নেই।

3.5.2 আলোকের অপেরণের সাধারণ সমীকরণ

আপনারা প্রথম পরিচ্ছেদে পাঠ করেছেন যে সূর্যের চারপাশে পৃথিবীর (υ বেগ সহ) বার্ষিক গতির জন্য আকাশের কোনও নক্ষত্র থেকে পৃথিবীতে যে আলোক আসে তা তার প্রকৃত দিক থেকে খানিকটা সরে যায়। নক্ষত্রের আলোকের দিকের এই বিচ্যুতিকেই অপেরণ বলে। 1727-1728 খ্রিস্টাব্দের বিভিন্ন সময়ে গ্যামা ড্র্যাকনিস (γ-Draconis) নামে পৃথিবীর সুবিন্দুতে (zenith) অবস্থিত একটি নক্ষত্রের গতি পরিমাপ করে জ্যোতির্বিজ্ঞানী ব্র্যাডলি (Bradley) প্রথম নক্ষত্রের অপেরণ আবিষ্কার করেন। ব্র্যাডলির গণনা অনুযায়ী পৃথিবীর সুবিন্দুতে অবস্থিত একটি নক্ষত্রের অপেরণ হবে

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{\upsilon}{c} \tag{3.60}$$

এখানে υ হল পৃথিবীর বার্ষিক গতির বেগ এবং c শূন্য মাধ্যমে আলোকের বেগ।

আমরা জানি যে পৃথিবীর বার্ষিক বেগ $\upsilon \approx 3\times10^6 \text{cm/sec}$ এবং $c \approx 3\times10^{10} \text{cm/sec}$

$$\text{সুতরাং} \quad \alpha = \tan^{-1}\frac{3\times10^6}{3\times10^{10}} = 20.5''$$

অর্থাৎ নক্ষত্রের অপেরণ খুবই সামান্য।

ব্র্যাডলির (3.61) সূত্রে দুটি শর্ত প্রযোজ্য। এখানে ধরে নেওয়া হয়েছে যে প্রথমত নক্ষত্রটি নিরীক্ষকের সুবিন্দুতে আছে এবং দ্বিতীয়ত এই গণনায় গ্যালিলিয়ো রূপান্তর (অর্থাৎ সনাতন পদার্থবিজ্ঞানের) সূত্রগুলি প্রযোজ্য।

এখন আমরা দেখব যে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুযায়ী অপেরণের সাধারণ সূত্র কী হয় এবং এই সূত্র থেকে ব্র্যাডলির সনাতন সমীকরণ (3.60) কিভাবে পাওয়া যায়।

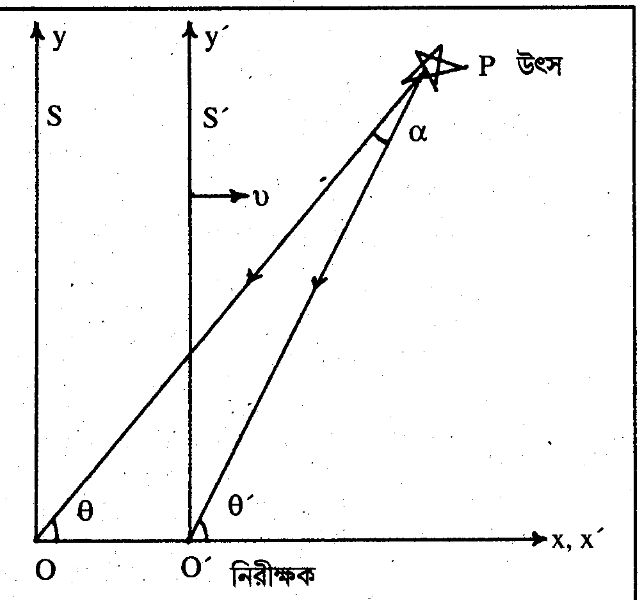
(3.53) সমীকরণকে (3.54) সমীকরণদ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

$$\cot\theta = \gamma\left[\frac{\upsilon}{c}\operatorname{cosec}\theta' + \cot\theta'\right]$$

$$= \frac{\frac{\upsilon}{c}\operatorname{cosec}\theta' + \cot\theta'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \quad \left[\because \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\right] \qquad (3.61)$$

(3.61) সমীকরণের ক্ষেত্রে নিরীক্ষক S (x, y, z) নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে P বিন্দুতে স্থির আছে এবং উৎস S-এর সাপেক্ষে υ বেগে গতিশীল S′ (x′, y′, z′) নির্দেশতন্ত্রের মূলবিন্দু O′-এ আছে। সুতরাং এই সমীকরণে θ′ আলোকের প্রকৃত দিক ও θ আলোকের আপাত দিক নির্দেশ করে।

কিন্তু অপেরণের ক্ষেত্রে আমরা ধরব যে নক্ষত্রটি (আলোক উৎস) S নির্দেশতন্ত্রের P বিন্দুতে স্থির আছে এবং নিরীক্ষক (পৃথিবী) υ আপেক্ষিক বেগে গতিশীল S′ নির্দেশতন্ত্রের O′ বিন্দুতে আছে। সুতরাং এ ক্ষেত্রে θ আলোকের প্রকৃত দিক ও θ′ নিরীক্ষকের সাপেক্ষে আলোকের আপাত দিক নির্দেশ করবে (চিত্র 3.7)।



চিত্র 3.7 আলোকের অপেরণ

নির্দেশতন্ত্রের এরূপ পরিবর্তনের ফলে (3.61) সমীকরণটিও পরিবর্তিত হয়। আমরা (3.61) সমীকরণে θ-র স্থানে θ′, θ′-এর স্থানে

θ এবং υ-র স্থানে $-\upsilon$ বসিয়ে অপেরণের সমীকরণ পাই। অর্থাৎ অপেরণের সমীকরণ হবে

$$\cot\theta' = \frac{\cot\theta - \frac{\upsilon}{c}\operatorname{cosec}\theta}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \tag{3.62}$$

আলোকের আপাত দিক ও প্রকৃত দিকের মধ্যে পার্থক্যকে আলোকের অপেরণ বলে। সুতরাং অপেরণ

$$\text{বা,}\quad \left.\begin{aligned}\alpha &= \theta' - \theta\\ \theta' &= \alpha + \theta\end{aligned}\right\} \tag{3.63}$$

(3.63) সমীকরণ থেকে θ'-এর মান (3.62) সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই

$$\cot(\alpha+\theta) = \frac{\cot\theta - \frac{\upsilon}{c}\operatorname{cosec}\theta}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \tag{3.64}$$

(3.64) সমীকরণের $\cot(\alpha+\theta)$-কে ভেঙে সমীকরণটি নূতন করে সাজালে আমরা পাই

$$\tan\alpha = \frac{\beta\operatorname{cosec}\theta + \left(\sqrt{1-\beta^2}-1\right)\cot\theta}{\sqrt{1-\beta^2} + (\beta\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)\cot\theta} \tag{3.65}$$

যেখানে $\quad \beta = \frac{\upsilon}{c}$ ।

θ-র দ্বারা নক্ষত্রের ক্রান্তিবৃত্তীয় তলের (ecliptic plane), অর্থাৎ যে তলে পৃথিবীর কক্ষপথ আছে, তার সাপেক্ষে উন্নতি বোঝায়। যদি সুবিন্দু (zenith)-র (অর্থাৎ এখানে y অক্ষের) সাপেক্ষে নক্ষত্রের নতি ϕ হয়, তবে

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \phi \tag{3.66}$$

(3.65) সমীকরণে θ-র এই মান বসিয়ে আমরা পাই

$$\tan\alpha = \frac{\beta\sec\phi + \left(\sqrt{1-\beta^2}-1\right)\tan\phi}{\sqrt{1-\beta^2} + (\beta\sec\phi - \tan\phi)\tan\phi} \tag{3.67}$$

(3.64), (3.65) ও (3.67) সমীকরণগুলির যেকোনও একটিকে আমরা অপেরণের আপেক্ষিকীয় সাধারণ সমীকরণ হিসাবে ধরতে পারি। এখন আমরা কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রের কথা আলোচনা করব।

ক্ষেত্র-1. যেহেতু সাধারণভাবে $\beta^2 << 1$, সেজন্য দ্বিপদ রাশির প্রসারণ তত্ত্বদ্বারা $\sqrt{1-\beta^2}$ কে প্রসারিত করে এবং β^2-এর উচ্চতর ঘাতগুলিকে (β^4, β^6 প্রভৃতি) উপেক্ষা করে আমরা পাই

$$\sqrt{1-\beta^2} = (1-\beta^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2}\beta^2 \tag{3.68}$$

$\sqrt{1-\beta^2}$-এর এই মান (3.65) এবং (3.67) সমীকরণদুটিতে বসিয়ে আমরা যথাক্রমে পাই

$$\tan\alpha = \frac{\beta\operatorname{cosec}\theta - \frac{1}{2}\beta^2\cot\theta}{1-\frac{1}{2}\beta^2 + (\beta\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)\cot\theta} \tag{3.69}$$

এবং
$$\tan\alpha = \frac{\beta\sec\phi - \frac{1}{2}\beta^2\tan\phi}{1-\frac{1}{2}\beta^2 + (\beta\sec\phi - \tan\phi)\tan\phi} \tag{3.69}$$

ক্ষেত্র-2. সনাতন সৃতিবিজ্ঞানে $\beta = \frac{\upsilon}{c} << 1$ ধরা হয়। সুতরাং এক্ষেত্রে 1-এর তুলনায় β^2 উপেক্ষণীয়। সুতরাং (3.65) ও (3.67) সমীকরণ দুটির রূপ হবে

$$\tan\alpha = \frac{\beta\operatorname{cosec}\theta}{1+(\beta\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)\cot\theta} \tag{3.70}$$

বা,
$$\tan\alpha = \frac{\beta\sec\phi}{1+(\beta\sec\phi - \tan\phi)\tan\phi} \tag{3.71}$$

ক্ষেত্র-3. ধরা যাক, নক্ষত্রটি সুবিন্দুতে (অর্থাৎ y-অক্ষ অভিমুখে) আছে। তাহলে

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{এবং} \quad \phi = 0 \tag{3.72}$$

(3.72) সমীকরণ থেকে θ বা ϕ-এর মানগুলি (3.65) বা (3,67) সমীকরণে বসালে আমরা পাই

$$\tan\alpha = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{3.73}$$

বা,
$$\alpha = \tan^{-1}\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{3.74}$$

সুতরাং কোনও নক্ষত্র যদি পৃথিবীর সুবিন্দুতে থাকে, তবে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুযায়ী এর অপেরণের মান (3.74) সমীকরণদ্বারা নির্ধারিত হবে।

ক্ষেত্র-4. নক্ষত্রটি যদি সুবিন্দুতে থাকে এবং যদি আমরা সনাতন সৃতিবিজ্ঞান প্রয়োগ করি, তবে (3.73) বা (3.74) সমীকরণে $\beta^2 \approx 0$ হবে। কাজেই,

$$\tan\alpha = \beta = \frac{\upsilon}{c}$$

বা, $$\alpha = \tan^{-1}\frac{\upsilon}{c} \tag{3.75}$$

এক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে ব্র্যাডলির সমীকরণটিই আমরা ফিরে পাচ্ছি।

3.6 সারাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ে সনাতন পদ্ধতির দ্বারা সৃতিবিদ্যার যে মূল সূত্রগুলি পাওয়া যায়, বিশেষ আপেক্ষিকতা তত্ত্বদ্বারা সেগুলি পুনরায় নির্ণয় বা সংশোধন করা হয়েছে। সনাতন পদ্ধতিতে গ্যালিলিয়ো রূপান্তর সমীকরণগুলি ব্যবহৃত হয়। অপরপক্ষে বিশেষ আপেক্ষিকতা তত্ত্বের দ্বারা সৃতিবিদ্যার কোনও সূত্র নির্ণয় করতে হলে লরেন্টজীয় রূপান্তর সমীকরণ ব্যবহার করা আবশ্যক। আমরা এই অধ্যায়ে প্রথমত কোনও বস্তুর দুটি বেগের সংযোজন সূত্র নিয়ে আলোচনা করেছি। আপেক্ষিকতা তত্ত্বের দ্বারা যে বেগ সংযোজন সূত্র পাওয়া যায়, তা সনাতন বেগ সংযোজন সূত্র থেকে কিছুটা ভিন্ন। যে দুটি নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে এই বেগ পরিমাপ করা হয়, সেই নির্দেশতন্ত্রদুটির আপেক্ষিক বেগ υ যদি আলোকের বেগের (c) তুলনায় উপেক্ষণীয় না হয়, তবে লরেন্টজীয় রূপান্তর সূত্র প্রয়োগ ছাড়া বেগের যথার্থ সংযোজন সূত্র পাওয়া যায় না। কিন্তু υ c-র তুলনায় উপেক্ষণীয় হলে $\left(\frac{\upsilon}{c} << 1\right)$ বেগ সংযোজনের আপেক্ষিকতার সূত্রগুলি সনাতন সূত্রে পর্যবসিত হয়। আরও লক্ষ করুন যে কোনও নির্দেশতন্ত্রে বস্তুর বেগ যদি c হয়, তবে অপর নির্দেশতন্ত্রেও এই বেগ c হবে। সুতরাং c-ই হল এক্ষেত্রে সর্বোচ্চ বেগ।

উৎস ও নিরীক্ষকের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ থাকলে আমরা ডপলার ক্রিয়া ও অপেরণ পাই। ডপলার ক্রিয়ার ফলে নিরীক্ষকের কাছে উৎসের তরঙ্গের কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে। যদি উৎস ও নিরীক্ষকের মধ্যে আপেক্ষিক গতি আলোকের দিকে হয়, তবে ঐ ডপলার ক্রিয়াকে অনুদৈর্ঘ্য বা ব্যাসার্ধমুখী বলে। আবার উৎস ও নিরীক্ষকের পারস্পরিক বেগের সমকোণে আলোকের দিক থাকলে ঐ ডপলার ক্রিয়াকে অনুপ্রস্থ বা লম্বমুখী বলে। গ্যালিলিয়ো রূপান্তর দ্বারা এই লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া হয় না। লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া হল একমাত্র লরেন্টজীয় রূপান্তর প্রয়োগের ফল। সুতরাং পরীক্ষার দ্বারা এই ক্রিয়ার সত্যতা প্রমাণিত হওয়ায় লরেন্টজীয় রূপান্তরের যাথার্থ্য প্রমাণিত হয়।

উৎস ও নিরীক্ষকের আপেক্ষিক বেগের জন্য নিরীক্ষকের নিকট আগত আলোকের দিক পরিবর্তনকেই অপেরণ বলে এবং আলোকের প্রকৃত দিক ও আপাত দিকের মধ্যে কোণকে অপেরণ

কোণ বা শুধু অপেরণ বলে। পৃথিবীতে কক্ষপথ যে সমতলে আছে, তা থেকে যেকোনও উন্নতি কোণে (θ) অবস্থিত একটি নক্ষত্রের আলোক পৃথিবীতে উপস্থিত কোনও নিরীক্ষকের নিকট (নক্ষত্রের সাপেক্ষে পৃথিবীর বেগ υ ধরলে) যে আপাত দিক থেকে আসবে, লরেন্টজীয় রূপান্তর দ্বারা আমরা তার সাধারণ সমীকরণ পেয়েছি। এই সমীকরণে $\theta = 0$ এবং $\frac{\upsilon^2}{c^2} << 1$ ধরলে আমরা ব্র্যাডলির সনাতন সমীকরণটি পাই।

3.7 প্রশ্নাবলী

আপনি 3নং এককটি পাঠ করে কতটা জ্ঞান অর্জন করতে পেরেছেন, তা নিজেই যাতে পরীক্ষা করতে পারেন, তার জন্য নীচের প্রশ্নগুলি দেওয়া হল। এই প্রশ্নগুলি সংক্ষিপ্ত উত্তর ও বিস্তৃত উত্তর এই দুটি ভাগে বিভক্ত। প্রশ্নগুলির উত্তর আপনি পরের 3.8 অনুচ্ছেদে পাবেন। প্রথমে এই উত্তরগুলি না দেখে নিজেই প্রশ্নগুলির উত্তর লিখুন। পরে আপনার উত্তর 3.8 অনুচ্ছেদের সঙ্গে মিলিয়ে নিন। যদি আপনার উত্তর ভুল হয়ে থাকে, তবে সঠিক উত্তরটি আবার পড়ে নিন। তাহলেই এই এককটি আপনার সম্পূর্ণ আয়ত্ত হয়ে যাবে।

3.7.1 সংক্ষিপ্ত উত্তরের প্রশ্নাবলী

1. সমবেগ ও অসম বেগের পার্থক্য কী?
2. আপেক্ষিক বেগ ও আপেক্ষিকীয় বেগের পার্থক্য কী?
3. সূর্যের সাপেক্ষে পৃথিবী 30km/sec বেগে গতিশীল। যদি এই বেগের দিকে 7km/sec বেগে একটি রকেট ছোঁড়া হয়, তবে সূর্যের সাপেক্ষে রকেটের বেগ কত হবে? [আলোকের বেগ $c = 3 \times 10^{10}$ cm/sec]
4. একটি উত্তপ্ত বস্তু থেকে একই দিকে দুটি ইলেকট্রন নির্গত হল। ঐ বস্তুর সাপেক্ষে একটি ইলেকট্রনের বেগ $5.6 \times 10^8 \text{cm/sec}$. এবং অপরটির বেগ $1.8 \times 10^9 \text{cm/sec}$.। প্রথম ইলেকট্রনের সাপেক্ষে দ্বিতীয়টির আপেক্ষিকীয় আপেক্ষিক বেগ কত?
5. ফ্রেনেলের প্রকল্প অনুযায়ী f-এর মান কত?
6. ডপলার ক্রিয়া কী?
7. একটি রেলগাড়ি প্ল্যাটফর্মের দিকে 60 km/hr বেগে আসার সময় 320/sec কম্পাঙ্কের বাঁশি বাজায়। প্ল্যাটফর্মে স্থির শ্রোতার কানে ঐ শব্দের কম্পাঙ্ক কত হবে? বায়ুতে শব্দের বেগ = 330m/sec.

8. একটি নক্ষত্র পৃথিবীর সাপেক্ষে 300 km/sec বেগে দূরে যাচ্ছে। নক্ষত্রটির একটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 5000A°, হলে পৃথিবীর নিরীক্ষকের নিকট ঐ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের কী পরিবর্তন হবে?

9. ব্যাসার্ধমুখী ও লম্বমুখী ডপলার ক্রিয়া কাকে বলে?

10. ব্র্যাডলির অপেরণের সূত্র কী?

3.7.2 বিস্তৃত উত্তরের প্রশ্নাবলি

1. S নির্দেশতন্ত্রে একটি বস্তুর বেগ u হলে, এই নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে υ বেগে গতিশীল S′ নির্দেশতন্ত্রে ঐ বস্তুর বেগের সনাতন ও আপেক্ষিকীয় সমীকরণ নির্ণয় কর। দেখাও যে $\frac{\upsilon}{c} << 1$ হলে, আপেক্ষিকীয় সমীকরণগুলি সনাতন সমীকরণে রূপান্তরিত হয়।

2. আপেক্ষিকীয় তত্ত্বের দ্বারা ফিজোর গতিশীল জলের মাধ্যমে আলোকের বেগের পরিবর্তন ব্যাখ্যা করুন।

3. আলোক ও বেগের ডপলার ক্রিয়ার পার্থক্য কী?

4. আলোকের ডপলার ক্রিয়ার আপেক্ষিকীয় অনুদৈর্ঘ্য সমীকরণ নির্ণয় করুন।

5. বিশেষ আপেক্ষিকতা তত্ত্বের দ্বারা ডপলার ক্রিয়ার সাধারণ সমীকরণ নির্ণয় করুন।

6. বিশেষ আপেক্ষিকতা তত্ত্বের দ্বারা নক্ষত্রের অপেরণের সাধারণ সমীকরণ নির্ণয় করুন।

3.8 প্রশ্নাবলির উত্তর ও উত্তরের ইঙ্গিত

3.8.1 সংক্ষিপ্ত উত্তর

(3.7.1) প্রশ্নাবলীর সংক্ষিপ্ত উত্তর এখানে দেওয়া হল।

1. যে বেগের মান ও দিক সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় না, তাকে সমবেগ বলে। আর এই মান বা দিক বা উভয়ই যদি সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়, তবে ঐ বেগকে অসম বলে।

2. দুটি বস্তুর একটির বেগ u এবং অপরটির বেগ υ হলে দ্বিতীয় বস্তুর আপেক্ষিক বেগ $\upsilon - u$ এবং প্রথম বস্তুর আপেক্ষিক বেগ $u - \upsilon$। অপরপক্ষে যে বেগ (υ) আলোকের বেগের (c-র) কাছাকাছি, তাকেই আপেক্ষিকীয় বেগ বলে। এক্ষেত্রে $\frac{\upsilon}{c} \sim 1$।

3. রকেটের বেগ = 37 km/sec. [সনাতন পদ্ধতিতে]

   = 36.99999991 km/sec [আপেক্ষিকীয় সমীকরণ দ্বারা]

4. দ্বিতীয় ইলেকট্রনের বেগ = 12.4139×10^{8} cm/sec.

5. $f = 0.44$

6. (3.4) অনুচ্ছেদ দেখুন

7. (3.24) সমীকরণ দেখুন/ $\gamma' = 337 / sec.$

8. (3.33) সমীকরণ দেখুন। $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 5.005A^{\circ}$ (সনাতন সমীকরণ অনুযায়ী) আপেক্ষিকীয় সমীকরণ (3.40) অনুযায়ী $\Delta\lambda = 5.0025A^{\circ}$

9. (3.43) অনুচ্ছেদ ও (3.59) সমীকরণের আলোচনা দেখুন।

10. $\alpha = \tan^{-1}\frac{\upsilon}{c}$

3.8 বিস্তৃত উত্তর

(3.7.2) প্রশ্নাবলীর বিস্তৃত উত্তরের ইঙ্গিত।

1. (3.2) বেগ সংযোজন অনুচ্ছেদ দেখুন।
2. (3.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।
3. (3.4.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।
4. (3.4.3) ও (3.4.4) অনুচ্ছেদ দুটি দেখুন।
5. (3.5) ও (3.5.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।
6. (3.5) ও (3.5.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।

একক 4 ❑ আপেক্ষকীয় গতিবিদ্যা

গঠন

4.1 প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য

তিন এককে আপনারা আপেক্ষিকীয় গতিবিদ্যার সূত্রগুলি নিয়ে আলোচনা পড়েছেন। এই এককে আপনারা আপেক্ষিকীয় বলাবিদ্যার প্রধান সূত্রগুলি নিয়ে আলোচনা পাবেন।

এই এককটি পাঠ করলে আপনারা যে বিষয়গুলি বুঝতে বা করতে পারবেন সেগুলি হল—

(1) আপেক্ষিকীয় বলবিজ্ঞানে লরেন্টজীয় রূপান্তরের প্রয়োজনীয়তা ;

(2) নিউটনীয় বলবিজ্ঞানের ত্রুটি কী ও কীরূপে এই ত্রুটি দূর করা যায় ;

(3) কী কারণে ভরের নিত্যতা সূত্র বর্জিত হল এবং কীরূপে বেগের সঙ্গে ভরের সম্বন্ধ নির্ণয় করা হল ;

(4) ভরের বৃদ্ধির দ্বারা কীভাবে গতীয় শক্তির বৃদ্ধি হয় ;

(5) স্থির ভর কী ও এর সঙ্গে শক্তির সম্পর্ক কী ;

(6) ভর ও শক্তির তুল্যতা সূত্র কীভাবে পাওয়া যায় ;

(7) ভর ও শক্তির যুগ্মভাবে নিত্যতাসূত্র বলতে কী বোঝায় ;

(8) ভর ও শক্তির সম্বন্ধগুলি কিভাবে পরীক্ষিত সত্যে পরিণত হয়েছে ;

(9) ভর ও শক্তির সম্বন্ধ থেকে আরও কী কী প্রয়োজনীয় সমীকরণ নির্ণয় করা যায় ;

(10) মিনকওস্কির চতুর্মাত্রিক দেশ-কালের ধারণা ও বৈশিষ্ট্য ;

(11) চতুর্মাত্রিক বেগ, ভরবেগ প্রভৃতির সংজ্ঞা

(12) নিউটনের দ্বিতীয় ও তৃতীয় গতিসূত্রের সংশোধন।

4.2 নিউটনের গতিসূত্র (Newton's Laws of Motion) ঃ

নিউটনকে আমরা গতিবিদ্যার জনক বলি। এই গতিবিদ্যা নিউটনের প্রস্তাবিত তিনটি গতিসূত্রের উপর ভিত্তি করে প্রতিষ্ঠিত। যদিও আপনারা এই গতিসূত্রগুলি পূর্বেই পাঠ করেছেন, তবু আপনাদের আর একবার স্মরণ করিয়ে দেবার জন্য এবং আপেক্ষিকীয় গতিবিদ্যার ভূমিকা হিসাবে এই সূত্র তিনটি এখানে উল্লেখ করা হল।

প্রথম সূত্র ঃ বাইরে থেকে বল প্রয়োগ না করা হলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির থাকবে এবং সমবেগে গতিশীল বস্তু চিরকাল ঐ সমবেগে একই সরলরেখা ধরে চলবে।

দ্বিতীয় সূত্র ঃ ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং ভরবেগের এই পরিবর্তন যেদিকে ঘটে, ঐ বলও সেদিকেই ক্রিয়া করে।

তৃতীয় সূত্র ঃ প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

আপনারা জানেন যে প্রথম সূত্র থেকে আমরা বস্তুর জাড্য ও বলের সংজ্ঞা পাই। দ্বিতীয় সূত্র থেকে বলের মান ও দিক জানা যায়। অর্থাৎ যদি F দ্বারা এই বল প্রকাশ করা হয়, তবে ঐ বলের একক এমনভাবে নির্দিষ্ট করা যায়, যার ফলে আমরা পাই

$$F = \frac{dp}{dt} = m\frac{dv}{dt} = ma \qquad ...(4.1)$$

যেখানে $p = mv = m$ ভরযুক্ত ও v বেগে গতিশীল বস্তুর ভরবেগ এবং a হল বস্তুর ত্বরণ। t সময়ে বস্তুর সরণ x হলে, ঐ অভিমুখে বস্তুর বেগ ও ত্বরণ হবে যথাক্রমে

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \qquad ...(4.2)$$

এবং $$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \qquad ...(4.3)$$

(4.1) সমীকরণকে (4.3) সমীকরণদ্বারা লেখা যায়

$$F = ma = m\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \qquad ...(4.4)$$

এছাড়া আপনারা জানেন যে নিউটনের তৃতীয় সূত্রকে দ্বিতীয় সূত্রের দ্বারা রূপান্তরিত করলে আমরা ভরবেগের সংরক্ষণের সূত্র পাই। এই হিসাবে তৃতীয় সূত্রকে আমরা ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রও বলতে পারি।

নিউটনের সূত্রে যে বস্তুর কথা বলা হয়েছে, সেগুলি অতি সূক্ষ্ম কণা থেকে আরম্ভ করে আকাশের গ্রহ-নক্ষত্র বা অন্য কোনও জ্যোতিষ্ক হতে পারে। সাধারণত এইসব বস্তুর বেগ আলোকের বেগের তুলনায় যৎসামান্য এবং এরূপ ক্ষেত্রে নিউটনের বলবিদ্যা সম্পূর্ণ প্রযোজ্য। কিন্তু পরবর্তীকালে ইলেকট্রন, নিউট্রন, প্রোটন ও পারমাণবিক স্তরে এমনসব আরও অতি সূক্ষ্ম কণা আবিষ্কৃত হয়েছে, দেখা যায় যে, সেগুলির বেগের সর্বোচ্চ মান আলোকের বেগের প্রায় সমান। এরূপ অতি উচ্চ বেগসম্পন্ন কণার ক্ষেত্রে নিউটনের বল প্রয়োগ করে সঠিক ফল পাওয়া যায় না, কিন্তু আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব সম্পূর্ণরূপে প্রযোজ্য হয়। নিউটনের বলবিদ্যাকে আপেক্ষিকতা তত্ত্বের দ্বারা সংশোধন করে যে বলবিদ্যা পাওয়া যায়, তাকে আমরা আপেক্ষিকীয় বলবিদ্যা বলব এবং নিউটনের বলবিদ্যাকে প্রাচীন বা সনাতন বলবিদ্যা হিসাবে উল্লেখ করব।

নিউটনের গতিসূত্রগুলি যদিও সাধারণ বেগ সম্পন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়, তাহলেও দেখা যায় যে সকল নির্দেশতন্ত্রে এই সূত্রগুলি খাটে না। উদাহরণস্বরূপ রেলগাড়িতে ভ্রাম্যমান একজন যাত্রীর কয়েকটি অভিজ্ঞতার বিষয় আমরা আলোচনা করতে পারি। রেলগাড়ি যতক্ষণ কোনও সমবেগে একটি নির্দিষ্ট দিকে চলতে থাকে, যাত্রীটি কামরার ভিতর তার আসনে বসে থেকে সেই বেগ অনুভব করতে পারে না। (এখানে আমরা ধরে নিচ্ছি যে যাত্রীটি বাইরের গাছপালা বা অন্য কোনও দ্রষ্টব্য বস্তুর দিকে তাকাচ্ছে না।) এই অবস্থায় যাত্রীটি যদি তার হাত থেকে একটি বল উপরদিকে ছুঁড়ে দেয়, তাহলে পরক্ষণেই দেখবে যে বলটি আবার তার হাতেই ফিরে এসেছে, পিছনে চলে যাচ্ছে না। যদি রেলগাড়ির বাইরে স্থির মাটির উপর দাঁড়িয়ে অন্য একজন নিরীক্ষক রেলগাড়ির যাত্রীটির অনুরূপ একটি পরীক্ষা করে, তবে সেও যাত্রীটির মতো একই ফল পাবে। অর্থাৎ এই নিরীক্ষক যদি তার হাতের একটি বল উপর দিকে ছুঁড়ে দেয়, তবে এক্ষেত্রেও বলটি ঐ নিরীক্ষকের হাতেই ফিরে আসবে। অনুরূপে আমরা দেখাতে পারি যে পৃথিবীর সাপেক্ষে স্থির একজন নিরীক্ষক বলবিজ্ঞানের যেকোনও একটি পরীক্ষা করে যে ফল পাবে, এই নিরীক্ষকের সাপেক্ষে সমবেগে গতিশীল ঐ রেলগাড়ীর যাত্রীটিও বলবিজ্ঞানের অনুরূপ পরীক্ষার দ্বারা স্থির নিরীক্ষকের মতো একই ফল পাবে।

এখন ধরা যাক, রেলগাড়ির ড্রাইভার কোনও কারণে গাড়িটি থামাবার প্রয়োজনে হঠাৎ ব্রেক প্রয়োগ করল এবং তার ফলে গাড়ির বেগ দ্রুত হারে কমতে লাগল। কামরার যাত্রীটি কিন্তু এই সময় কোনও দিকে না তাকিয়েও তার শরীরে একটি বল অনুভব করবে এবং তার আসন থেকে সামনের দিকে পড়ে যাওয়ার অবস্থা হবে। এই অবস্থায় যাত্রীটি যদি তার হাতের বলটি উপর দিকে