
একক ৩ □ পরিসংখ্যা বন্টন ও লেখচিত্রগঠন কৌশল

গঠন

- ৩.১ উদ্দেশ্য
- ৩.২ প্রস্তাবনা
- ৩.৩ উপাত্ত গোষ্ঠীবদ্ধকরণ
 - ৩.৩.১ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ক্রমযৌগিক শতাংশ বন্টন
- ৩.৪ লেখচিত্র প্রক্রিয়া
 - ৩.৪.১ পরিসংখ্যা লেখচিত্রের বিভিন্ন রূপ
 - ৩.৪.২ অন্যান্য লেখচিত্র
 - ৩.৪.৩ পরিমাপের বিভিন্ন স্তর ও বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র
 - ৩.৪.৪ লেখচিত্রের অপব্যবহার
- ৩.৫ সারাংশ
- ৩.৬ অনুশীলনী
- ৩.৭ উত্তর সংকেত
- ৩.৮ গ্রন্থপঞ্জী

৩.১ উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠের মাধ্যমে যা জানা যাবে, তা হল :

উপাত্ত গোষ্ঠীবদ্ধকরণের বিভিন্ন পদক্ষেপ

বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্রের গঠন কৌশল

পরিমাপের বিভিন্ন স্তরের সাথে লেখচিত্রের গঠনগত সম্পর্ক

৩.২ প্রস্তাবনা

পূর্বে আলোচিত যে কোনো পদ্ধতি প্রয়োগে সংগৃহীত তথ্যাবলী অবিন্যস্ত ও অজ্ঞাপনযোগ্য হয়ে থাকে। এই তথ্যাবলী স্বতোৎসারিত ভাবে কোনো অর্থ বহন করে না। অর্থবহ করার জন্য তথ্যাবলী সুবিন্যস্ত, সংক্ষিপ্ত এবং স্বজ্ঞাপক করার দরকার হয়। তথ্যাবলী সুবিন্যস্তকরণের জন্য উপাত্ত গোষ্ঠীবদ্ধকরণের কৌশল

অবলম্বন করতে হয়। তথ্য সংক্ষেপায়নে পরিসংখ্যা বণ্টন প্রক্রিয়ার বিভিন্ন কৌশল প্রয়োগ করতে হয়। তথ্য স্বজ্ঞাপনে বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। এই লেখচিত্রের রূপ তথ্য পরিমাপের স্তরের ওপর নির্ভরশীল থাকে। এখানে উপাত্ত গোষ্ঠীবন্ধকরণের এবং সংক্ষেপায়নের বিভিন্ন প্রক্রিয়া এবং তথ্য স্বজ্ঞাপনের প্রক্রিয়া হিসাবে বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

৩.৩ উপাত্ত গোষ্ঠীবন্ধকরণ

গবেষণায় কোনো লোকের (variate) প্রাপ্তাঙ্ক (Score) বেশি সংখ্যক হলে প্রাপ্তাঙ্কসমূহের গোষ্ঠীবন্ধকরণ করার প্রয়োজন হয়। এই গোষ্ঠীবন্ধকরণে কতকগুলি পদক্ষেপ অনুসরণ করতে হয়। পদক্ষেপগুলি হল :

১। প্রথমে প্রাপ্তাঙ্কসমূহের প্রসার (Range) নির্ণয় করতে হয়। প্রসার নির্ণয়ের সূত্র হল : (সর্বোচ্চ প্রাপ্তাঙ্ক – সর্বনিম্ন প্রাপ্তাঙ্ক + ১)।

১। অতঃপর গোষ্ঠীসংখ্যা বা শ্রেণী সংখ্যা (Class intervals) নির্ধারণ করতে হয়। শ্রেণী সংখ্যার একটি চলনসই নিয়ম (Rule of Thumb) হল শ্রেণী সংখ্যা ১০ থেকে ১৫'র মধ্যে থাকবে (এ সম্পর্কে বিভিন্ন মতও আছে)।

৩। শ্রেণী নির্ধারণের সঙ্গে শ্রেণী পরিসর (Class width) নির্ধারণ জরুরী হয়ে থাকে। শ্রেণী পরিসর সংক্রান্ত নিয়ম হল এই পরিসর যথাসম্ভব ছোট হওয়া দরকার। শ্রেণী পরিসর ছোট হলে শ্রেণীর মধ্যমান শ্রেণীর প্রতিনিধি স্বরূপ হয়ে থাকে। তবে, শ্রেণী প্রসার অযুগ্ম হওয়া বাঞ্ছনীয়। অযুগ্ম শ্রেণী পরিসরের মধ্যমান সর্বদাই অখণ্ড সংখ্যা হয়ে থাকে। এর সুবিধা হল দশমিক জাত সমীপন বা আসন্নমান সূত্রে গণনাগত ত্রুটি এড়ানো যায়, এবং গণনার শুদ্ধতা বজায় রাখা যায়। তবে, সব শ্রেণীর প্রসার সমান হওয়া দরকার।

৪। শ্রেণীগুলি একে অপরের থেকে সম্পূর্ণ পৃথক হওয়া দরকার। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, কোনো শ্রেণীর দুটি সীমা থাকে—নিম্নসীমা ও উচ্চসীমা। এক শ্রেণীর উচ্চসীমা (Upper limit) পরবর্তী শ্রেণীর নিম্নসীমা (Lower Limit) হবে না। এক্ষেত্রে পার্থক্য থাকবে, যেমন, প্রথম শ্রেণীর নিম্নসীমা সর্বনিম্ন প্রাপ্তাঙ্ক দিয়ে শুরু করা যায়। এই নিম্নসীমার সাথে শ্রেণী পরিসর সংখ্যা যোগ করে যোগফলকে ১ দ্বারা বিয়োগ করলে ঐ শ্রেণীর উচ্চসীমা পাওয়া যায়। আবার, পরবর্তী শ্রেণীর নিম্নসীমা হবে পূর্ববর্তী উচ্চসীমা যোগ ১ একক। এইভাবে পর পর শ্রেণীগুলি সন্নিবেশিত করতে হয় সর্বোচ্চ সংখ্যা শ্রেণী অন্তর্ভুক্ত না হওয়া পর্যন্ত।

৫। অতঃপর প্রতি শ্রেণীতে কতগুলি প্রাপ্তাঙ্ক আছে তা অর্থাৎ পরিসংখ্যা (Frequency) নির্ণয় করে অন্তর্ভুক্ত করতে হয়।

একটি উদাহরণ দিয়ে বিষয়টি দেখানো যাক। ধরি একটি প্রাপ্তাঙ্ক বণ্টন হল নিম্নরূপ :

৫১, ৫৫, ৪৩, ৩৪, ৩৬, ৪৫, ৩৫, ৩৩, ৩৯, ৩৫, ৫১, ৪২, ৩৩, ৬১,
 ৫৯, ৪৭, ৪১, ৩৯, ৩৭, ৪০, ৪১, ৪৯, ৫৭, ৩৩, ৩৫, ৪৭, ৫১, ৩৮,
 ৩১, ৩৫, ৩৯, ৫৪, ৫৭, ৩৫, ৩৮, ৪৩, ৫৯, ৫০, ৪১, ৫৫, ৩৫, ৩৯,
 ৪৭, ৫১, ৫৯, ৩২, ৩৯, ৫৯, ৫০, ৪১

এই প্রাপ্তাঙ্কগুলির গোষ্ঠীবদ্ধকরণ বা পরিসংখ্যা বণ্টন করা যাক।

এখানে প্রসার (Range) = ৬১-৩১+১= ৩১। এখন শ্রেণী পরিসর যদি ৩ (মোট অযুগ্ম সংখ্যা)

$$\text{নেওয়া হয় তা হলে শ্রেণী সংখ্যা (class intervals) হয়} = \frac{\text{প্রসার}}{\text{শ্রেণী পরিসর}} + ১ = \frac{৩১}{৩} + ১ = ১১$$

(প্রসারকে শ্রেণী পরিসর দিয়ে ভাগ করে অবশিষ্ট কিছু থাকলেই ভাগফলের সাথে ১ যোগ করতে হয়)। এখানে দ্রষ্টব্য, শ্রেণী সংখ্যা ১১ পূর্বে উল্লেখিত ২ নং নিয়মের ১০ এবং ১৫ সংখ্যার মধ্যে থাকে। অতএব, এক্ষেত্রে শ্রেণী সংখ্যা ১১ নেওয়া হল। এখন পরিসংখ্যা বণ্টনটি হয় নিম্নরূপ :

পরিসংখ্যা বণ্টন সারণী - ১

শ্রেণী	মধ্যমান	খাড়া আঁক	পরিসংখ্যা
৩১-৩৩	৩২		৫
৩৪-৩৬	৩৫		৮
৩৭-৩৯	৩৮		৮
৪০-৪২	৪১		৬
৪৩-৪৫	৪৪		৩
৪৬-৪৮	৪৭		৩
৪৯-৫১	৫০		৭
৫২-৫৪	৫৩		১
৫৫-৫৭	৫৬		৪
৫৮-৬০	৫৯		৪
৬১-৬৩	৬২		১
সমষ্টি (N)			৫০

এক্ষেত্রে দেখা যায় সব শ্রেণী মধ্যমান (Midpoint) অখণ্ড সংখ্যা (Integer) হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, মধ্যমান নির্ণয়ের সহজ সূত্র হল : (কোন শ্রেণীর নিম্নসীমা + উচ্চসীমা) \div ২। প্রতি শ্রেণীতে প্রাপ্তাঙ্ক সংখ্যা প্রথমে খাড়া আঁক (Tally) দ্বারা চিহ্নিত করে তারপর ঐ চিহ্নক্রমে পরিসংখ্যা বসানো হয়েছে। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, কোনাকুনি কাটা খাড়া-আঁকের পরিসংখ্যাগত মান হয় ৫। অনেক ক্ষেত্রে শ্রেণীর প্রকৃত সীমা (Real boundary) নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়। এক্ষেত্রে প্রতি শ্রেণীর নিম্নসীমা থেকে অর্ধ একক (-.৫) বিয়োগ এবং উচ্চসীমার সাথে অর্ধ একক (.৫) যোগ করলেই প্রকৃত সীমা পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে প্রথম শ্রেণীর প্রকৃত সীমা হয় ৩০.৫ – ৩৩.৫।

অনুশীলনী - ১

- ১। কোনো প্রাপ্তাঙ্ক বণ্টনের প্রসার কীভাবে নির্ণয় করা হয়?
- ২। কোনো পরিসংখ্যা বণ্টনে শ্রেণী পরিসর কেমন হওয়া দরকার?
- ৩। কোনো পরিসংখ্যা বণ্টনে শ্রেণীগুলি কেমন হওয়া দরকার?
- ৪। মধ্যমান কীভাবে নির্ণয় করা হয়?
- ৫। প্রকৃত সীমা কীভাবে নির্ণয় করা হয়?
- ৬। কোনাকুনি কাটা খাড়া-আঁকের পরিসংখ্যাগত মান কত?
- ৭। পরিসংখ্যা কী?

৩.৩.১ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ও ক্রমযৌগিক শতাংশ বণ্টন

পরিসংখ্যা বণ্টন সারণীতে পরিসংখ্যা ছাড়া অনেক সময় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ অন্তর্ভুক্ত করা হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে সারণীটিকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (শতাংশ) সারণী বলা যেতে পারে। পূর্বে প্রদর্শিত সারণীতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (Cumulative frequency) এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ (Cumulative frequency percentage) এই দুটি স্তম্ভ (Column) অন্তর্ভুক্ত করে সারণীটি প্রস্তুত করা যায়। প্রথম শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হল পূর্ববর্তী শ্রেণীর পরিসংখ্যা ও প্রথম শ্রেণীর পরিসংখ্যার যোগফল। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, প্রথম শ্রেণীর পূর্বে আর কোনো শ্রেণী না থাকায় ঐ শ্রেণীর পরিসংখ্যা '০' ধরে প্রথম শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ধারণ করতে হয় : $০ + ৫ = ৫$ । এরপর পরবর্তী শ্রেণীগুলির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হয় যথাক্রমে প্রতি শ্রেণীর পূর্ববর্তী শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা + সংশ্লিষ্ট শ্রেণীর পরিসংখ্যা। যেমন, এক্ষেত্রে দ্বিতীয় শ্রেণীর (৩৪–৩৬) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (পূর্ববর্তী শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা) $৫ +$ (ঐ শ্রেণীর পরিসংখ্যা) $৮ = ১৩$ । ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ নির্ণয়ের সূত্র হল : (কোন শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা \times ১০০) \div পরিসংখ্যা সমষ্টি। এক্ষেত্রে, প্রথম শ্রেণী ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ হয় : $৫/৫০ \times ১০০ = ১০$, এইভাবে প্রতি শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ নির্ণয় করা যায়। এখন পূর্ববর্তী পরিসংখ্যা বণ্টন সারণীতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ স্তম্ভ দুটি দেখানো হল :

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ
৫	১০
১৩	২৬
২১	৪২
২৭	৫৪
৩০	৬০
৩৩	৬৬
৪০	৮০
৪১	৮২
৪৫	৯০
৫০	১০০

প্রাপ্তাঙ্ক বণ্টন অন্তর্ভুক্ত কোনো প্রাপ্তাঙ্কের শতাংশ ক্রম (Percentile rank) বা কোনো শতাংশ ক্রমের প্রাপ্তাঙ্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ প্রয়োজনীয় হয়ে থাকে। এছাড়া ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (শতাংশ) চিত্র (Ogive) অঙ্কনেও প্রয়োজনীয় হয়।

অনুশীলনী - ২

- ১। প্রথম শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা কীভাবে নির্ণয় করা হয়?
- ২। প্রথম শ্রেণী ছাড়া যে কোনো শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা কীভাবে নির্ণয় করা হয়?
- ৩। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ কীভাবে নির্ণয় করা হয়?
- ৪। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ কোথায় ব্যবহার্য হয়?

৩.৪ লেখচিত্র প্রক্রিয়া

সংগৃহীত তথ্যাবলীর পরিসংখ্যা বণ্টন সারণী অনেকের কাছে বিশেষ করে সাধারণ মানুষের কাছে আকর্ষক ও অর্থবহ হয় না। তাই, তথ্যাবলী উপস্থাপনে লেখচিত্রের (Graphs) ব্যবহার অনুসৃত হয়। এই লেখচিত্র চিত্তাকর্ষক এবং সহজেই অর্থবহ হয়ে থাকে। এ প্রসঙ্গে মুয়েলার এবং সুয়েজলার (Mueller & Schuessler) বলেন : লেখচিত্র পরিসংখ্যা বণ্টনের দৃশ্যমানতা দান পূর্বক তার অর্থ এবং সংব্যাখ্যানের তাৎক্ষণিক ইঙ্গিত প্রদান করে থাকে (The graphs gives visibility to the distribution, and can sequently is mere readily suggestive of its meaning and interpretation) রাশি তথ্যমালা বুঝতে, বিশ্লেষণ

করতে এবং এদের সম্বন্ধে কোনো সিদ্ধান্ত করার ক্ষেত্রে লেখচিত্র এবং গুরুত্বপূর্ণ কৌশল (Technique) হিসাবে গৃহীত হয়ে থাকে। লেখচিত্র গঠনে কিছু সাধারণ নিয়ম অনুসরণ করা হয়ে থাকে :

১। লেখচিত্রের জন্য দুটি অক্ষের দরকার হয়। একটি হল অনুভূমিক রেখা/অক্ষ (Horizontal axis/abscissa) অপরটি হল উল্লম্বী রেখা বা অক্ষ (Vertical axis/ordinate) অনুভূমিক রেখা X-অক্ষ (Axis) এবং উল্লম্বী রেখা Y-অক্ষ (Y-Axis) রূপে পরিচিত হয়। এই দুটি রেখা একে অপরের সাথে 90° কোণে সংযুক্ত থাকে। ঐ সংযুক্তি বিন্দু (Point of origin) '0' বিন্দু বলে অভিহিত হয়ে থাকে।

২। অনুভূমিক অক্ষের দৈর্ঘ্যের সাথে উল্লম্বী দৈর্ঘ্যের অনুপাত হবে ৪ : ৩।

৩। বীজগাণিতিক নিয়মে লেখচিত্রে ধনাত্মক (+) এবং ঋণাত্মক (-) দিক থাকে। মূলবিন্দুর (O) দক্ষিণদিক হয় X-ধনাত্মক এবং বামদিক হয় X-ঋণাত্মক। আবার, মূল বিন্দুর ওপরের দিক হল Y-ধনাত্মক এবং নীচের দিক হল Y-ঋণাত্মক।

গুণবাচক (Qualitative) এবং পরিমাণগত (Quantitative) তথ্য ভেদে বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

অনুশীলনী - ৩

- ১। লেখচিত্রের দুটি অক্ষের নাম কী?
- ২। লেখচিত্রের দুই অক্ষের আনুপাতিক নিয়মটি কী?
- ৩। লেখচিত্রের ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দিক উল্লেখ করুন।

৩.৪.১ পরিসংখ্যা লেখচিত্রের বিভিন্ন রূপ

সমাজ বিজ্ঞানের গবেষণায় যে সব লেখচিত্র সাধারণত ব্যবহৃত হয়ে থাকে সেগুলি হল স্তম্ভচিত্র (Bar graph), আয়তলেখ (Histogram), পরিসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon) এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র (Ogive)।

স্তম্ভচিত্র :

স্তম্ভচিত্রে গুণবাচক বর্গের পরিসংখ্যার সমানুপাতিক ভাবে একাধিক স্তম্ভ বিচ্ছিন্নভাবে ভূমির ওপর (X-Axis) অঙ্কন করা হয়ে থাকে। এই স্তম্ভগুলি একে অপরের সাথে সমদূরত্বে এবং সমপ্রশস্তে অঙ্কিত হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে অনুভূমিক অক্ষে কোনো পরিমাপক (Scale) থাকে না। কিন্তু, উল্লম্বী অক্ষে বর্গের পরিসংখ্যা মাপক মাপনী (Scale) থাকে। একটি পরিসংখ্যা বন্টন সারণী থেকে স্তম্ভ চিত্র অঙ্কন করে বিষয়টি দেখানো যেতে পারে।

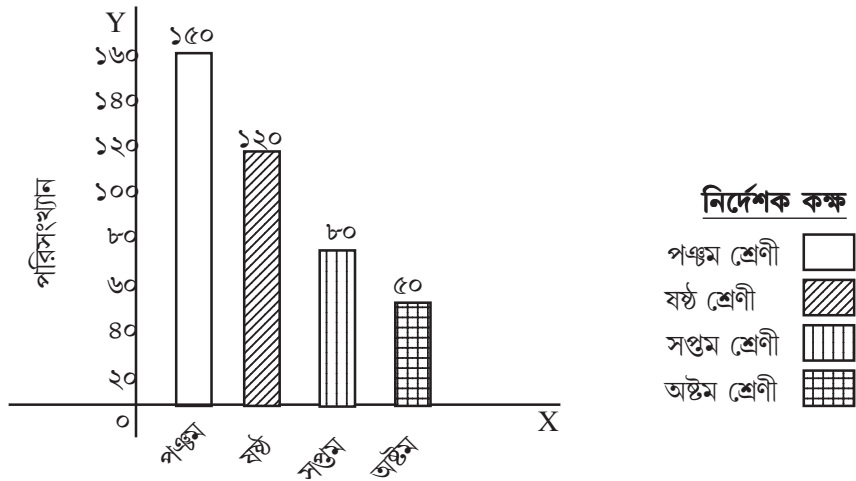
কোনো একটি বিদ্যালয়ে পঞ্চম থেকে অষ্টম শ্রেণীর ছাত্র সংখ্যা হল নিম্নরূপ :

শ্রেণী	পঞ্চম	ষষ্ঠ	সপ্তম	অষ্টম	সমষ্টি
ছাত্রসংখ্যা	১৫০	১২০	৮০	৫০	৪০০

এই পরিসংখ্যা বন্টনটির স্তম্ভ চিত্র অঙ্কন করতে হলে প্রথমে ছক কাগজে দুটি অক্ষ অঙ্কন করতে হবে। ভূমিতে (Abscissa) শ্রেণী এবং উল্লম্বী অক্ষে (Ordinate) ছাত্রসংখ্যা দেখাতে হবে। এখন শ্রেণী সংখ্যা চারটি (৪) হওয়ায় ছক কাগজে চারটি কক্ষ দেখাতে হবে, এছাড়া, পরিসংখ্যার সর্বোচ্চমান ১৫০ হওয়ায় Y-অক্ষে ১৫০ দেখাতে হবে। X-অক্ষ এবং Y-অক্ষ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ছক কাগজে প্রাপ্তব্য ক্ষেত্র মাথায় রাখতে হবে। এক্ষেত্রে বিবেচ্য বিষয়গুলি হল স্তম্ভ চিত্রের ওপরে চিত্র পরিচায়ক একটি শিরোনাম (Title) দিতে হবে, চিত্রের নীচের দিকে শ্রেণীর নাম লেখার জায়গা রাখতে হবে, চিত্রের বাম দিকে Y-অক্ষের পরিমাপক (Scale) লিখতে হবে, চিত্রের ডানদিকে প্রাস্তছাড় দিতে হবে, এছাড়া, চিত্রের দক্ষিণ পূর্ব দিকে একটি নির্দেশক কক্ষ (Reference Box) দিতে হবে।

চিত্র নং — ১

পঞ্চম - অষ্টম শ্রেণীর ছাত্রদের পরিসংখ্যা প্রদর্শক স্তম্ভচিত্র



Y-অক্ষ : একটি ক্ষুদ্র বর্গ ক্ষেত্র = ২ একক

এখানে চিত্রটি আঁকার জন্য ১ সেন্টিমিটারের ৯টি ঘর নেওয়া হল চারটি শ্রেণী এবং শ্রেণী ছাড় দেখানোর জন্য (X-অক্ষ)। সর্বোচ্চ পরিসংখ্যা ১৫০ দেখানোর জন্য Y-অক্ষে ১ সেন্টিমিটারের ২টি ঘর নেওয়া হল। প্রতি সেন্টিমিটার বর্গক্ষেত্র ১০ মিলিমিটারে বিভক্ত থাকে। ঐ ১০ মিলিমিটার প্রতি ২০ একক পরিসংখ্যা দেখানো হল। এখন প্রতি শ্রেণীর পরিসংখ্যার অবস্থান Y-অক্ষ সাপেক্ষে নির্ধারণ করে চারটি স্তম্ভ অঙ্কন করা হল। বোঝার সুবিধার্থে প্রতি স্তম্ভের মাথায় পরিসংখ্যা উল্লেখ করা হল। এছাড়া, প্রতিস্তম্ভকে আলাদা শ্রেণী নির্দেশক হিসাবে দেখানোর জন্য বিভিন্ন নকশায় পূরণ করা হল। নির্দেশক কক্ষ অন্তর্ভুক্ত করে প্রতি স্তম্ভের সংকেত উল্লেখ করা হল। এই চিত্রের স্তম্ভগুলির পার্থক্য প্রদর্শনের জন্য বিভিন্ন রঙ দ্বারাও ভরা যেতে পারে। এই রূপ স্তম্ভ চিত্রে এক বর্গের

(শ্রেণী) সাথে অন্যান্য বর্গের (শ্রেণীর) তুলনা করা যায়। এছাড়া, বহুস্তম্ভ চিত্র (Poly bar) অঙ্কন করে দুই বা ততোধিক বর্গের সাথে অপর বর্গ গোষ্ঠীর তুলনা করা যেতে পারে। যেমন, কোনো এক বছরের ধান, গম ও পাট উৎপাদনের সাথে অন্য কোনো বছরের ধান, গম ও পাট উৎপাদনের (পরিমাণ) তুলনা করা যেতে পারে। এক্ষেত্রে, দুই বছরের স্তম্ভের মধ্যে একটা ফাঁক রাখতে হয় ভিন্নতা প্রদর্শনের জন্য।

আয়ত লেখ ও পরিসংখ্যা বহুভুজ :

পরিমাণ বাচক অবিচ্ছিন্ন চলের উপাত্তসমূহের (Data) পরিসংখ্যা বন্টন আয়ত লেখ ও পরিসংখ্যা বহুভুজ দ্বারা প্রদর্শন করা হয়ে থাকে। আয়ত লেখ (Histogram) স্তম্ভ চিত্র সদৃশ দেখতে হলেও মূলগত পার্থক্য থাকে। স্তম্ভ চিত্রে স্তম্ভগুলি একে অপর থেকে পৃথক হয়, কিন্তু আয়ত লেখতে স্তম্ভগুলি (Bar) একে অপরের সাথে সম্পর্কায়িত থাকে। এক্ষেত্রে X-অক্ষের একটি পরিমাপক অন্তর্ভুক্ত থাকে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে দুটি অক্ষই পরিমাপক অন্তর্ভুক্ত থাকে। এক্ষেত্রে Y-অক্ষের দৈর্ঘ্য X-অক্ষের সাথে আনুপাতিক সম্পর্কে নির্ধারিত হয়ে থাকে। শ্রেণী সংখ্যা এবং শ্রেণী পরিসর সাপেক্ষে ছক কাগজে X-অক্ষ অঙ্কন করতে হয়। তারপর, X-অক্ষ অনুপাত Y-অক্ষ = ৪ : ৩ এই নিয়মে Y-অক্ষ গঠন করতে হয়। অতঃপর X-অক্ষে শ্রেণী এবং Y-অক্ষে পরিসংখ্যা বিন্যাস করে প্রতি শ্রেণীর পরিসংখ্যা অনুযায়ী ঐ শ্রেণীর আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করতে হয়। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, প্রতি আয়তক্ষেত্র সংশ্লিষ্ট শ্রেণীর দুই সীমার ওপর অঙ্কিত হয়। এই সূত্রে আয়তক্ষেত্রগুলি একে অপরের লাগোয়া হয়ে আয়ত লেখটি গঠিত হয়ে থাকে। এখন, একটি পরিসংখ্যা বন্টন থেকে আয়ত লেখ অঙ্কন করা যাক।

পরিসংখ্যা বন্টনটি হল নিম্নরূপ :

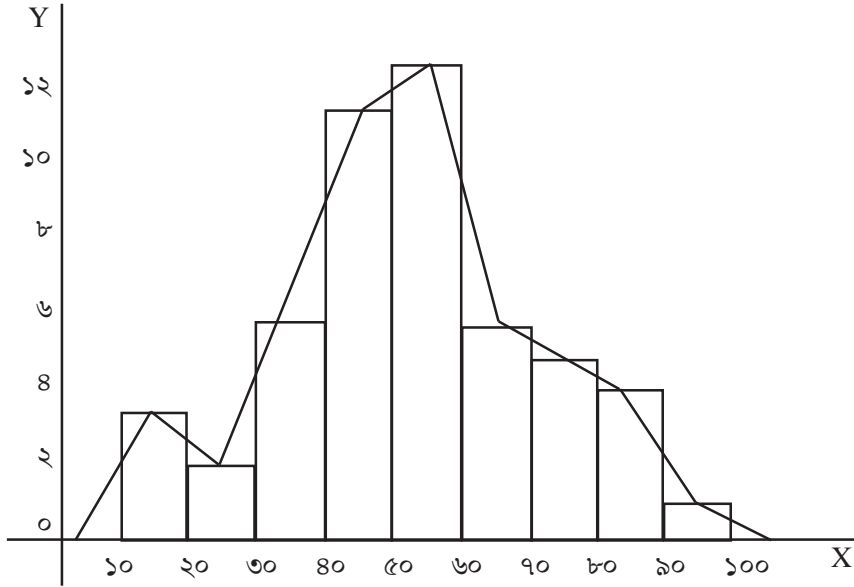
সারণী—৩

শ্রেণী	১০-১৯	২০-২৯	৩০-৩৯	৪০-৪৯	৫০-৫৯	৬০-৬৯	৭০-৭৯	৮০-৮৯	৯০-৯৯
পরিসংখ্যা	৩	২	৬	১১	১২	৬	৫	৪	২

এক্ষেত্রে শ্রেণী সংখ্যা হয় ৯ এবং শ্রেণী পরিসর হয় ১০, অতএব X-অক্ষে কমপক্ষে $৯ \times ১০ = ৯০$ টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র দরকার। এছাড়া, প্রথম শ্রেণীর আগে এবং শেষ শ্রেণীর পরে একটু ফাঁক রাখার জন্য কিছু জায়গা চাই। এই হিসাবে $৯০ + ১০ + ১০ = ১১০$ টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র নিয়ে X-অক্ষ অঙ্কন করা হল। প্রতি শ্রেণীসীমা নির্দিষ্ট করা হল। শ্রেণীগুলি লাগোয়া করার জন্য প্রতি শ্রেণীর উচ্চসীমাকে পরবর্তী শ্রেণীর নিম্নসীমার সমান করা হল। এই প্রক্রিয়ায় দশমিক জাত ভ্রম ও অসুবিধা দূর করা যায়। এখন X-অক্ষের প্রকৃত দৈর্ঘ্য ৯০ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র হওয়ায় $৪ : ৩$ অনুপাতে Y-অক্ষের দৈর্ঘ্য হয় $= ৯০ \times ৩/৪ = ৬৭.৫$ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র। কিন্তু সর্বোচ্চ পরিসংখ্যা (Frequency) ১২ হওয়ায় ৬৫.৫ এর কাছাকাছি ১২'র গুণিতক ৬০-কে গ্রহণ করে Y-অক্ষের দৈর্ঘ্য ৬০ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র নেওয়া হল। এখন উল্লিখিত নিয়মে আয়ত লেখটি অঙ্কন করা হল।

চিত্র-২

প্রদত্ত পরিসংখ্যা বন্টনের আয়তলেখ



X — অক্ষ : ১ একক = ১ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র

Y — অক্ষ : ১ একক = ৫ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র

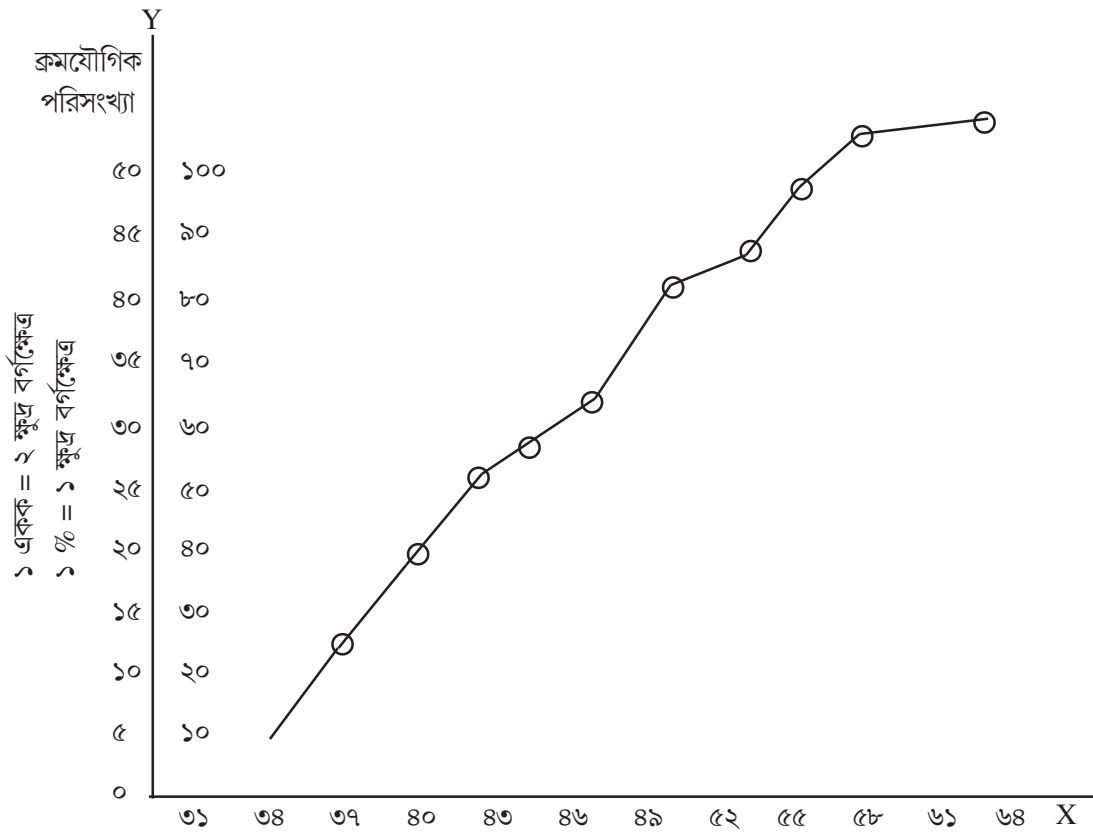
এই চিত্রে দুটি অক্ষে দুটি পরিমাপক পরিদৃষ্ট হয়। এই চিত্রের ওপর পরিসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon) অঙ্কন করা যায়। এ উদ্দেশ্যে প্রতি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষ মধ্য বিন্দু (Mid Point) নির্দিষ্ট করে একটি স্কেল দিয়ে এক বিন্দুর সাথে অপর বিন্দু ক্রমশ যুক্ত করলেই উদ্দিষ্ট চিত্রটি পাওয়া যায়। আয়ত লেখ'র ওপর এই প্রক্রিয়ায় পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। তবে, আয়ত লেখ অঙ্কন না করে সরাসরি পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা যায়। সেক্ষেত্রে প্রতি শ্রেণীর পরিসংখ্যা ঐ শ্রেণীর মধ্য বিন্দুর ওপর চিহ্নিত করে পরিসংখ্যাগত অবস্থান নির্দেশক বিন্দুগুলি একে অপরের সাথে ক্রমান্বয়ে সংযুক্ত করলে পরিসংখ্যা বহুভুজটি অঙ্কিত হয়ে থাকে। পরিসংখ্যা বহুভুজ সরাসরি অঙ্কন করলে বহুভুজটি অনুভূমিক রেখার সাথে বন্ধ হলে দেখতে ভাল হয়। কিন্তু এ বিষয়ে সতর্কতা অবলম্বন করতে হয় যাতে বহুভুজ প্রকৃত শ্রেণীর বা প্রদত্ত শ্রেণীর পূর্ব এবং পরবর্তী শ্রেণীর মধ্যবিন্দুতে ছেদ করে। দুই সমান নমুনার মধ্যে কোনো বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে তুলনা করার জন্য এই চিত্র কার্যকরী হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে এক পরিসংখ্যা বহুভুজের ওপর আর এক পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করে দুই চিত্রের মধ্যে তুলনা করা হয়।

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র :

পরিমাণ বাচক অবিচ্ছিন্ন উপাত্ত লেখচিত্র দ্বারা প্রদর্শন করার আর এক উপযোগী প্রক্রিয়া হল ক্রম যৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র গঠন। আয়ত লেখ বা পরিসংখ্যা বহুভুজ গঠন প্রক্রিয়ার সাথে এই চিত্র গঠনের পার্থক্য থাকে। X-অক্ষ গঠন একই ধরনের হলেও Y-অক্ষ ভিন্ন ধরনের হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে Y-অক্ষ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ অনুসারে গঠন করা হয়ে থাকে। এছাড়া, আর এক বিশেষ পার্থক্য হল এই চিত্রে প্রতি শ্রেণীর উচ্চসীমায় ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (%) গত অবস্থান বিন্দু দ্বারা চিহ্নিত করা হয়ে থাকে। অতঃপর ঐ বিন্দুগুলি একে অপরের সাথে ক্রমান্বয়ে সংযুক্ত করে উদ্দিষ্ট চিত্রটি গঠন করা হয়। পূর্বে প্রদর্শিত পরিসংখ্যা বণ্টন সারণী-১ থেকে এই চিত্রটি অঙ্কন করা হল।

চিত্র নং—৩

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (%) লেখচিত্র



১ একক = ৪ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র

এই পরিসংখ্যা বণ্টন সারণীতে শ্রেণী সংখ্যা থাকে ১১। এবং ১১ এবং শ্রেণী পরিসর থাকে ৩, অতএব $১১ \times ৩ = ৩৩$ টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র নিয়ে X-অক্ষ দেখানো যায়। কিন্তু, সেক্ষেত্রে চিত্রটি অতি ক্ষুদ্র হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। অতিক্ষুদ্র চিত্র দেখার ক্ষেত্রে অসুবিধা জনক হয়। এছাড়া, ছক কাগজে যথেষ্ট জায়গা থাকায় ঘর সংখ্যা চার গুণ বাড়িয়ে $৩৩ \times ৪ = ১৩২$ নেওয়া হল। এছাড়া, প্রথমে এবং শেষে কিছু ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র নেওয়া হল। এছাড়া, প্রথমে এবং শেষে কিছু ক্ষুদ্র বর্গ ক্ষেত্র নেওয়া হল। এক্ষণে $৪ : ৩$ নিয়মে Y-অক্ষ দৈর্ঘ্য হল $১৩২ \times ৩/৪ = ৯৯$ টি ক্ষুদ্র বর্গ ক্ষেত্রে। কিন্তু, সর্বোচ্চ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ৫০ হওয়া এবং সর্বোচ্চ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ ১০০ হওয়ায় ৯৯ এর সাথে আর ১টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র নিয়ে মোট ১০০টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র নেওয়া হল। এর ফলে ১ একক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ২টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র দিয়ে দেখানো হল, এবং ১ একক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ ১টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র দ্বারা দেখানো হল। Y-অক্ষে শ্রেণী পরিসরের নির্ণয় করে বৃত্তে প্রদর্শন করতে হয়। তবে প্রতি বৃত্তাংশে শতাংশ মান দেখানো হয়ে থাকে। এছাড়া, প্রতি বৃত্তাংশকে আলাদা ভাবে দেখানোর জন্য রঙ বা নকশা দ্বারা ভরা হয়ে থাকে। এখন পূর্বে প্রদত্ত ২ নং সারণী থেকে বৃত্ত চিত্র অঙ্কন করে দেখানো হল।

এই সারণীতে বিভিন্ন শ্রেণীর ছাত্র সংখ্যার শতাংশ ও কৌণিক মান হয় নিম্নরূপ :

শ্রেণী	ছাত্রসংখ্যা	শতাংশ	কৌণিক মান
পঞ্চম	১৫০	৩৭.৫	১৩৫°
ষষ্ঠ	১২০	৩০.০	১০৮°
সপ্তম	$\frac{৮০}{\times}$	২০.০	৭২°
অষ্টম	৫০	১২.৫	৪৫°
সমষ্টি	৪০০	১০০.০	৩৬০°

$$* \text{ শতাংশ} = \frac{\text{ছাত্র সংখ্যা} \times (((}{\text{সমষ্টি}}$$

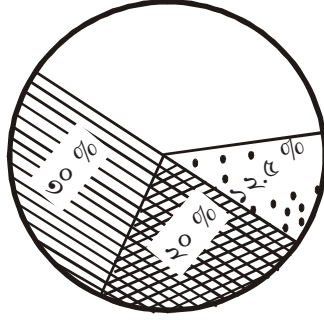
$$** \text{ কৌণিক মান} = \text{শতাংশ} \quad \text{বা, শতাংশ} \quad ৩.৬^\circ$$

এখন পেনসিল কম্পাস দিয়ে একটা বৃত্ত অঙ্কন করে, চাঁদার সাহায্যে বৃত্তের মধ্যে উল্লিখিত কৌণিক ক্ষেত্রগুলি দেখানো হল।

চিত্র নং—৪

ছাত্রসংখ্যার বৃত্ত চিত্র

নির্দেশ কক্ষ



প্রতি কৌণিক ক্ষেত্রের শতাংশ মান দেখানো হয়েছে, এবং বিভিন্ন নকশার সাহায্যে প্রতি কৌণিক ক্ষেত্রকে আলাদা করে দেখানো হয়েছে। এছাড়া, প্রতি নকশার অর্থবোধক নির্দেশ কক্ষ দেওয়া হয়েছে বৃত্ত চিত্রটি অতি সহজবোধ্য করার জন্য।

প্রবণতা চিত্র :

কোনো গুণবাচক বর্গের নির্দিষ্ট কালগত (Periodic) পরসংখ্যা বা প্রাপ্তাঙ্ক বিন্যাস থেকে ঐ বর্গের একটি দিক নির্দেশ করার ক্ষেত্রে প্রবণতা চিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। যেমন, পাঁচ বৎসরব্যাপী জাতীয় আয়ের পরিমাণ, দশ বৎসরব্যাপী বৃষ্টিপাতের পরিমাণ, মৎস্য চাষ, কৃষি উৎপাদন, অপরাধ সংঘটন ইত্যাদির প্রবণতা নির্দেশের জন্য এই চিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে X-অক্ষ সময়কাল সন্নিবেশ করতে হয়, এবং Y-অক্ষে ১ একক ৪টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র দ্বারা দেখানো হল। অতঃপর প্রতি শ্রেণীর উচ্চসীমায় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (%) অনুযায়ী বিন্দু স্থাপন করা হল, এবং বিন্দুগুলি একে অপরের সাথে সংযুক্ত করে উদ্দিষ্ট লেখচিত্রটি অঙ্কন করা হল। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, Y-অক্ষের বামদিকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ডানদিকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ দেখানো হলেও, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ অনেক সময় X-বিন্দুর ওপর একটি লম্ব (Y-অক্ষের সমান্তরাল) টেনে ঐ রেখায় দেখানো হয়ে থাকে। এই চিত্র আকারগত দিক থেকে “S” এর মতো হওয়ায় S-চিত্র বা অজিভ (Ogive) নামে অভিহিত হয়ে থাকে। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ অনুসারে গঠিত হলে এই চিত্র থেকে কোনো প্রাপ্তাঙ্কের শতাংশ ক্রম (Percentile rank) এবং কোনো শতাংশ ক্রমের প্রাপ্তাঙ্ক (Score) নির্দেশ করা যায়। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, নিম্নসীমার ওপরেও এই চিত্র অঙ্কন করা যায়, সেক্ষেত্রে চিত্রটি দক্ষিণ পূর্ব থেকে উত্তর পশ্চিমে প্রসারিত হয়ে থাকে। তবে চিত্রদ্বয় সদৃশ হয় এবং একটা সংবাদ বহন করে থাকে। কার্যত বেশির ভাগ ক্ষেত্রেই উচ্চসীমার ওপরেই এই চিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে।

অনুশীলনী - ৪

- ১। স্তম্ভচিত্র কী?
 - ২। আয়ত লেখ কাকে বলে?
 - ৩। আয়ত লেখ এবং পরিসংখ্যা বহুভুজের মধ্যে অঙ্কনগত পার্থক্য কী?
 - ৪। পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনে কী সুবিধা পাওয়া যায়?
 - ৫। আয়ত লেখ ও পরিসংখ্যা বহুভুজ থেকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা চিত্রের মূল পার্থক্য কী?
 - ৬। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ চিত্রের উপযোগিতা কী?
 - ৭। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র অজিভ (Ogive) নামে পরিচিত থাকে কেন?
-

৩.৪.২ অন্যান্য লেখচিত্র

ওপরে আলোচিত লেখচিত্র ছাড়া আর যে লেখ চিত্রাবলীর ব্যবহার দেখা যায় সেগুলি হল বৃত্ত চিত্র (Pie chart) এবং প্রবণতা চিত্র (Trend chart)।

বৃত্ত চিত্র :

গুণবাচক চলের বিভিন্ন বর্গের পরিসংখ্যা বা প্রাপ্তাঙ্কের আপেক্ষিক অবস্থান দেখানোর জন্য বৃত্ত চিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। এই উদ্দেশ্যে পরিসংখ্যা বা প্রাপ্তাঙ্কের শতাংশ নির্ণয় করতে হয়। অতঃপর শতাংশকে বৃত্তের ৩৬০° কোণের সমানুপাতে দেখানো হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে ১০০%-কে ৩৬০° ধরে বিভিন্ন বর্গের শতাংশের কৌণিক মান পরিসংখ্যা বা প্রাপ্তাঙ্ক প্রদর্শন করতে হয়। অতঃপর প্রতি বর্গের পরিসংখ্যা বা প্রাপ্তাঙ্ক অনুযায়ী ঐ বর্গের অবস্থানে বিন্দু বসাতে হয়। এইভাবে প্রতি বর্গের পরিসংখ্যান গত বিন্দু স্থাপন করে বিন্দুগুলি একে অপরের সাথে সংযুক্ত করলে উদ্দিষ্ট প্রবণতা চিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। এখন একটি তথ্য সারণী থেকে প্রবণতা চিত্র অঙ্কন করে দেখানো হল।

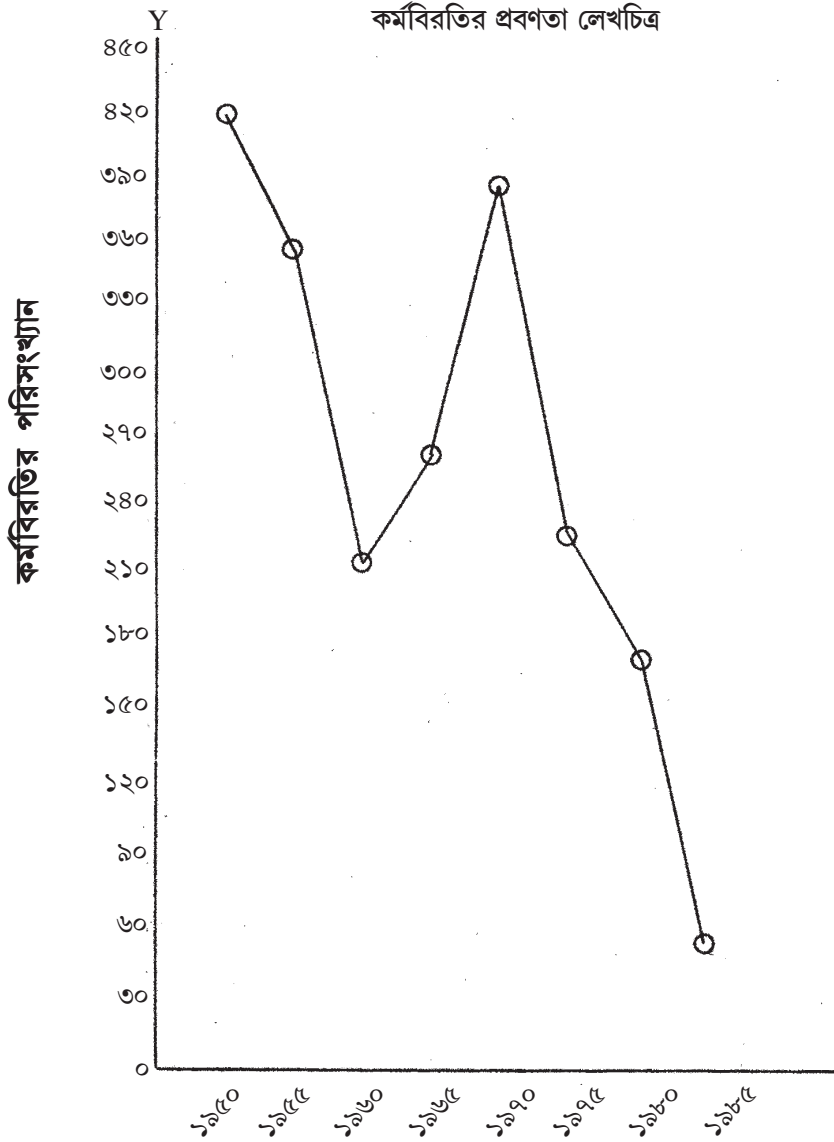
সারণী নং—৪

৮টি বৎসরের কর্ম বিরতি সারণী

বৎসর	কর্ম বিরতি সংখ্যা
১৯৫০	৪২৪
১৯৫৫	৩৬৩
১৯৬০	২২২
১৯৬৫	২৬৮
১৯৭০	৩৮১
১৯৭৫	২৩৫
১৯৮০	১৮৭
১৯৮৫	৫৪

এক্ষেত্রে X-অক্ষ সমদূরত্বে উল্লিখিত ৮টি বৎসর দেখানো হল এবং Y অক্ষে কর্ম বিরতির সর্বোচ্চ সংখ্যা দেখানো হল। অতঃপর প্রতি বৎসরের কর্মবিরতি সংখ্যা অনুযায়ী বিন্দু স্থাপন করে বিন্দুগুলি সংযুক্ত করে উদ্দিষ্ট প্রবণতা চিত্রটি অঙ্কন করা হল।

চিত্র নং — ৪



Y-অক্ষ : ১ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র = ৩ একক

এই চিত্রে X-অক্ষ প্রতি বৎসরকে ১০টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রের মাধ্যমে দেখানো হয়েছে। Y-অক্ষের প্রতি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রের মাধ্যমে ৩ একক কর্মবিরতি দেখানো হয়েছে। এই চিত্রে দেখা যাচ্ছে যে ১৯৫০ সাল থেকে কমতে শুরু করে ১৯৬০ সাল থেকে কর্মবিরতি উর্ধ্বমুখী হয়েছে আবার ১৯৭০ সাল থেকে ১৯৮৫ সাল পর্যন্ত নিম্নমুখী হয়ে থাকে। সুতরাং কর্মবিরতির উত্থান পতন দেখা যাচ্ছে। কোনো নির্দিষ্ট প্রবণতা দেখা যাচ্ছে না। তবে, সময়কালীন তুলনা করার ক্ষেত্রে এই চিত্রের বিশেষ ভূমিকা থাকে।

অনুশীলনী - ৫

- ১। বৃত্ত চিত্রে কৌণিক মান নির্ণয়ের সূত্র কী?
- ২। বৃত্ত চিত্র অঙ্কন করতে হলে কী কী জ্যামিতিক উপাদান (Instrument) প্রয়োজন হয়?
- ৩। প্রবণতা চিত্র কখন অঙ্কন করা হয়?

৩.৪.৩ পরিমাপের বিভিন্ন স্তর ও বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র

বৈজ্ঞানিক গবেষণার এক বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ দিক হল পরিমাপ। পর্যবেক্ষিত ঘটনা তা বৈশিষ্ট্য ইত্যাদির পরিমাপ করা হয়ে থাকে। এই পরিমাপ গুণবাচক (Qualitative) এবং পরিমাণগত (Quantitative) হয়ে থাকে। গুণবাচক পরিমাপ বলতে বোঝায় বৈশিষ্ট্যাবলীর বর্গীকরণ (Categorization) এবং পরিমাণ গত পরিমাপ বলতে বোঝায় পর্যবেক্ষিত বৈশিষ্ট্যের ওপর সংখ্যা আরোপন। এই পরিমাপ বিভিন্ন পরিমাপক (Scale) দ্বারা করা হয়ে থাকে। এ প্রসঙ্গে চারটি পরিমাপকের উল্লেখ করা হয়ে থাকে—নামিক পরিমাপক (Nominal Scale), ক্রমনির্দেশক পরিমাপক (Ordinal Scale), সম প্রসারী পরিমাপক (Interval Scale) এবং সমানুপাতিক পরিমাপক (Ratio Scale)।

নামিক পরিমাপকের দ্বারা ব্যক্তি, বস্তু, ঘটনা ইত্যাদির বৈশিষ্ট্য বর্গীকরণ করা হয়ে থাকে। এই বর্গগুলি স্বয়ংসম্পূর্ণ এবং একে অপর থেকে পৃথক হয়ে থাকে। শিক্ষা, ধর্ম, লিঙ্গ, আবাসস্থল প্রভৃতি ভেদে ব্যক্তির বর্গ ভেদ এবং পরিমাপের উদাহরণ।

ক্রম নির্দেশক পরিমাপকের দ্বারা ব্যক্তি, বস্তু ও ঘটনাকে বৈশিষ্ট্য বিচারে উর্ধ্ব অধঃ ক্রমে শ্রেণী বিভক্ত করা হয়ে থাকে। যেমন, বিদ্যমানতার বিচারে ব্যক্তিদের নিম্নবিত্ত, মধ্যবিত্ত ও উচ্চবিত্ত ক্রমে শ্রেণী বিভক্ত করা যায়। এক্ষেত্রে এক শ্রেণীর সঙ্গে অপর শ্রেণীর তুলনা করা যায়। সমপ্রসারী পরিমাপকে পরিমাণগত অবিচ্ছিন্ন বৈশিষ্ট্য নিরবচ্ছিন্ন ভাবে সমান্তর শ্রেণীতে বিভক্ত থাকে। এই পরিমাপক শূন্য হয় একটি '০' (Zero), থেকে, যদিও এটি কোনো প্রকৃত মান হয় না। এই পরিমাপকের দ্বারা একে অপরের থেকে কত বেশি বা কম তা নির্ধারণ করা যায়। যেমন, ফারেনহাইট থার্মোমিটার ব্যবহারে উষ্ণতা হ্রাস বৃদ্ধি নির্দেশ করা যায়।

সমানুপাতিক পরিমাপক প্রকৃত শূন্য (০) দিয়ে শুরু হয়, এবং বাকীটা সমপ্রসারী পরিমাপকের ন্যায় হয়ে থাকে। এই পরিমাপক দিয়ে আয়, ওজন, উচ্চতা ইত্যাদি মাপা যায়। এক্ষেত্রে একজন অপর জনের কত গুণ বেশি ভারী, কত গুণ বেশি রোজগারী ইত্যাদি পরিমাপ করা যায়। তথ্যাবলীর পরিমাপগত স্তর অনুযায়ী পরিসংখ্যান পদ্ধতির

প্রয়োগ নির্ধারিত হয়ে থাকে। লেখচিত্র পদ্ধতি প্রয়োগ ও উল্লিখিত পরিমাপক স্তর দ্বারা নির্ধারিত হয়ে থাকে। নামিক এবং ক্রমনির্দেশক পরিমাপক অন্তর্ভুক্ত তথ্যাবলী প্রদর্শনের ক্ষেত্রে স্তম্ভ চিত্র, প্রবণতা চিত্র এবং বৃত্ত চিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। আবার, সমপ্রসারী ও সমানুপাতিক পরিমাপকে অন্তর্ভুক্ত তথ্যাবলী প্রদর্শনে আয়ত লেখ পরিসংখ্যা বহুভুজ ও অর্জিত অঙ্কন করা হয়ে থাকে। অতএব, লেখচিত্র অঙ্কনের পূর্বে সংশ্লিষ্ট তথ্যাবলীর পরিমাপকগতদিক বিবেচ্য হয়ে থাকে।

অনুশীলনী - ৬

- ১। গুণ বাচক পরিমাপ কাকে বলে?
- ২। পরিমাণ গত পরিমাপ কাকে বলে?
- ৩। স্তম্ভ চিত্র ও বৃত্ত চিত্র কোন ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়?
- ৪। আয়ত লেখ এবং পরিসংখ্যা বহুভুজ কোন ক্ষেত্রে অঙ্কন করা হয়?

৩.৪.৪ লেখ চিত্রের অপব্যবহার

লেখ চিত্রাবলী সংগৃহীত সংখ্যাগত তথ্যকে সহজে অর্থবহু এবং স্বজ্ঞাপক (Self expressive) করার সহায়ক হলেও, কিছু ক্ষেত্রে তথ্যাবলীর বিকৃত অর্থ প্রদর্শনেও ব্যবহৃত হয়ে থাকে। এই বিকৃতি বা অপ ব্যবহার মূলত দুই সূত্রে ঘটে থাকে।

১। Y-অক্ষের অবস্থান না দেখিয়ে চিত্রটির প্রকৃত উর্ধ্ববিস্তার ছোট করে দেখানো হয়ে থাকে। এর ফলে, প্রতিবেদিত ঘটনার প্রকৃত অর্থ প্রকাশিত হয় না। সাধারণ মানুষকে এবং বেশ কিছু ক্ষেত্রে শিক্ষিত মানুষকেও এই প্রক্রিয়ায় ঠকানো হয়ে থাকে।

২। ৪ : ৩ নিয়ম না অনুসরণ করেও তথ্যের অর্থ বিকৃতি ঘটানো হয়ে থাকে। এক্ষেত্রেও Y-অক্ষকে X-অক্ষ থেকে বাড়িয়ে বা কমিয়ে বিকৃতি ঘটানো হয়ে থাকে। যেমন, বয়স্ক শিক্ষার হারকে বেশি করে দেখানোর জন্য Y-অক্ষকে বাড়িয়ে দিয়ে লেখচিত্রের উচ্চতা বাড়িয়ে দেওয়া হয়। আবার, অপরাধমূলক ঘটনার হার কমিয়ে দেখানোর জন্য Y-অক্ষকে ছোট করে অপরাধ সংক্রান্ত লেখ চিত্রের উচ্চতা ছোট করে দেখানো হয়ে থাকে।

অনুশীলনী - ৭

- ১। লেখ চিত্রের Y-অক্ষের উল্লেখ না করলে কী ফল হয়?
- ২। ৪ : ৩ নিয়ম অনুসরণ না করে কীভাবে তথ্য বিকৃতি ঘটানো হয়ে তাকে।
- ৩। লেখ চিত্র দর্শনে সতর্কতা অবলম্বনের দিকগুলি কী?

৩.৫ সারাংশ

গবেষণায় সংগৃহীত তথ্যাবলী অর্থবহ করার জন্য তথ্যাবলী সুবিন্যস্ত এবং স্বজ্ঞাপক করার দরকার হয়। এই উদ্দেশ্যে প্রথমে তথ্যাবলীর গোষ্ঠীবন্ধকরণ করা হয়ে থাকে। গোষ্ঠীবন্ধকরণ প্রক্রিয়ায় তথ্যাবলীকে পরিসংখ্যা বন্টন সারণী, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বন্টন সারণী ইত্যাদিতে প্রকাশ করা হয়। কিন্তু, সংখ্যা নির্ভর সারণী সহজবোধ্য হয় না। বিশেষ করে সাধারণ মানুষের কাছে সারণী দুর্বোধ্য হয়ে থাকে। তাই, তথ্যাবলীকে সহজবোধ্য ও স্বজ্ঞাপক করার জন্য বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। তথ্যাবলী পরিমাপকের স্তর অনুযায়ী এই লেখ চিত্র অঙ্কন করা হয়। নামিক এবং ক্রমনির্দেশক পরিমাপক দ্বারা পরিমেয় তথ্যাবলী প্রদর্শনের জন্য স্তম্ভচিত্র, প্রবণতা চিত্র ও বৃত্তচিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে। আবার, সমপ্রসারী ও আনুপাতিক পরিমাপক দ্বারা পরিমেয় তথ্যাবলী প্রদর্শনের জন্য আয়ত লেখ, পরিসংখ্যা বহুভুজ ও অর্জিত অঙ্কন করা হয়ে থাকে। তবে, লেখ চিত্র দ্বারা অনেক সময় তথ্যের অপলাপ বা প্রবঞ্ছনা করা হয়ে থাকে। লেখ চিত্র গঠনে ‘৪ : ৩ নিয়ম’ না মেনে এবং Y-অক্ষে ‘০’ অবস্থান না দেখিয়ে লেখ চিত্রের অপব্যবহার করা হয়ে থাকে।

৩.৬ অনুশীলনী

- ১। কোনো প্রাপ্তাঙ্ক বন্টনে শ্রেণী পরিসর দ্বারা কীভাবে শ্রেণী সংখ্যা নির্ণয় করা হয়?
- ২। লেখ চিত্র অঙ্কনের উপযোগিতা কী?
- ৩। স্তম্ভচিত্র ও আয়ত লেখের মধ্যে পার্থক্য কী?
- ৪। নামিক ও ক্রম নির্দেশক পরিমাপকের মধ্যে সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য উল্লেখ করুন।
- ৫। সম প্রসারী ও সমানুপাতিক পরিমাপকের মধ্যে সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য উল্লেখ করুন।
- ৬। ৩নং সারণী থেকে সরাসরি বহুভুজ অঙ্কন করুন।

৩.৭ উত্তর সংকেত

- ১। প্রাপ্তাঙ্ক বন্টনের সর্বোচ্চ প্রাপ্তাঙ্কের থেকে সর্বনিম্ন প্রাপ্তাঙ্ক বিয়োগ করে, বিয়োগ ফলের সাথে ১ যোগ করে প্রসার নির্ণয় করা হয়।
- ২। কোনো পরিসংখ্যা বন্টনের শ্রেণী পরিসর অযুগ্ম এবং ছোট সংখ্যা হওয়া দরকার।
- ৩। কোনো পরিসংখ্যা বন্টনের শ্রেণীগুলি একে অপরের থেকে পৃথক ও স্বয়ংসম্পূর্ণ হওয়া দরকার। অর্থাৎ, কোনো এক শ্রেণীর উচ্চসীমা ও পরবর্তী শ্রেণীর নিম্নসীমার মধ্যে পার্থক্য থাকা দরকার।
- ৪। কোনো শ্রেণীর উচ্চসীমা ও নিম্নসীমার যোগফলকে ২ দ্বারা ভাগ করলে ঐ শ্রেণীর মধ্যমান পাওয়া যায়।

৫। কোনো শ্রেণীর নিম্নসীমার থেকে .৫ একক বিয়োগ করে এবং উচ্চসীমার সাথে .৫ একক যোগ করলে ঐ শ্রেণীর প্রকৃত সীমা পাওয়া যায়।

৬। কোনোকুনি কাটা খাড়া আঁকের পরিসংখ্যাগত মান হয় ৫।

৭। কোনো শ্রেণীতে প্রাপ্তাঙ্কের মোট সংখ্যা হল ঐ শ্রেণীর পরিসংখ্যা।

অনুশীলনী — ২

১। প্রথম শ্রেণীর পরিসংখ্যাই ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা।

২। পূর্ব শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার সাথে সংশ্লিষ্ট শ্রেণীর পরিসংখ্যা যোগ করলে ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করা যায়।

৩। কোনো শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে পরিসংখ্যা সমষ্টি দ্বারা ভাগ করে ১০০ দ্বারা গুণ করলে ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ নির্ণীত হয়।

৪। কোনো প্রাপ্তাঙ্কের শতাংশ ক্রম এবং কোনো শতাংশ ক্রমের প্রাপ্তাঙ্ক নির্ণয়ে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতাংশ ব্যবহৃত হয়ে থাকে।

অনুশীলনী — ৩

১। লেখ চিত্রের দুটি অক্ষের নাম অনুভূমিক অক্ষ ও উল্লম্বী অক্ষ।

২। লেখ চিত্রের অনুভূমিক অক্ষের সাথে উল্লম্বী অক্ষের অনুপাত হল ৪ : ৩।

৩। লেখ চিত্রে '০' অবস্থানের ডানদিক হল X-অক্ষের ধনাত্মক এবং বামদিক হল ঋণাত্মক। আবার, '০' অবস্থানের ওপর দিক হল Y-অক্ষের ধনাত্মক এবং নীচের দিক হল ঋণাত্মক।

অনুশীলনী — ৪

১। গুণবাচক বর্গের পরিসংখ্যার সমানুপাতিকভাবে ভূমির ওপর বিচ্ছিন্নভাবে অঙ্কিত একাধিক স্তম্ভকে স্তম্ভ চিত্র বলে।

২। পরিমাণ বাচক অবিচ্ছিন্ন চলের উপাস্তসমূহের পরিসংখ্যার সমানুপাতিক ভাবে অঙ্কিত লাগোয়া আয়ত ক্ষেত্রগুলির সমন্বিত চিত্রকে আয়ত লেখ বলে।

৩। আয়ত লেখ কোনো শ্রেণীর দুই সীমার ওপর অঙ্কন করা হয়। কিন্তু, পরিসংখ্যা বহুভুজ শ্রেণীর মধ্যবিন্দুর ওপর অঙ্কিত হয়।

৪। পরিসংখ্যা বহুভুজ চিত্র দ্বারা দুই সমান নমুনার কোনো বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে তুলনা দেখানো যায়।

৫। আয়ত লেখ ও পরিসংখ্যা বহুভুজ পরিসংখ্যার সমানুপাতিক ভাবে অঙ্কিত হয়। কিন্তু, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা চিত্র ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার সমানুপাতিক হয়ে থাকে। এছাড়া, আয়ত লেখ শ্রেণীর সীমাদ্বয়ের ওপর এবং পরিসংখ্যা বহুভুজ শ্রেণী মধ্যবিন্দুর ওপরে অঙ্কন করা হয়। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা চিত্র সাধারণত শ্রেণীর উচ্চসীমার ওপর অঙ্কন করা হয়। তবে নিম্নসীমার ওপরও অঙ্কন করা যায়।

৬। এই চিত্র থেকে কোনো প্রাপ্তাঙ্কের শতাংশ ক্রম এবং কোনো শতাংশ ক্রমের প্রাপ্তাঙ্ক নির্ধারণ করা যায়।

৭। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা চিত্র ইংরাজি 'S' এর ন্যায় দেখতে হওয়ায় চিত্রটি অজিভ (Ogive) নামে পরিচিত থাকে।

অনুশীলনী — ৫

১। বৃত্তচিত্রের কৌণিক মান নির্ণয়ের সূত্র হল : পরিসংখ্যা শতাংশ $\times \frac{360^\circ}{100}$

২। স্কেল, চাঁদা ও পেনসিল, কম্পাস।

৩। কোনো গুণবাচক বর্গের নির্দিষ্ট কালগত পরিসংখ্যা বা প্রাপ্তাঙ্ক বণ্টন থেকে ঐ বর্গের একটি দিক নির্দেশ করার ক্ষেত্রে প্রবণতা চিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে।

অনুশীলনী — ৬

১। পর্যবেক্ষিত ঘটনার বৈশিষ্ট্যাবলী বর্গীকরণকে গুণবাচক পরিমাপ বলে।

২। পরিমাণগত পরিমাপ বলতে বোঝায় পর্যবেক্ষিত বৈশিষ্ট্যাবলীর ওপর নিয়মানুগভাবে সংখ্যা আরোপন।

৩। নামিক এবং ক্রমনির্দেশক পরিমাপক সংশ্লিষ্ট তথ্যাবলী প্রদর্শনে স্তম্ভচিত্র ও বৃত্তচিত্র অঙ্কন করা হয়ে থাকে।

৪। সমপ্রসারী এবং আনুপাতিক পরিমাপক সংশ্লিষ্ট তথ্যাবলী প্রদর্শনে আয়তলেখ ও পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়ে থাকে।

অনুশীলনী — ৭

১। এক্ষেত্রে '০' উল্লেখ না করলে লেখচিত্রের উর্ধ্বপ্রসার কম দেখানো হয়, এবং এর ফলে চিত্রটি বিকৃত অর্থ জ্ঞাপন করে থাকে।

২। ৪ : ৩ নিয়ম অনুসরণ না করে লেখচিত্র অঙ্কন করলে Y-অক্ষ মর্জিমাফিক ছোট বড় করে প্রকৃত তথ্যকে গোপন করা হয়। এর ফলে বেশিকে কম এবং কমকে বেশি দেখানো যায়।

৩। লেখ চিত্র দর্শনে সর্বদাই Y-অক্ষের '০' অবস্থান দেখা দরকার। এছাড়া, X এবং Y অক্ষ নির্দিষ্ট অনুপাতে আছে কিনা তা দেখা দরকার।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী :

১। যদিও শ্রেণী সংখ্যার একটি চলনসই প্রসার হয় ১০-১৫, শ্রেণী পরিসর থেকে শ্রেণী সংখ্যা নির্ণয় যথার্থ পদ্ধতি হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে প্রথমে প্রাপ্তাঙ্কগুলির প্রসার নির্ণয় করতে হয়। তারপর ছোট এবং অযুগ্ম সংখ্যা (৩, ৫, ৭,.....) শ্রেণী পরিসর ধরে প্রসারকে ঐ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে হয়। কোনো ভাগশেষ থাকলে ভাগফলের সঙ্গে ১ যোগ করতে হয়। এই যোগফল যদি ১০ থেকে ১৫'র মধ্যে থাকে তাহলে ঐ সংখ্যাটি হয় উদ্দিষ্ট শ্রেণী সংখ্যা। এক্ষেত্রে উল্লেখ্য, ঐ যোগফল ১০ থেকে ১৫'র বেশি হলে শ্রেণী পরিসর পরবর্তী অযুগ্ম সংখ্যা গ্রহণ করতে হয় যাতে ঐ যোগফল ১০ থেকে ১৫'র মধ্যে থাকে। আবার, ঐ যোগফল ১০ থেকে ১৫'র কম হলে শ্রেণী পরিসর আরও ছোট নিতে হয়। এই ভাবে শ্রেণী পরিসর থেকে শ্রেণী সংখ্যা নির্ণয় করা হয়ে থাকে।

২। তথ্যাবলীর পরিসংখ্যা বন্টন সারণী অনেকের কাছে বিশেষ করে সাধারণ মানুষের কাছে আকর্ষক এবং অর্থবহ হয় না। কিন্তু, তথ্যাবলীর লেখচিত্র চিত্তাকর্ষক এবং সহজবোধ্য হয়ে থাকে। পরিসংখ্যানবিদ মুয়েলার ও সুএজলার লেখচিত্রের দৃশ্যমানতা এবং তাৎক্ষণিক অর্থ জ্ঞাপনের সক্ষমতার উল্লেখ করেন। এবম্বিধ সুবিধার জন্য লেখ চিত্র তথ্য বিশ্লেষণে এক গুরুত্বপূর্ণ কৌশল বলে গৃহীত হয়ে থাকে।

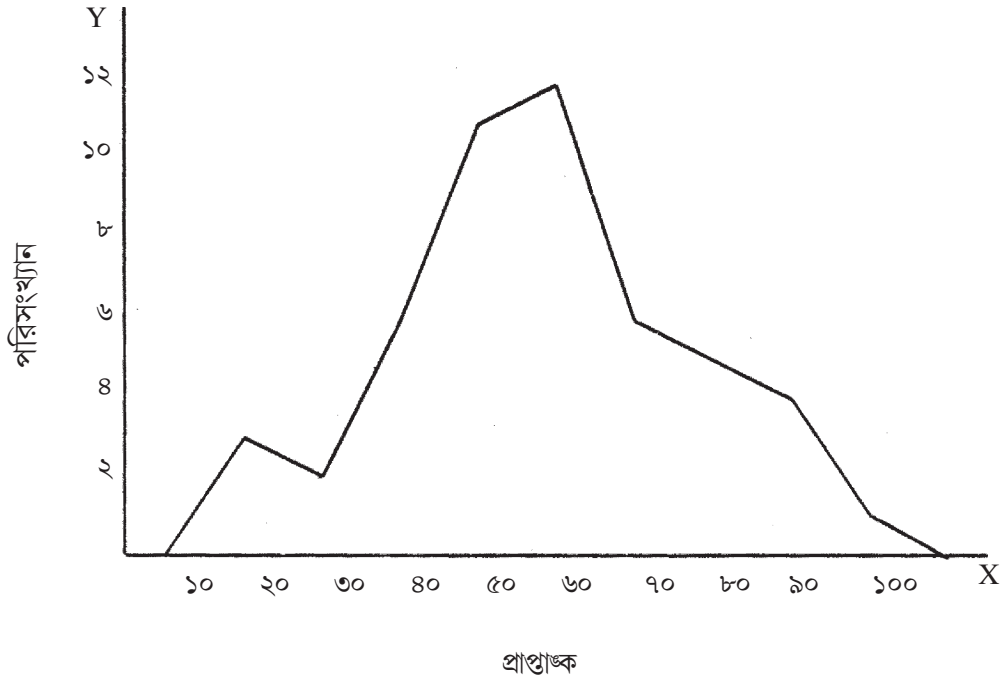
৩। স্তম্ভচিত্র ও আয়তলেখের মধ্যে বিভিন্ন পার্থক্য পরিলক্ষিত হয়। স্তম্ভচিত্র গুণবাচক বর্গের পরিসংখ্যা বা প্রাপ্তাঙ্ককে প্রদর্শিত করে, যখন আয়ত লেখ পরিমাণগত চলের পরিসংখ্যা চিত্রায়িত করে থাকে। স্তম্ভচিত্র নামিক ও ক্রমনির্দেশক পরিমাপক দ্বারা পরিমেয় চলের তথ্য জ্ঞাপিত করে থাকে, কিন্তু আয়তলেখ সমপ্রসারী ও সমানুপাতিক পরিমাপকে পরিমেয় চলের তথ্যাবলী প্রদর্শন করে থাকে। স্তম্ভ চিত্রে স্তম্ভগুলি একে অপরের থেকে পৃথকভাবে অবস্থান করে; কিন্তু আয়ত লেখতে স্তম্ভগুলি একে অপরের লাগোয়া হয়ে থাকে, স্তম্ভচিত্র বিভিন্ন চলকে প্রদর্শিত করে; আয়ত লেখ অবিচ্ছিন্ন চলকে প্রদর্শন করে।

৪। নামিক ও ক্রমনির্দেশক পরিমাপকের মধ্যে কিছু সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য দেখা যায়। সাদৃশ্য গত দিক থেকে বলা যায় এই দুই পরিমাপকেই বিচ্ছিন্ন গুণবাচক বর্গের শ্রেণীবিন্যাসগত পরিমাপ করে থাকে। এছাড়া, দুই পরিমাপকেই শূন্য উৎসারী থাকে না, এবং দুই ক্ষেত্রেই একক অন্তরের সমপ্রসারতা থাকে না। বৈসাদৃশ্যগত দিক থেকে বলা যায় যে নামিক পরিমাপকে বর্গগুলির মধ্যে কোনো ক্রমবিন্যাস থাকে না। কিন্তু, ক্রমনির্দেশক পরিমাপকে এই ক্রমবিন্যাস থাকে, ফলে, বৃহত্তর বা ক্ষুদ্রতর বিচার এই দ্বিতীয় পরিমাপকে করা যায়।

৫। সমপ্রসারী ও সমানুপাতিক পরিমাপকের মধ্যে কিছু সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য দেখা যায়। সাদৃশ্যগত দিক থেকে বলা যায় যে দুই পরিমাপকেই পরিমাণবাচক অবিচ্ছিন্ন চলের তথ্যাবলী পরিমাপ করা হয়ে থাকে। এই দুই পরিমাপকেই একক অন্তরে সমপ্রসারতা রক্ষিত হয়ে থাকে। দুই পরিমাপকেই শূন্য উৎসারী হয়ে থাকে। বৈসাদৃশ্যগত দিক থেকে বলা যায় যে সমপ্রসারী পরিমাপকের '০' অবস্থান বিধিমাফিক হয় না, কিন্তু আনুপাতিক

পরিমাপকে '০' অবস্থান প্রকৃত অর্থ জ্ঞাপন করে থাকে। সমপ্রসারী পরিমাপকে এক প্রাপ্তাঙ্ক অপর প্রাপ্তাঙ্ক থেকে কত বেশি বা কত কম তা নির্ধারণ করা যায়। আনুপাতিক পরিমাপকে কত কম বা বেশি ছাড়াও, একটি প্রাপ্তাঙ্ক অপরটির কত গুণ বা কত ভাগ বেশি বা কম তা নির্ণয় করা যায়।

৬। সরাসরি পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন



AX অক্ষ : ১ একক = ১ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র

Y অক্ষ : ১ একক = ৫ ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র

৩.৮ গ্রন্থপঞ্জী

১। এলিফসন, কার্ক, রুনিয়ন ডব্লু, রিচার্ড পি. এন্ড হাড্রে হেবার : ফান্ডামেন্টালস অফ সোশ্যাল স্ট্যাটিস্টিকস (দ্বিতীয় সংস্করণ) ম্যাকগ্রহীল পাবলিশিং কোম্পানি, সিঙ্গাপুর, ১৯৯০।

২। গ্ল্যাক, জুনিয়র, হুবার্ট এম.; সোশ্যাল স্ট্যাটিস্টিকস, ম্যাকগ্রহীল বুক কোম্পানি, সিঙ্গাপুর, ১৯৮১।

৩। চট্টোপাধ্যায়, কৃষ্ণদাস : সামাজিক গবেষণা : পদ্ধতি ও প্রক্রিয়া (দ্বিতীয় সংস্করণ) আরামবাগ বুক হাউস, কোলকাতা, ২০০২।