হবে। অপরদিকে, B_m এর মান ক্রমশ বৃদ্ধি পেয়ে $t = \dfrac{\pi}{\Delta\omega}$ সময়ে 2a হবে। সুতরাং, এই মূহুর্তে A ভরটি স্থির অবস্থায় আসবে এবং B ভরটি সর্ব্বোচ্চ 2a বিস্তারে কৌণিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হতে থাকবে।

আপনি নিশ্চয় বুঝতে পারছেন যে, এরপর যখন হবে, অর্থাৎ $t = \dfrac{\pi}{\Delta\omega}$ সময়ে আবার $A_m = -2a$ এবং হবে। অবশেষে, $t = \dfrac{4\pi}{\Delta\omega}$ সময়ে, $A_m = 2a$ এবং হবে অর্থাৎ, তন্ত্রটি প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসবে। A_m ও বিস্তারের এই হ্রাস-বৃদ্ধিকে আমরা মডিউলেশন (modulation) বলি। আমরা দেখলাম, মডিউলেশনের পর্যায়কাল বা মডিউলেশনের কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega_m = \dfrac{2\pi}{T_m} = \dfrac{\Delta\omega}{2}$ । x_1 ও x_2 এর মড্ডিউলেশন করা বিস্তারগুলিকে লেখা যায়,

$$A_m = 2a\cos\omega_m t$$

ও

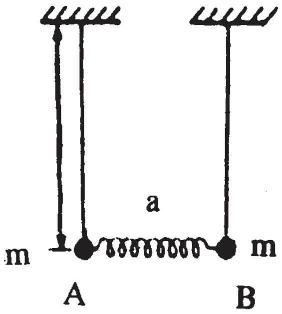
আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করছেন যে, বিস্তার দুটির মডিউলেশনে দশা পার্থক্য আছে, কেননা

এবার A ও B ভরের দোলগতির আর একটি বৈশিষ্ট্যের দিকে দৃষ্টি ফেরানো যাক। 5.16 a ও b সমীকরণ থেকে এটি স্পষ্ট যে, ভর দুটির গতি দুটি পৃথক কম্পাঙ্কের একরেখীয় সরল দোলগতির উপরিপাতনের ফলে উৎপন্ন হয়েছে। এই পর্যায়ের দ্বিতীয় এককে আপনি দেখেছেন যে,এ জাতীয় উপরিপাতনের ফলে ব্রিটের উদ্ভব হয় আমরা A ও B ভরের দোলনের বিস্তারে যে ওঠানামা লক্ষ্য করলাম, তা এই বিট ছাড়া আর কিছু নয়।

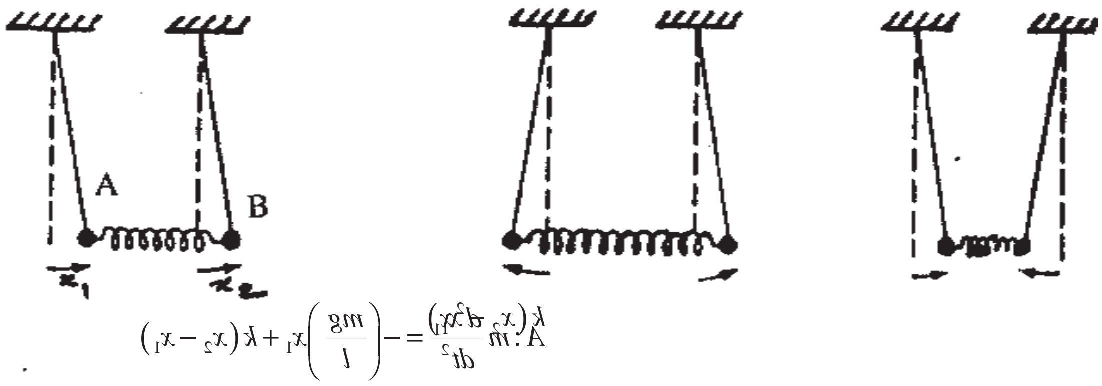
5.4 দুটি যুগ্মিত সরল দোলকের ক্ষেত্রে স্বাভাবিক কম্পনশৈলীর বিশ্লেষণ পর্যালোচনা

এবার আমরা আমাদের খুব পরিচিত একটি ক্ষেত্রে যুগ্মনের ভূমিকা পর্যালোচনা করব। সরল দোলক এবং তার দোলন সংক্রান্ত বিষয়গুলি নিয়ে নতুন করে নিশ্চয়ই আর কিছু বলার নেই। ধরে নিন, দুটি সমান দৈর্ঘ্যের সরল দোলককে পাশাপাশি ঝুলিয়ে পিণ্ড (bob) দুটিকে 5.4 চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে সেইভাবে একটি হালকা স্প্রিং এর সাহায্য যুগ্মিত করা হল। ধরে নিন, পিণ্ড দুটির মধ্যে দূরত্ব এমন যে, যখন তারা সাম্য অবস্থায় আছে তখন তাদের সংযোগকারী স্প্রিংটি তার স্বাভাবিক দৈর্ঘ্যে রয়েছে অর্থাৎ, সঙ্কুচিত বা প্রসারিত হয়নি। এবার পিণ্ড দুটিকে কাগজের তলে দোলানোর চেষ্টা করা হলে আমরা কী দেখতে পাব, সেটিই আমাদের আলোচ্য বিষয়।

5.5 (a) চিত্রে যেভাবে দেখানো হয়েছে, সেইভাবে দোলকদুটিকে তাদের সাম্যবস্থান থেকে বিচ্যুত করে স্থির অবস্থা থেকে ছেড়ে দিলে তাদের দোলগতি শুরু হবে। চিত্র 5.5 (b) এবং (c) তে দেখানো হয়েছে যে, এই দোলন শুরুর কাজটা কিছুটা ভিন্নভাবেও করা যেতে পারে। 5.5 (a) তে দেখা যাচ্ছে যে, দোলক দুটি সম দশায় (in same phase) তাদের দোলন শুরু করেছে, আর (b) এবং (c) -তে তাদের দোলন শুরু হচ্ছে বিপরীত দশা (opposite phase) থেকে।



চিত্র 5.4



(a) (b) (c)

চিত্র 5.5

এই পর্যায়ের প্রথম এককে আমরা দেখেছি যে সরল দোলকের দোলগতির জন্য যে অবকল সমীকরণ লেখা যায় তা হল : $m\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{mg}{l}x$ যেখানে, m = পিণ্ডের ভর, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ , l = সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য। সমীকরণের ডানদিকের রাশিটি পিণ্ডের উপর প্রযুক্ত প্রত্যানয়ক বল। পিণ্ড দুইটি যদি সাম্যাবস্থান থেকে x_1 ও x_2 পরিমাণ বিচ্যুত হয়, তবে স্প্রিং এর প্রসারণ হবে x2 -x1। এখন স্প্রিং ধ্রবক যদি k হয়, তবে স্প্রিং এর প্রসারণের জন্য বাম ও ডানদিকের A ও B পিণ্ডের উপর যথাক্রমে এবং $-k(x_2 - x_1)$ বল কাজ করবে। প্রত্যানয়ক বলের সঙ্গে এই দুটি বল যোগ করে A ও B পিণ্ডের গতি সমীকরণ লেখা যায় পিণ্ড 5.19a

এবং, $$m\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\left(\frac{mg}{l}\right)x_2 - k\left(x_2 - x_1\right) \qquad \text{....... 5.19b}$$

লক্ষ্য করুন, এই দুটি সমীকরণের কোনোটিই কিন্তু সরল দোলগতি সূচিত করছে না। সমীকরণ দুটির উভয়পক্ষকে ‘m’ দিয়ে ভাগ করে এবং পদগুলিকে সাজিয়ে নিয়ে পাওয়া যায় :

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \omega_0^2 x_1 + \omega_x^2\left(x_1 - x_2\right) = 0 \qquad \text{....... 5.20a}$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + \omega_0^2 x_2 - \omega_c^2\left(x_1 - x_2\right) = 0 \qquad \text{....... 5.20b}$$

এখানে, $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ এবং.

5.20a এবং 5.20b সমীকরণ দুটি যথাক্রমে 5.2b এবং 5.3b -এর অনুরূপ। অতএব, এই পর্যায় থেকে আমরা 5.2 অনুচ্ছেদের বিশ্লেষণ পদ্ধতি অনুসরণ করতে পারি। এই কাজটা একটা অনুশীলনীর মাধ্যমে করে দেখলে কেমন হয়?

অনুশীলনা -2 : 5:20a এবং 5:20b সমীকরণ দুটি থেকে শুরু করে দুটি যুগ্মিত সরল দোলকের স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক ও স্বাভাবিক কম্পনের কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় করুন।

উপরের অনুশীলনীটির সমাধান করার সঙ্গে সঙ্গে আপনি এই যুগ্মিত কম্পনের ক্ষেত্রে দুটি অনুরূপ দোলক নিয়ে গঠিত এই তন্ত্রটির গতিশক্তি K এবং স্থিতিশক্তি V-এর গণনা করতে পারবেন। যেহেতু ভরদুটির মধ্যে ব্যবহৃত যুগ্মন স্প্রিংটি ভরহীন, তাই গতিশক্তি কেবলমাত্র পিণ্ড দুটির ক্ষেত্রেই পাওয়া যাবে। আর স্থিতিশক্তি কেবল পিণ্ড দুটির জন্য নয়, যুগ্মন স্প্রিংয়ের জন্যও পাওয়া যাবে। তাই লেখা যায় যে,

গতিশক্তি 5.21

এখানে, এবং

স্থিতিশক্তির ক্ষেত্রে আমরা জানি যে, কোনো সরল দোলকের পিণ্ডের ভর m এবং সাম্যাবস্থান থেকে তার বিচ্যুতি x হলে, পিণ্ডটির স্থিতিশক্তির মান যেখানে, $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$। আবার আমরা জানি, স্প্রিং

এর স্থিতিশক্তির মান ($\frac{1}{2}k\times$ সঙ্কোচন বা প্রসারণের বর্গ)। এক্ষেত্রে মোট স্থিতিশক্তি হচ্ছে, পিণ্ড দুটির স্থিতিশক্তি এবং স্প্রিং এর স্থিতিশক্তির সমষ্টির সমান। অতএব দেখা যায়,

স্থিতিশক্তি 5.22

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করছেন যে, 5.21 ও 5.22 সমীকরণে আমরা গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যে রাশিমালা পেলাম, তা স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্কের সাহায্যে লেখা হয়নি। পরের অনুশীলনীতে আপনি নিজেই এই কাজটি করে দেখুন।

অনুশীলনী - 3 : 5.21 ও 5.22 সূত্র দুটিতে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যে রাশিমালা দেওয়া হয়েছে, সেগুলিকে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক $\xi_1 = x_1 + x_2$ এবং এর সাহায্যে প্রকাশ করুন। দেখান যে, ও -এর পরিবর্তে

ও

ব্যবহার করলে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তিকে আরও সরলভাবে প্রকাশ করা যায়।

এই অনুচ্ছেদটি শেষ করার আগে স্বাভাবিক কম্পনশৈলীর আর একটি ধর্মের কথা উল্লেখ করা যেতে পারে। অনুশীলনী 2 এর উত্তর করার সময় আপনি দেখেছেন যে, যুগ্মিত সরল দোলকের 5.20a ও b সমীকরণ দুটিকে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্কের হিসাবে লেখা যায়

.... 5.23a

ও, $$\frac{d^2\xi_2}{dt^2} + \left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)\xi_2 = 0 \qquad \text{....... 5.23b}$$

যেখানে, $\xi_1 = x_1 + x_2, \xi_2 = x_1 - x_2$ । উপরের সমীকরণ 5.23a ও b থেকে স্পষ্টই বোঝা যায় যে, ও যথাক্রমে এবং কৌণিক কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে কম্পিত হয়। এগুলির সমাধান হবে :

$$x_1 + x_2 = \xi_1 = A_1 \cos\left(\omega_0 t + \alpha_1\right)$$

এবং,

এখন যদি কেবলমাত্র কম্পনশৈলী উপস্থিত থাকে, অর্থাৎ হয়, তবে হবে এবং ও এর মান পাওয়া যাবে

এর অর্থ x_1 ও x_2 সম দশায় কম্পিত হবে এবং উভয়েরই কৌণিক কম্পাঙ্ক হবে ω_0।

আবার, যদি কেবলমাত্র কম্পনশৈলীটি থাকে এবং, হয়, তবে হবে এবং ও x_2 এর মান হবে

$$x_2 = -\frac{1}{2}A_2\cos(\omega_2 t + \alpha_2) = \frac{1}{2}A_2\cos(\omega_2 t + \alpha_2 + \pi)$$

অর্থাৎ, x_1 ও বিপরীত দশায় বা দশা পার্থক্যে কম্পিত হবে এবং উভয়ের কৌণিক কম্পাঙ্ক হবে। উপরের আলোচনা থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, এক একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে তন্ত্রের এক একটি অংশের কম্পন একই কম্পাঙ্কে হলেও তাদের মধ্যে এক এক দশা পার্থক্য থাকতে পারে।

5.5 স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের সাধারণ পদ্ধতি

আমরা এখন পর্যন্ত যুগ্মিত কম্পনের আলোচনায় ধরে নিয়েছি যে, যুগ্মিত ভর দুটি পরস্পর সমান। প্রতিসাম্যের ফলে যদিও সমস্যাটি অনেকটা সরল হয়েছে, তবু স্বাভাবিকভাবেই এই প্রশ্ন তুলতে পারেন যে, দুটি ভর সমান না হলে আমরা কীভাবে সমস্যাটির সমাধান করব? বস্তুত দুটি ভর সমান ধরে নিলে বলা চলে না যে, আমরা কোনো সাধারণ পদ্ধতি ব্যবহার করছি বরং তা একটি বিশেষ ক্ষেত্রেই (special case) প্রযোজ্য হচ্ছে। তাই যুগ্মিত দোলকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক এবং স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে যুগ্মিত ভরগুলির সরণের অনুপাত নির্ণয়ের সাধারণ পদ্ধতির প্রদর্শন করতে আমরা ধরে নেব যে, আগের অনুচ্ছেদে আলোচিত যুগ্মিত সরল দোলক দুটির ক্ষেত্রে l এক হলেও পিণ্ড দুটির ভর অসমান। ধরা যাক, A ও B পিণ্ডের ভর যথাক্রমে ও ।

স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ও ভরগুলির সরণের অনুপাত নির্ণয়ের জন্য এবার আমরা কয়েকটি নির্দিষ্ট ধাপে অগ্রসর হব। এগুলি আমরা সংখ্যা দিয়ে চিহ্নিত করে লিখছি, যাতে আপনি সহজে ধাপগুলি অনুসরণ করতে পারেন।

1. দুটি যুগ্মিত দোলকের পিণ্ডের গতির অবকল সমীকরণ প্রতিষ্ঠা।

পিণ্ডের ভর m_a ও m_b এবং স্প্রিং ধ্রুবক = k ধরে নিয়ে

A পিণ্ডের জন্য :

B পিণ্ডের জন্য : $$m_b\ddot{x}_2 = -m_b\frac{8}{l}x_2 - k(x_2 - x_1)$$

এখন, $\frac{g}{l} = \omega_0^2, \frac{k}{m_a} = \omega_h^2$ এবং $\frac{k}{m_h} = \omega_b^2$ লিখে পাওয়া যায়।

$$\ddot{x}_1 = -\omega_0^2 x_1 + \omega_a^2 (x_2 - x_1) \qquad \text{....... 5.24a}$$

এবং $\ddot{x}_2 - \omega_0^2 x_2 - \omega_b^2 (x_2 - x_1)$ 5.24b

এই দুটিই হল আমাদের উদ্দিষ্ট দুটি অবকল সমীকরণ।

2. কোনও একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে সবগুলি নির্দেশাঙ্কই একটি কম্পাঙ্কে কম্পিত হয়। এই তথ্যের প্রয়োগ করে স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক নির্ণয়।

x_1 ও নির্দেশাঙ্ক দুটি যদি একই কৌণিক কম্পাঙ্ক 'w' তে কম্পিত হয়, তবে এগুলির রূপ হবে

ও $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$

প্রতিটিকে দুবার অবকলন করলে আপনি পাবেন :

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 x_1 \text{ এবং } \ddot{x}_2 = -\omega^2 x_2$$

5.24a ও 5.24b সমীকরণে এই মান দুটি বসালে পাওয়া যায় :

$$-\omega^2 x_1 = -\omega_a^2 x_1 + \omega_a^2 (x_2 - x_1)$$

[illegible]

এ দুটি সমীকরণকে সরল করে পাওয়া যায় :

এবং, $(\omega_0^2 + \omega_b^2 - \omega^2) x_2 = \omega_b^2 x_1$

ω^2 এর মান নির্ণয় করার জন্য এই দুই সমীকরণ থেকে এর মান নির্ণয় করে দুটিকে সমান বলে লেখা যেতে পারে। অর্থাৎ,

.... 5.25

বজ্রগুণন করে সাজিয়ে লিখলে আপনি ω^2 এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ পাবেন;

এর থেকে এর দুটি মান পাওয়া যায়। এগুলি হল :

= ω^2 অথবা,

এর দুটি মানের ধনাত্মক বর্গমূলগুলি নিলে - এর দুটি মান হল

.... 5.26a

এবং 5.26b

ω_1 এবং -ই হল যুগ্মিত দোলক তন্ত্রের দুই স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক।

3. যুগ্মিত ভরগুলির সরণের অনুপাতের রাশিমালায় স্বাভাবিক কম্পাঙ্কগুলির মানের প্রতিস্থাপন।

আমরা ইতিমধ্যেই 5.25 সমীকরণে যুগ্মিত দোলক দুটির পিণ্ড A ও B এর সরণের অনুপাত এর দুটি রাশিমালা পেয়েছি। এগুলির মান এর ওপর নির্ভরশীল। সুতরাং, এক একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে এই অনুপাত এক এক রকম হবে।

যখন, (সমীকরণ 5.26a)

, অর্থাৎ এই কম্পনশৈলীতে $x_1 = x_2$

সুতরাং, পিণ্ড দুটির একই দিকে সমপরিমাণ সরণ হবে এবং তাদের কম্পনের দশা সমান হবে।

আবার যখন, $\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_a^2 + \omega_b^2$

.... 5.27

অর্থাৎ, এই কম্পনশৈলীতে পিণ্ড দুটির সরণ শুধু বিপরীতমুখী নয়, তাদের মানও ভরগুলির ব্যস্তানুপাতী। আমরা আগেই দেখেছি, সরণ দুটি বিপরীতমুখী হওয়ার অর্থ, তাদের দোলগতিতে দশার পার্থক্য π ।

লক্ষ্য করুন, অনুপাতের অপর রাশিমালাটি ব্যবহার করলেও একই ফল পাওয়া যাবে।

এ পর্যন্ত যে আলোচনা করা হল, তা থেকে যুগ্মিত দোলকের ক্ষেত্রে সাধারণ পদ্ধতির প্রয়োগ আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পেরেছেন। এই পদ্ধতিতে যে ফল পাওয়া গেল, সেগুলি আগে দোলকের পিণ্ড দুটির ভর সমান ধরে নিয়ে যে ফল পাওয়া গিয়েছিল, তার সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ কিনা সেটি আপনি দেখে নিতে পারেন।

সাধারণ পদ্ধতিতে পিণ্ড দুটির ভিন্ন ভরের জন্য এর যে মান আমরা পেয়েছি অর্থাৎ,

, সেটি $m_a = m_b = m, \omega_a^2 = \omega_b^2 = \dfrac{k}{m}$ লিখলে দাঁড়ায় , যা 5.9

সমীকরণের এর সমান।

আবার 5.27 সমীকরণে লিখলে এর মান হয় যা আমরা আগে কম্পনশৈলীর ক্ষেত্রে পেয়েছি।

এখানে আমরা এমন দুটি সরল দোলক নিয়ে গণনার কাজ করেছি যে, দোলক দুটির কার্যকর দৈর্ঘ্য এবং অযুগ্মিত অবস্থায় নিজস্ব কম্পাঙ্ক সমান। কিন্তু পিণ্ড দুটির ভর ভিন্ন হওয়ায় যুগ্মনের ফলে এখানে এর যে মান পাওয়া গেছে, তা কিন্তু দুটি ভরের উপরই নির্ভরশীল। লক্ষ্য করুন, আমরা যদি দুটির কার্যকর দৈর্ঘ্য ভিন্ন ধরে নিতাম, তাহলে দুটি দোলকের নিজস্ব কম্পাঙ্কও ভিন্ন হত এবং না হয়ে তা কিছুটা জটিলতর হত। দুটি ভিন্ন ভর একই ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিং -এ যুক্ত করে কম্পিত করলে, দুটির জন্য এর মান ভিন্ন হয়। সেক্ষেত্রে গণনার কাজটি আরও জটিল হয়ে পড়ে। আমরা এখানে এই জটিল আলোচনা থেকে বিরত থেকেছি।

5.6 সারাংশ

যুগ্মিত কম্পন পদার্থ বিদ্যায় একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হিসাবে চর্চা হয়ে থাকে। বহু ক্ষেত্রে যুগ্মিত কম্পনের উদাহরণ লক্ষ্য করা যায়। একটি কম্পনশীল তন্ত্র থেকে যুগ্মনের মাধ্যমে কম্পন অন্য তন্ত্রে সঞ্চারিত হতে পারে। যেহেতু এখানে প্রণোদিত কম্পনের মত শক্তি হস্তান্তর কেবল একমুখী নয়, অতএব এই কম্পনের ক্ষেত্রে চালক ও চালিত তন্ত্র আলাদাভাবে চিহ্নিত করা সম্ভব নয়।

এই এককে আমরা দু'ধরনের যুগ্মিত তন্ত্রের গতিপ্রকৃতির বিশ্লেষণ করেছি। এর প্রথমটি হল হালকা স্প্রিংয়ের সাহায্যে যুগ্মিত দুটি সমান ভরের একটি স্প্রিং ভর তন্ত্র এবং অন্যটি সমান দৈর্ঘ্যের দুইটি সরল দোলকের একটি তন্ত্র, যাদের পিণ্ড গুলি হালকা স্প্রিং এর দ্বারা যুগ্মিত।

দুটি তন্ত্রের ক্ষেত্রেই ভর বা দোলকের পিণ্ডগুলির জন্য আলাদাভাবে গতির অবকল সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করা হয়েছে। এগুলির সমাধান করতে গিয়ে দেখা গেছে যে, ভর বা পিণ্ডের নির্দেশাঙ্কের এমন বিশেষ রৈখিক অপেক্ষক নেওয়া যায়, যেগুলির মাধ্যমে অবকল সমীকরণগুলি সাধারণ সরল দোলগতির অবকল সমীকরণে পরিণত হয়। এই অপেক্ষকগুলিকে আমরা তন্ত্রের স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক নামে চিহ্নিত করেছি।

যুগ্মিত তন্ত্রের গতির বিশ্লেষণে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্কের ব্যবহার আমাদের কাছে অত্যন্ত উপযোগী হয়। আমরা দেখেছি, যখন তন্ত্রটি একটি মাত্র স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বরাবর কম্পিত হয়, তখন তন্ত্রের প্রতিটি অংশ একই

কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হতে থাকে। তন্ত্রের এ জাতীয় কম্পনকে আমরা একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলী নামে অভিহিত করি এবং ঐ কম্পাঙ্কটি হয় এই কম্পনশৈলীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক। আবার একই সঙ্গে কম্পনশৈলীর উপরিপাতনের ফলে যে বিট বা কম্পনের বিস্তারের মডিউলেশনের উৎপত্তি হয়, সেটিও আমরা দেখতে পেয়েছি।

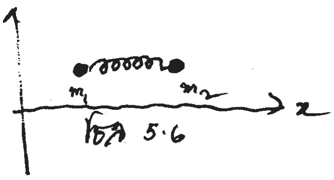
এছাড়া বিশেষ একটি কম্পনশৈলীতে তন্ত্রের অংশগুলির সরণের অনুপাত এবং তাদের কম্পনের দশা পার্থক্য সম্বন্ধে আমরা এই এককে আলোচনা করেছি। মোটের উপর বলা যায়, যাতে আপনি একটি জটিল তন্ত্রের যুগ্মিত আন্দোলন সম্বন্ধে উচ্চতর মানের বিশ্লেষণ সহজে অনুধাবন করতে পারেন, তার জন্য আপনাকে প্রস্তুত করার কাজটিই এই এককে করা হয়েছে।

5.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. 5.4 চিত্রানুযায়ী দুটি ভর কম্পিত হচ্ছে। তাদের কম্পনের শর্তগুলি নিচে দেওয়া হল :

এখান থেকে (5,12) এবং (5,13) সমীকরণ দুটির সাহায্যে $x_1(t)$ এবং এর মান নির্ণয় করুন।

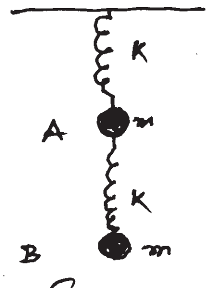
2. একটি ভরহীন স্প্রিং এর দুই প্রান্তে m_1 এবং m_2 দুটি ভর যুক্ত করা হল। স্প্রিংটির ধ্রুবক k এবং ভর দুটি স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বরাবর কম্পিত হতে পারে। চিত্র 5.10। দেখান যে, এই তন্ত্রটির কম্পাঙ্ক v হলে



চিত্র 5.6

যেখানে, $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m1 + m_2}$

3. দুটি সমান ভরকে (m) দুটি একই রকম স্প্রিংয়ের (স্প্রিং ধ্রুবক k) সাহায্যে যুক্ত করে 5.7 (a) চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে, সেইভাবে উল্লম্বভাবে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দেওয়া হল। এইবার সমগ্র তন্ত্রটিকে উল্লম্ব তলে কম্পিত করা হল। দেখান যে, এই উল্লম্বকম্পনের দুটি স্বভাব কম্পাঙ্ক পাওয়া সম্ভব এবং এই কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে, -র দুটি মান নিচের সম্পর্কটি থেকে পাওয়া যাবে।



চিত্র 5.7

5.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী -1 :

5.12 সমীকরণ থেকে পাই,

$$x_1(t) = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} = \frac{1}{2}\left[A_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) + A_2\cos(\omega_2 t + \phi_2)\right]$$

5.13 সমীকরণ থেকে পাই

এবং,

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তগুলি হচ্ছে

এগুলি প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$\frac{1}{2}(A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2) = A$$

$$\frac{1}{2}(A_1\cos\phi_1 - A_2\cos\phi_2) = A$$

$$-\ \frac{1}{2}(A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2) = 0$$

$$\frac{1}{2}(A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2) = 0$$

এই চারটি সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায় :

$$A_1\cos\phi_1 = 2A, A_2\cos\phi_2 = 0, A_1\omega_1\sin\phi_1 = 0, A_2\omega_2\sin\phi_2 = 0$$

যেহেতু, এবং প্রতিটিই শূন্য হতে পারে না

অতএব, সুতরাং, এবং,

এখন দেখা যায় যে,

এবং,

এবং

লক্ষ্য করে দেখুন এক্ষেত্রে সুতরাং, এবং তন্ত্রটি কেবলমাত্র স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বরাবর কম্পিত হয়।

অনুশীলনী -2 :

5.20 a এবং 520 b সমীকরণ দুটি প্রথমে লেখা যাক :

সমীকরণ দুটি যোগ করে পাই

.... (i)

দেখা যাচ্ছে যে, ধরলে

(i) সমীকরণটি সরল দোলগতির সমীকরণ হয়ে যায় :

.... (ii)

সুতরাং, কে প্রথম স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বলা যেতে পারে।

একইভাবে, 5.20 a থেকে 5.20 b সমীকরণ বিয়োগ করে পাই

বা, ... (iii)

এবার বসালে (iii) সমীকরণটি সরল দোলগতির অবকল সমীকরণে পরিণত হচ্ছে :

.... (iv)

অর্থাৎ - কে দ্বিতীয় স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বলা যায়।

এখন (ii) ও (iv) সমীকরণ থেকে যুগ্মিত তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পনের কৌণিক কম্পাঙ্ক পাওয়া যায়

এবং,

অনুশীলনী -3 :

আমরা ধরে নিই যে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক ξ_1 ও যেখানে, এবং,

অর্থাৎ, এবং,

সুতরাং,

গতিশক্তি

=

$$= \frac{1}{2}m\frac{1}{4}\left(2\dot{\xi}_1^2 + 2\dot{\xi}_2^2\right) = \frac{1}{4}m\left(\dot{\xi}_1^2 + \dot{\xi}_2^2\right)$$

স্থিতিশক্তি

$$= \frac{1}{2}m\left(\frac{g}{l}\right)\left[\left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_1 - \xi_2}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}k\xi_2^2$$

=

=

=

=

এখানে, ,

এখন আমরা যদি ও এর পরিবর্তে এবং $\eta_2 = \sqrt{\frac{m}{2}}\xi_2$ ব্যবহার করি, তবে ξ_1 ও

এর জায়গায় যথাক্রমে ও বসিয়ে পাই

গতিশক্তি

এবং, স্থিতিশক্তি

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. অনুশীলনী -1 এর উত্তরে ব্যবহৃত সম্পর্কগুলিতে নিচের শর্তগুলি প্রয়োগ করা হবে। এই শর্তগুলি হল

এখান থেকে পাই,

$$\frac{1}{2}\left(A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2\right) = A$$

$$\frac{1}{2}\left(A_1\cos\phi_1 - A_2\cos\phi_2\right) = 0$$

$$-\frac{1}{2}\left(A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2\right) = 0$$

$$\frac{1}{2}\left(-A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2\right) = u$$

প্রথম দুটি সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায়, $A_1\cos\phi_1 = A_2\cos\phi_2 = A$ এবং শেষ দুটি সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায়,

$\therefore$

এছাড়া

এখন আপনি 5.12 ও 5.13 সমীকরণ থেকে ও এর রাশিমালা সহজেই লিখতে পারবেন।

2.5 10 (a) চিত্রে ভর দুটি সাম্যাবস্থায় দেখানো হয়েছে। এখানে স্প্রিংটি প্রসারিত বা সঙ্কুচিত হয়নি। 5.10(b) চিত্রে ভর দুটিকে সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুত অবস্থায় দেখা যাচ্ছে। m_1 ভরটির সাম্যবস্থা থেকে বিচ্যুতি x_1 এবং m_2 ভরটির বিচ্যুতি x_2 । ধরা যাক, $x_1<x_2$। স্প্রিংটি পরিমাণ প্রসারিত হয়েছে। এর ফলে স্প্রিং -এ সৃষ্ট টান F হলে

$$F = k(x_2 - x_1)$$

এই বল ভর দুটির ওপর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল। তাই m_1 ও m_2 ভরের গতীয় অবকল সমীকরণ হবে যথাক্রমে

.... (i)

.... (ii)

(i) কে m_2 দিয়ে এবং (ii) কে m_1 দিয়ে গুণ করে (ii) থেকে (i)-কে বিয়োগ করা হল।

বা

প্রশ্ন অনুযায়ী, $\dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \mu$

এখন $x_2 - x_1 = x$ ধরলে

$\therefore$

এটি একটি সরল দোলগতির সমীকরণ, যার কৌণিক কম্পাঙ্ক

সুতরাং, তন্ত্রটির কম্পাঙ্ক

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করছেন যে, এই কম্পাঙ্ক m_1বা m_2 এর ওপর সরাসরি নির্ভর না করে এর

ওপর নির্ভর করছে। কে তন্ত্রটির সমানীত ভর (reduced mass) বলা হয়। এই ভর m_1

এবং m_2 উভয়ের থেকেই ছোট।

3. চিত্র 5.11(b) তে দেখানো হয়েছে, কীভাবে উপরের ভর A এবং নিচের ভর B কে তাদের সাম্যাবস্থার থেকে বিচ্যুত করে উল্লম্ব দিকে ভর দুটির কম্পন শুরু করা হয়েছে। ভর দুটির সরণ y_a ও y_b নিচের দিকে ধনাত্মক বলে ধরা হয়েছে।

A ভরের ওপর প্রত্যানয়ক বল $\quad -ky_a + k(y_b - y_a)$

B ভরের ওপর প্রত্যানয়ক বল $\quad -k(y_b - y_a)$

এখানে y_a এবং y_b t সময়ে ভর দুটির সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুতি সূচিত করছে। ভর দুটির অবকল গতি সমীকরণ লেখা যায়

$$m\ddot{y}_a = -ky_a + k(y_b - y_a), m\ddot{y}b = -k(yb - ya)$$

এখান থেকে পাওয়া যায়

.... (i)

$$\ddot{y}_b = -\omega_0^2(y_b - y_a) \qquad \text{....... (ii)}$$

যেখানে, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

স্বভাব কম্পনের কম্পাঙ্ক এবং প্রাথমিক দশাকোণ ও হলে, এই সমীকরণ দুটির সমাধান লেখা যায়,

যেখানে A এবং B দুটি ভরের কম্পনের বিস্তার সূচিত করছে।

দু’বার অবকলনের দ্বারা পাওয়া যায় এবং $\dot{y}_b = -\omega^2 y_b$

$\ddot{y}_a$ এবং -র মান (i) এবং (ii) বসিয়ে এবং সমীকরণ দুটিকে সাজিয়ে পাই,

$\frac{y_a}{y_b}$ রাশির দুই মানের সমতা থেকে পাওয়া যায়,

বা সরলীকরণের পর,

এটি ω^2 এর একটি দ্বি-ঘাত সমীকরণ ।   এর যে দুটি মান এখান থেকে পাওয়া যায় সেগুলি হল,

বা

এখান থেকে ω এর যে দুটি মান পাওয়া যাচ্ছে, তার মধ্যে   দ্রুততর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক

এবং অপরটি অর্থাৎ,   ধীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক সূচিত করছে।

$$\omega_0^2\left(3 \pm \sqrt{5}\right) =$$

একক 6 ❑ তরঙ্গগতি (Wave Motion)

গঠন

6.1 প্রস্তাবনা

একক -5 এ যুগ্মিত কম্পন (coupled oscillation) সম্বন্ধে আলোচনার সময় আমরা দেখেছি যে, যুগ্মনের মধ্যে দিয়ে কম্পন কীভাবে একটি তন্ত্র থেকে অপর একটি তন্ত্রে সঞ্চারিত হয়। বস্তুত যুগ্মনের ফলে একটি তন্ত্র থেকে অপরটিতে শক্তির হস্তান্তর ঘটে। লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে, শক্তির এই হস্তান্তর প্রক্রিয়ার সময় তন্ত্রগুলি তাদের সাম্যাবস্থার দু'পাশে কম্পিত হয়, কিন্তু তাদের সাম্যাবস্থার কোনও স্থানান্তর ঘটে না। যেমন, কোনও জলাশয়ে যদি একটি পাথরের টুকরো ফেলা যায়, তাহলে দেখা যায় যে, স্থির জল তলে ঢেউ সৃষ্টি হয়ে তা ক্রমশ ছড়িয়ে পড়ে। জলকণাগুলি কিন্তু সর্বত্রই তাদের সাম্যাবস্থানের দু'পাশে, ওপর-নিচে আন্দোলিত হচ্ছে। কিন্তু এর ফলে সৃষ্ট ঢেউটি জলাশয়ের সর্বত্র ছড়িয়ে পড়ে। জল তলের এই আলোড়নকে তরঙ্গ এবং এই আলোড়নের সঞ্চালন প্রক্রিয়াটিকে তরঙ্গগতি (wave motion) বলা হয়। বস্তুত এই আলোড়নের সময় জলে ভাসমান একটি হালকা বস্তুর টুকরো লক্ষ্য করলে দেখা যাবে তা উল্লম্বতলে ওপর -নিচে আন্দোলিত হচ্ছে। একইভাবে শব্দতরঙ্গ কঠিন, তরল বা গ্যাসীয় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চারিত হয়। মাধ্যমে প্রবহমান তরঙ্গ যখন মাধ্যমের কোনও বস্তুকণাকে কম্পিত করে, তখন সেই কম্পন তার পাশের বস্তুকণার সঞ্চারিত হয়। এইভাবে আলোড়ন মাধ্যমের বিভিন্ন অংশে ছড়িয়ে পড়ে, কিন্তু, বস্তু ভরের স্থানান্তর ঘটে না। তবে এ

জাতীয় তরঙ্গ সঞ্চারের জন্য মাধ্যমটিকে স্থিতিস্থাপক হতে হবে, তার জাড্যধর্মও (inertia) থাকতে হবে। এজন্য শব্দতরঙ্গ, ভূ-কম্পতরঙ্গ (seismic waves) প্রভৃতিকে আমরা স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ বলে থাকি।

অবশ্য এই প্রসঙ্গে বলা দরকার যে, স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ ছাড়াও আরও অন্য শ্রেণীর তরঙ্গ রয়েছে, যার সঞ্চারের জন্য মাধ্যমের আদপেই প্রয়োজন নেই। আমরা যে আলোতে চোখে দেখতে পাই, অর্থাৎ যাকে আমরা বলি দৃশ্যমান আলোক, তা এই শ্রেণীভুক্ত। একে বলা হয় তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ এবং তার সৃষ্টি তথা সঞ্চার পদ্ধতি স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ থেকে সম্পূর্ণ ভিন্ন। যেহেতু মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক ধর্মের ওপর এই তরঙ্গের সঞ্চার নির্ভর করে না, অতএব এই তরঙ্গ বস্তু মাধ্যম ছাড়াও সঞ্চারিত হতে পারে। যদি আলাদাভাবে উল্লেখ না করা হয়, তাহলে এই এককে আমরা আমাদের আলোচনায় তরঙ্গ বলতে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের কথা বোঝাব, যার সঞ্চারের জন্য মাধ্যম অবশ্য প্রয়োজনীয়। তাছাড়া কোনও যান্ত্রিক কম্পনের ফলে সৃষ্ট এই তরঙ্গকে আমরা যান্ত্রিক তরঙ্গ হিসাবেও উল্লেখ করব।

উদ্দেশ্য

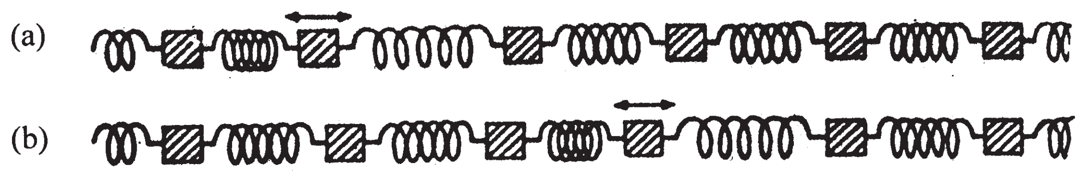
এই এককটি পাঠ করার পর আপনি তরঙ্গগতির নানা দিক সম্বন্ধে অবহিত হবেন। এর ফলে আপনি যে কাজগুলি করতে পারবেন সেগুলি হল—

- তরঙ্গগতি বলতে কী বোঝায় এবং কীভাবে তা সৃষ্টি হয়, তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্থিতিস্থাপক তথা যান্ত্রিক তরঙ্গ ও তড়িৎচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য ও পার্থক্যগুলি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কোনও যান্ত্রিক তরঙ্গ কীভাবে মাধ্যমের সাহায্যে প্রসারলাভ করে এবং মাধ্যমের ধর্মাবলী কীভাবে তার গতিবেগ নিয়ন্ত্রণ করে, তা বুঝিয়ে দিতে পারবেন।
- তরঙ্গকে গাণিতিক রূপে প্রবেশ করতে পারবেন এবং তরঙ্গের গাণিতিক রূপ থেকে তার বৈশিষ্ট্যগুলি চিনে নিতে পারবেন।
- একমাত্রিক, দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক চলতরঙ্গের তরঙ্গ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করতে পারবেন।
- তরঙ্গের দশা ও দশা পার্থক্যের তাৎপর্য ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- চলতরঙ্গের (progressive wave) দ্বারা পরিবাহিত ক্ষমতা ও তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালাগুলি প্রতিষ্ঠিত করতে পারবেন।
- শব্দের উৎস ও শ্রোতার আপেক্ষিক গতির ফলে উদ্ভূত ডপলার ক্রিয়া ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং বিভিন্ন অবস্থায় আপাত কম্পাঙ্কের মান সরাসরি গণনা করতে পারবেন।

6.2 তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যসমূহ

তরঙ্গ কীভাবে সৃষ্টি হয়, তা আপনি আগেই জেনেছেন। আমরা এখানে এই ঘটনাটি যুগ্মিত কম্পনের দৃষ্টিকোণ থেকে দেখার চেষ্টা করব। স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের নামকরণের কারণটি এই আলোচনা থেকে আরও স্পষ্ট হয়ে উঠবে। একটি অবিচ্ছিন্ন মাধ্যমের কণাগুলির যুগ্মিত কম্পনের ফলে তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। 6.1 (a) ও

(b) চিত্রে একটি স্প্রিং দিয়ে যুগ্মিত তন্ত্র দেখানো হয়েছে। এখানে N সংখ্যক সমান ভর (m) স্প্রিং দিয়ে যুক্ত রয়েছে। এই ভরগুলির বামপ্রান্তে অবস্থিত ভরটিকে তার সাম্যাবস্থান থেকে সামান্য বিচ্যুত করে ছেড়ে দিলে কী দেখা যাবে বলে আপনার মনে হয়?



চিত্র 6.1

আপনি হয়ত অনুমান করতে পেরেছেন, প্রথম ভরটি তার সাম্যাবস্থানের দু'পাশে আন্দোলিত হবে। সেই আন্দোলন কিন্তু কেবলমাত্র একটি ভরেই সীমাবদ্ধ থাকবে না। তা সঞ্চালিত হবে তার সন্নিহিত ভরে এবং সেই ভরের কম্পন আবার পরবর্তী ভরে সঞ্চালিত হবে। ক্রমশ দেখা যাবে, এইভাবে প্রতিটি ভরই একের পর এক তাদের সাম্যাবস্থানের দু'পাশে আন্দোলিত হচ্ছে। অর্থাৎ দেখুন, প্রথম ভরটিকে তার সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুত করে তার মধ্যে যে শক্তির যোগান দেওয়া হয়েছিল সেই শক্তি এই স্প্রিং যুক্ত ভরগুলির এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে ছড়িয়ে পড়ল, কিন্তু কোনও ভরেরই সাম্যাবস্থানের স্থানচ্যুতি ঘটল না। সেগুলি কেবল তাদের সাম্যাবস্থানের দু'পাশে আন্দোলিত হতে থাকে এবং ঐ তরঙ্গের সাহায্যে মাধ্যমের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে শক্তি পরিবাহিত হয়। আপনি যখন কথা বলেন, তখন আপনার মুখের সামনের বায়ু স্তরে আলোড়ন সৃষ্টি হয়। সেই আলোড়ন পরপর বায়ুস্তরগুলিতে সঞ্চারিত হয়ে শ্রোতার কানের পর্দায় কম্পনের সৃষ্টি করে। শ্রোতা আপনার কথা শুনতে পান, কিন্তু আপনার মুখের সংলগ্ন বাতাসে কোনও বায়ু স্রোত সৃষ্টি হয় না।

তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে যে গতিবেগ প্রসারলাভ করে, তাকে বলা হয় তরঙ্গবেগ(wave velocity)। এই গতিবেগের মান মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা ও অন্যান্য বৈশিষ্ট্যের ওপর নির্ভর করে। বিশেষভাবে উল্লেখ করা প্রয়োজন যে, তরঙ্গ বেগ মাধ্যমের কণাগুলির আলোড়নের গতিবেগের ওপর নির্ভর করে না। যেমন, কোনও জোরাল শব্দের ক্ষেত্রে মাধ্যমের কণাগুলি অধিকতর গতিবেগ ও বিস্তার সহ আন্দোলিত হলেও মাধ্যমের ঐ শব্দের গতিবেগ কিন্তু অন্য যে কোনও সাধারণ শব্দের গতিবেগের সমানই হয়।

যে তরঙ্গ মাধ্যমের বস্তুকণাগুলি সরল দোলগতিতে কম্পিত হয়, অথবা তড়িৎক্ষেত্র বা চৌম্বকক্ষেত্রের মত সংশ্লিষ্ট কোনও ভৌত রাশি সরল দোলগতিতে ওঠানামা করে, তাকে সরল দোলতরঙ্গ বা সাইনধর্মী তরঙ্গ (sinusoidal wave) বলা হয়। এইরকম তরঙ্গ যখন মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে প্রসারলাভ করে, তখন মাধ্যমের কোনও একটি কণার কম্পন লক্ষ্য করলে দেখা যাবে সাম্যাবস্থানের দু'পাশে সেটির যে কম্পন ঘটছে, তার সময় দূরত্ব সমীকরণ সাইন (sine) লেখচিত্রের মত। তরঙ্গের নামটি এখান থেকেই এসেছে। তরঙ্গের উৎস অথবা মাধ্যমের কোনও একটি বস্তুকণা প্রতি সেকেণ্ডে যতগুলি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে যা যতগুলি তরঙ্গ

প্রতি সেকেণ্ডে মাধ্যমের কোনও নির্দিষ্ট বিন্দুকে অতিক্রম করে, সেই সংখ্যাটিকে বলা হয় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক (frequency)। প্রতিটি পূর্ণ কম্পনে যে সময় লাগে অথবা যে সময়ে একটি পূর্ণ তরঙ্গ মাধ্যমের কোনও বিন্দুকে অতিক্রম করে যায়, তাকে আমরা তরঙ্গে পর্যায়কাল(T) বলি। এটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের বিপরীত(reciprocal) রাশি। সাধারণত কম্পাঙ্ককে n বা v (নিউ) দিয়ে সূচিত করা হয়। এর একক পর্যায়/সেকেণ্ড (cycles per second)। তবে কম্পাঙ্কের এই এককটিকে আমরা আন্তর্জাতিক পদ্ধতি অনুযায়ী বিজ্ঞানী হার্ৎজের (Hertz) নামানুসারে Hz (হার্ৎস্) চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করি।

উৎসের প্রতিটি পূর্ণ কম্পনের ফলে মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে তরঙ্গাকৃতি একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে এগিয়ে যায়। এই দূরত্ব অন্তর তরঙ্গের দশার পুনরাবৃত্তি ঘটে। এই দূরত্বটিকে বলা হয় তরঙ্গদৈর্ঘ্য (wavelength)। সাধারণত λ (lamda) চিহ্ন দিয়ে এই দূরত্বকে সূচিত করা হয়। এর একক অবশ্যই দৈর্ঘ্যের একক।

আগের আলোচনা থেকে আপনি নিশ্চয় বুঝতেই পেরেছেন যে, উৎসের কম্পাঙ্ক যদি n হয়, আর প্রতিটি কম্পনের ফলে যদি আলোড়ন λ পরিমাণ অগ্রসর হয়, তাহলে n সংখ্যক কম্পনের ফলে তরঙ্গটি $n\lambda$ দূরত্বে অগ্রসর হবে। অর্থাৎ, এই মুহূর্তে এখানে একটি সুরশলাকাকে আঘাত করলে এখানকার বাতাসের কণায় যে কম্পন সৃষ্টি হবে, তা ঠিক এক সেকেণ্ডে বাদে $n\lambda$ দূরত্বে পৌঁছবে। কিন্তু তরঙ্গ এক সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা হচ্ছে তরঙ্গের গতিবেগ v।

সুতরাং, তরঙ্গের গতিবেগ

$$v = n\lambda \qquad \text{...... 6.1}$$

অর্থাৎ, তরঙ্গের গতিবেগ= তরঙ্গের কম্পাঙ্ক × তরঙ্গদৈর্ঘ্য

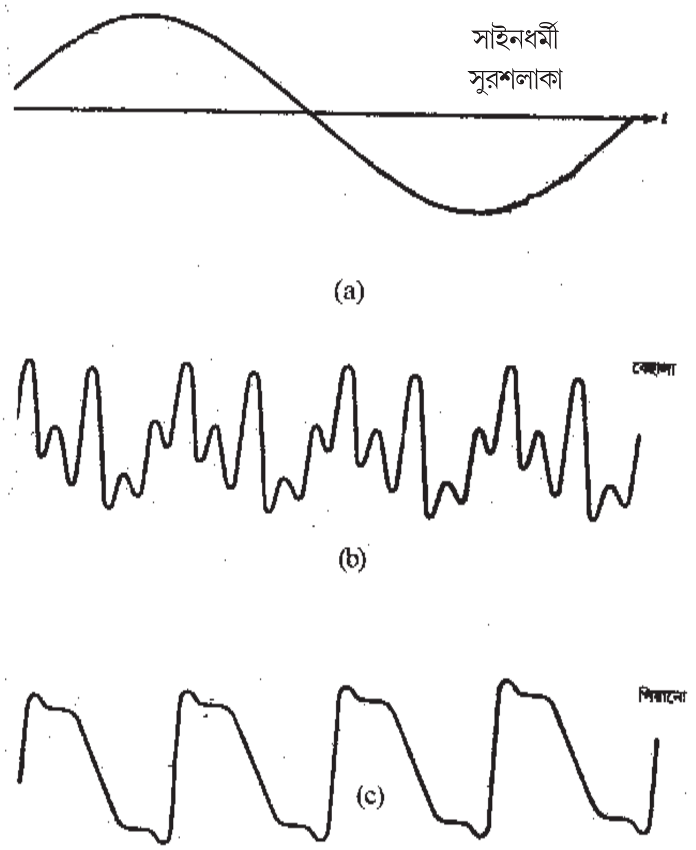
উপরের সমীকরণটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গের গতিবেগের মধ্যে যে সম্পর্ক সূচিত করেছে তার ওপর দু-একটি অনুশীলনী করে দেখা যাক।

অনুশীলনী -1 : বায়ুতে শব্দের গতিবেগ $340ms^{-1}$ হলে 400Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। 300টি কম্পন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, তার মধ্যে শব্দ কত দূর অগ্রসর হবে?

অনুশীলনী -2 : নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কবিশিষ্ট কোনও বস্তু কম্পিত হলে A মাধ্যমে 10cm দৈর্ঘ্যের এবং B মাধ্যমে 15 cm দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। A মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ $90cms^{-1}$ হলে, B মাধ্যমে তার গতিবেগ নির্ণয় করুন।

এ পর্যন্ত আমরা সরল দোলগতিতে কম্পিত উৎস এবং সরল দোলতরঙ্গের কথাই আলোচনা করেছি। তরঙ্গসৃষ্টির জন্য কেবল উৎসের সরল দোলগতি ছাড়া আরও জটিল প্রকৃতির কম্পনও দায়ী হতে পারে। যেমন বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রে শব্দের উৎসের কম্পন বেশ জটিল হতে দেখা যায়। সেতার, সরোদ, পিয়ানো, গিটার প্রভৃতি যন্ত্রে শব্দ সৃষ্টির জন্য তারের পর্যাবৃত্ত কম্পন দায়ী হলেও কোনও যন্ত্রেই ঐ কম্পন সরল দোলগতিতে ঘটে না। ঐ যন্ত্রগুলিতে সৃষ্ট শব্দতরঙ্গের আকৃতিগুলিও বেশ জটিল হয়। 6.2 চিত্রে এইরকম কয়েকটি শব্দতরঙ্গের

সময় সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। তবে পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত সুরশলাকার বাহুগুলি সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়, যার ফলে সুরশলাকা থেকে নিঃসৃত শব্দ সরল দোলতরঙ্গের আকারে বিস্তার লাভ করে।



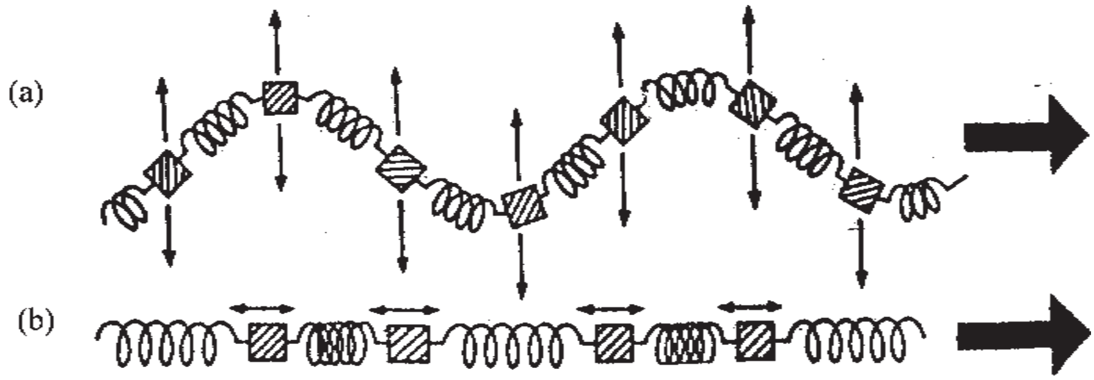
চিত্র 6.2

6.3 তরঙ্গের প্রকারভেদ

বিভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে আমরা তরঙ্গের শ্রেণীবিভাগ করতে পারি। যেমন ধরুন, তরঙ্গ বিস্তারের মাধ্যমের প্রকৃতি থেকে আমরা একমাত্রিক (one dimensional বা I.D), দ্বিমাত্রিক (two dimensional বা 2-D) এবং ত্রিমাত্রিক (three dimensional বা 3-D) তরঙ্গ পেতে পারি। একটি দড়ি বা তারের বা দন্ডের মধ্যে দিয়ে যখন তরঙ্গ অগ্রসর হয়, সেই তরঙ্গকে আমরা একমাত্রিক তরঙ্গ বলি। কারণ, এই তরঙ্গ একটি রেখা বরাবর কেবল্ বিশেষ একটি দিকেই এগিয়ে চলতে সক্ষম। আবার জলাশয়ে ঢিল ফেললে জলতলের উপর যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয়, তা দ্বিমাত্রিক। এক্ষেত্রে তরঙ্গ একটি তলে প্রসারলাভ করে। এই ধরনের তরঙ্গকে পৃষ্ঠতরঙ্গ (surface wave) বলা যায়। আবার কোনও একটি উৎস থেকে শব্দ বা আলোক তরঙ্গ যখন সবদিকে ছড়িয়ে পড়ে, তখন সেই তরঙ্গকে আমরা বলি ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ। আমরা এখানে আমাদের আলোচনা একমাত্রিক তরঙ্গেই সীমাবদ্ধ রাখবো।

তরঙ্গ সৃষ্টির জন্য মাধ্যমের যে কম্পন হয়, তার প্রকৃতির ওপর ভিত্তি করেও তরঙ্গের শ্রেণী বিভাগ করা যায়। তরঙ্গ যে দিকে অগ্রসর হয় মাধ্যমের কণাগুলি যদি তার লম্ব অভিমুখে কম্পিত হয়, তাহলে সেই তরঙ্গকে বলা হয় অনুপ্রস্থ তরঙ্গ (transverse wave)। আপনারা নিশ্চয়ই বিভিন্ন টান দেওয়া তারের (যেমন গিটার, সরোদ, সেতার ইত্যাদি) তারের কম্পন লক্ষ করেছেন। এক্ষেত্রে তারের কম্পনের অভিমুখ এবং তরঙ্গের প্রসারের অভিমুখ পরস্পর লম্ব। সুতরাং, তারে যে তরঙ্গ সঞ্চারিত হয় তা অনুপ্রস্থ। চিত্র 6.3 -এ দেখানো হয়েছে কীভাবে একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থাতে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায়।

ঐ একই চিত্রে [চিত্র 6.3 (b)] একই ধরেনর স্প্রিং -ভর ব্যবস্থার সাহায্যে দেখানো হয়েছে, কীভাবে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (longitudinal wave) সৃষ্টি হতে পারে। আবার যদি কোনও তরঙ্গে মাধ্যমের কম্পনশীল কণাগুলির কম্পনের অভিমুখ এবং তরঙ্গ প্রসারের অভিমুখ অভিন্ন হয়, তাহলে সেই তরঙ্গকে আমরা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ



চিত্র 6.3

বলি। 6.3 (b) চিত্রে আগের স্প্রিং -ভর ব্যবস্থাটিতে কীভাবে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ চলতে পারে, তা দেখানো হয়েছে। এখানে একটি ভরকে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বরাবর তার সাম্য অবস্থান থেকে বিচ্যুত করে ছেড়ে দিলে স্প্রিং ভর শৃঙ্খল বরাবর অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সৃষ্টি হবে।

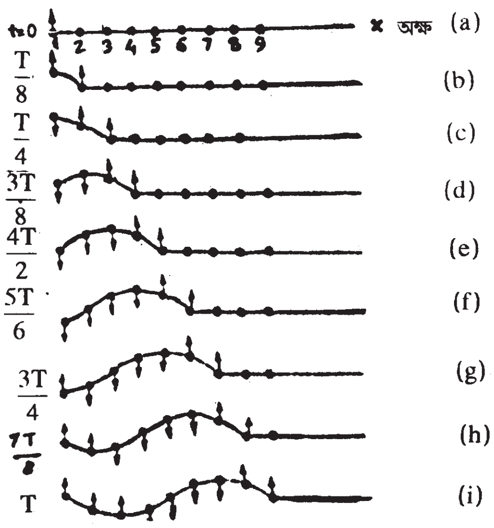
তরঙ্গ বা গ্যাসীয় মাধ্যমে কেবল অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গই সঞ্চারিত হতে পারে কেননা, অনুপ্রস্থ তরঙ্গ সৃষ্টি করতে মাধ্যমের একটি স্তরকে পরের স্তরের উপর কৃন্তন পীড়ন (shearing stress)প্রয়োগ করতে হয়, যা প্রবাহী মাধ্যমে সম্ভব হয় না। কঠিন মাধ্যমে অবশ্য অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ —দুই প্রকার তরঙ্গই চলতে পারে।

আর একটি বিষয়ে আপনার মনে প্রশ্ন জাগা স্বাভাবিক। সেটি হল, তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গকে কোন জাতির তরঙ্গ বলা যায়। তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ যান্ত্রিক তরঙ্গ নয়, কোনও বস্তুকণার কম্পনের ফলে এই তরঙ্গের উদ্ভব হয় না। এই তরঙ্গের পথে প্রতিটি বিন্দুতে তরঙ্গগতির লম্ব অভিমুখে তড়িৎক্ষেত্র ও চৌম্বকক্ষেত্রের তীব্রতা আন্দোলিত হতে থাকে। এজন্য এই তরঙ্গকে আমরা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বলি।

আবার সম্পূর্ণ একটি ভিন্ন বিবেচনা থেকে যান্ত্রিক তরঙ্গের শ্রেণী বিভাগ করা যেতে পারে। যেমন, আমরা কানে যে কোনও কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পাই না। নিচের দিকে 20Hz আর ওপরের দিকে 20kHz (কিলো হার্ৎস্) কম্পাঙ্কের শব্দ পর্যন্ত আমরা কানে শুনতে পাই। যদি কোন শব্দতরঙ্গের কম্পাঙ্ক 20Hz-এর নিচে হয়, তাহলে সেই শব্দকে বলা হয় অবশব্দ (infrasonic wave)। অন্যদিকে, কোনও শব্দের কম্পাঙ্ক যদি 20kHz এর থেকে বেশি হয়, তাহলে তাকে আমরা বলি অতিশব্দ (ultrasonic wave)। আপনার হয়ত জানা আছে, চিকিৎসা বিজ্ঞানে ও অন্যত্র অতিশব্দকে নানা কাজে লাগানো হয়। এই সম্পর্কে দ্বাদশ এককে বিস্তৃত আলোচনা করা হবে।

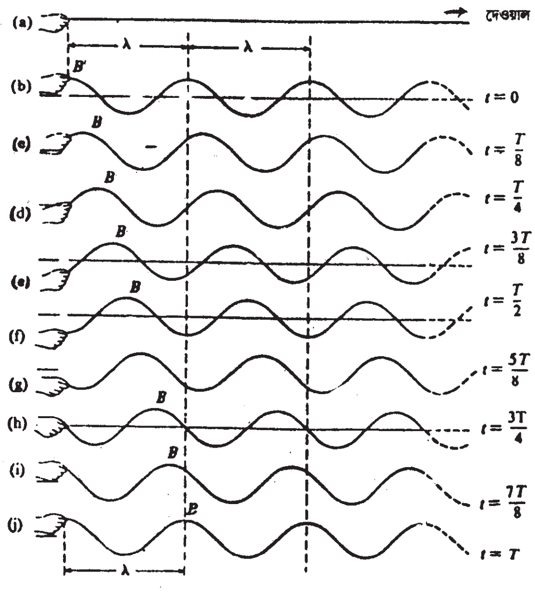
তাছাড়া কোনও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ যখন বিস্তার লাভ করে, তখন মাধ্যমের সমদশায় কম্পিত পাশাপাশি বিন্দুগুলি যদি একটি সমতলে থাকে, তবে তাকে সমতল তরঙ্গ (plane wave)বলা হয়। আর যদি ঐ বিন্দুগুলি কোনও গোলকের (sphere) তলে থাকে, তবে সেই তরঙ্গকে আমরা গোলীয় তরঙ্গ (spherical wave)বলি। অবশ্য এই এককে আমাদের আলোচনা একমাত্রিক (one dimensional) তরঙ্গেই সীমাবদ্ধ থাকবে এবং এক্ষেত্রে সমদশায় কম্পিত কোন সন্নিহিত বিন্দু না থাকায়, এখানে উপরের শ্রেণী বিভাগটি কার্যকরী হবে না।

6.4 তরঙ্গের সঞ্চারণের প্রক্রিয়া



চিত্র 6.4

তরঙ্গ ঠিক কীভাবে সঞ্চারিত হয়, তা বোঝানোর জন্য আমরা কয়েকটি চিত্রের সাহায্যে নেব। প্রথম চিত্রে (চিত্র 6.4) দেখানো হয়েছে, একটি লম্বা দড়ির এক প্রান্ত দেওয়ালে বেঁধে অন্য প্রান্ত হাতের মুঠোয় ধরে উপর -নিচে ঝাঁকালে দড়ির মধ্যে দিয়ে একটি তরঙ্গ সঞ্চারিত হবে। এটি আপনি নিজে একবার করে দেখুন। লক্ষ্য করুন আপনার হাত যখন তার স্বাভাবিক অবস্থানের দু'দিকে পর্যাবৃত্ত(periodic) গতিতে ওঠানামা করছে, দড়ির বিভিন্ন অংশগুলিও একই রকম আচরণ করছে। আলোড়নটি সামগ্রিকভাবে সাইন তরঙ্গের আকারে দেওয়ালের দিকে এগিয়ে যাচ্ছে, যতক্ষণ না সেখান থেকে তার প্রতিফলন ঘটে। 6.4 চিত্রে হাতটি উপর -নিচ করলে কীভাবে দড়িতে তরঙ্গ উৎপন্ন হবে, দড়িটির প্রথম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নয়টি বিন্দুর সরণ ও গতির মাধ্যমে দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করে দেখুন, প্রতিটি বিন্দু পরবর্তী বিন্দুর সঙ্গে যুগ্মিত হওয়ায় সেটির সরণ পরবর্তী বিন্দুর গতিকে প্রভাবিত করছে। তরঙ্গের বিস্তারলাভের বিভিন্ন স্তরগুলি 6.5 চিত্রে দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করুন, সময়ের সঙ্গে তরঙ্গের সমগ্র আকৃতি কীভাবে অগ্রসর হচ্ছে।



চিত্র 6.5

6.5 তরঙ্গের গাণিতিক রূপ

এর আগের অনুচ্ছেদে আপনি তরঙ্গের উৎপত্তি কীভাবে হয় এবং তরঙ্গ কীভাবে অগ্রসর হয় সে সম্বন্ধে কিছুটা ধারণা লাভ করেছেন। কিন্তু পদার্থবিদ্যার আলোচনার জন্য তরঙ্গকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করাও অত্যন্ত প্রয়োজনীয়। এই পর্যায়ের প্রথম কয়েকটি এককে সরল দোলগতিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করে তার সম্বন্ধে নানা আলোচনা করা হয়েছে। এখানে আমরা সরল দোলতরঙ্গের ক্ষেত্রে সেই আলোচনারই সংযোজন করব।

আলোচনার সুবিধার জন্য একটি একমাত্রিক তরঙ্গের কথা বিবেচনা করুন। ধরুন, তরঙ্গটি x অক্ষ অভিমুখে অগ্রসর হচ্ছে t সময়ে এবং মাধ্যমের যে কোনও কণার সাম্যাবস্থান থেকে সরণ $\psi(x,t)$। আপনি যদি শুধু $x = 0$ বিন্দুতে যে কণাটি আছে তার লক্ষ্য রাখেন, তবে আপনি সেটির সময় সরণ সমীকরণ পাবেন

.... 6.2

যেখানে A = কণাটির সরল দোলগতির বিস্তার এবং ঐ সরল দোলগতির কৌণিক কম্পাঙ্ক, ϕ কোণটি তরঙ্গের প্রারম্ভিক দশাকোণ। উপযুক্ত মুহূর্তে সময়ের গণনা শুরু করলে ϕ কোণকে শূন্য ধরা যায়। 6.2 সমীকরণটির রূপ তখন হবে,

$$\psi(0,t) = A \sin \qquad .... 6.3$$

এখন প্রশ্ন এই যে, t সময়ে বিন্দুতে সরণ কত হবে, অর্থাৎ কে কীভাবে লেখা যাবে। t সময়ে $x=\Delta x$ বিন্দুতে যে সরণ হবে তা নিশ্চয়ই সময়ে x = 0 বিন্দুতে সরণের সমান হবে। কেন না ঐ সরণ $\frac{\Delta x}{v}$ সময় পরে অর্থাৎ, t সময়ে দূরত্ব অতিক্রম করে বিন্দুতে পৌঁছবে।

যেহেতু Δx ইচ্ছামত বেছে নেওয়া একটি দূরত্ব, অতএব আমরা সাধারণভাবে লিখতে পারি,

$$\psi(x,t) = A\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right) \qquad \text{........ 6.4}$$

6.4 সমীকরণটি সরল দোলতরঙ্গের গাণিতিক রুপ। এটিকে অবশ্য নানা ভাবে লেখা যায় যেমন:

$$\psi(x,t) = A\sin 2\pi\nu\left(t-\frac{x}{v}\right) \quad \therefore \ \omega = 2\pi\nu,$$ যেখানে, ν = কম্পাঙ্ক .... 6.5(a)

$$= \qquad \therefore \qquad \text{........ 6.5(b)}$$

[illegible] $= A\sin\omega\left(t-\frac{\Delta x}{v}\right)$ .... 6.5(c)

= যেখানে $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ (সঞ্চারণ ধ্রুবক) .... 6.5(d)

সমীকরণ 6.5 -এ দূরত্ব x ও সময় t এর সঙ্গে তরঙ্গের সরণ পরিস্থিতি বিশ্লেষণ করা যাক। y এর যে পরিবর্তন সূচিত হয়েছে, তা লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো যেতে পারে। আপনি যদি তরঙ্গ পথের নির্দিষ্ট বিন্দুতে, অর্থাৎ x এর নির্দিষ্ট মানের জন্য এবং কোনও এক নির্দিষ্ট মূহূর্ত অর্থাৎ, t এর নির্দিষ্ট মানের জন্য লেখচিত্রের অঙ্কন করেন, তাহলে আপনি যথাক্রমে 6.5 (a) ও (b) এর মত দুটি লেখচিত্র পাবেন।

লেখচিত্রে তরঙ্গের এক পর্যায়কাল T অন্তর একই দশা ফিরে আসবে। অর্থাৎ, সরণের পরপর দুই গরিষ্ঠ বা দুই লঘিষ্ঠ মানের মধ্যে সময়ের ব্যবধান হবে T। অন্যদিকে, লেখচিত্রে তরঙ্গ পথের পরপর যে দুই বিন্দুতে একই দশা দেখতে পাওয়া যাবে, তাদের মধ্যে দূরত্ব হবে তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ- এর সমান।

আমরা এ পর্যন্ত একমাত্রিক তরঙ্গটি কেবল x অক্ষের ধনাত্মক দিকেই সঞ্চারিত হচ্ছে বলে ধরে নিয়েছি। কিন্তু এই একই তরঙ্গের সঞ্চার x অক্ষের ঋণাত্মক দিকেও ঘটতে পারে। অর্থাৎ, x অক্ষ অভিমুখে তরঙ্গের বেগ v এর পরিবর্তে -v হতে পারে। অর্থাৎ

6.4 সমীকরণে v এর জায়গায় -v বসালে পাওয়া যাবে।

.... 6.6

এখন 6.5 (a) –(d) সমীকরণগুলির সমতুল্য সমীকরণগুলি লেখা যাবে:

$$\psi(x,t) = A\sin 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad \text{........ 6.7 (a)}$$

$$= A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) \quad \text{........ 6.7(b)}$$

$$= \quad \text{........ 6.7 (c)}$$

$$= \quad \text{........ 6.7 (d)}$$

আপনার মনে হতে পারে, 6.4 থেকে 6.7 সমীকরণগুলিতে সাইন অপেক্ষকের পরিবর্তে কোসাইন অপেক্ষক ব্যবহার করা যায় কি না। এ বিষয়টি সম্পূর্ণই প্রাথমিক সীমা শর্তের ওপর নির্ভর করে। 6.4 সমীকরণ

$$\psi(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

থেকে আপনি পাবেন $\psi(x=0, t=0) = 0$ এবং

[illegible]

অর্থাৎ, প্রাথমিক অবস্থায় সরণের মান শূন্য কিন্তু, মাধ্যমের বস্তুকণার বেগ সর্বোচ্চ। যদি $\psi(x,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$ লেখা হয় তবে,

$$\psi(x=0, t=0) = A$$

এবং,

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে প্রাথমিক অবস্থায় সরণ সর্বোচ্চ, কিন্তু বস্তুকণার বেগ শূন্য।

সাধারণভাবে, যদি

লেখা হয়, তবে

এবং, ধরুন।

$\psi 0$ এবং u_0 যদি নির্দিষ্ট থাকে, তবে A এবং ϕ দুইই জানা যাবে কেননা,

$$A = \left(\psi_0^2 + \frac{u_0^2}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{........ 6.8 (a)}$$

$$\text{এবং}, \ \tan\phi = \frac{\omega\psi_0}{u_0} \qquad \text{........ 6.8 (b)}$$

তরঙ্গের গাণিতিক প্রকাশের আর একটি পদ্ধতিও প্রায়ই ব্যবহার করা হয়। আপনি জানেন যে, $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta\left(j = \sqrt{-1}\right)$ । সুতরাং, $Ae^{j(\omega t - kx + \phi)}$ রাশিটির বাস্তব অংশ

এবং কাল্পনিক অংশ । এজন্য

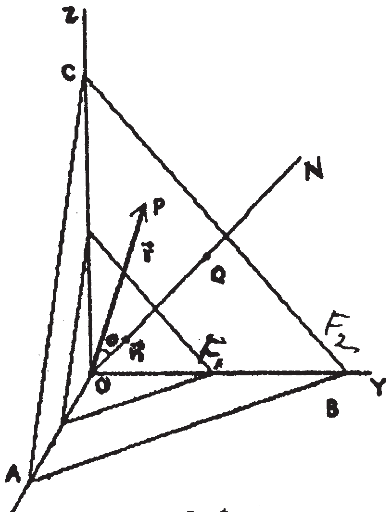
। 6.9

সম্পর্কটি তরঙ্গের সরণ সমীকরণ হিসাবে ব্যবহার করা হয়। ধরে নিতে হয় যে, ডানদিকের রাশির বাস্তব অংশই তরঙ্গের সরণ নির্দেশ করছে।

দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের রাশিমালা

এ পর্যন্ত আমরা একমাত্রিক তরঙ্গের কথাই বিবেচনা করলাম। দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক মাধ্যমে তরঙ্গের গাণিতিক রূপ কেমন হবে? আসুন এবার আমরা দেখি একমাত্রিক তরঙ্গের জন্য আমরা যে গাণিতিক রূপ প্রতিষ্ঠা করেছি (সমীকরণ 6.4), সেটি এসব ক্ষেত্রের জন্য পরিবর্তিত করা যায় কি না।

প্রথমে দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের কথাই বিবেচনা করা যাক। ধরুন x–y তলে একটি তরঙ্গ সঞ্চারিত হচ্ছে যার সমদশার বিন্দুগুলি এক সরলরেখায় অবস্থিত। এটিকে ত্রিমাত্রিক সমতল তরঙ্গের দ্বিমাত্রিক প্রতিরূপ বলে ভাবতে পারেন। সমদশার সরলরেখাগুলিকে আমরা তরঙ্গমুখ (wave front) এবং সেগুলির সঙ্গে লম্ব সরলরেখাকে আমরা তরঙ্গ লম্ব (wave normal) বলি। 6.6 চিত্রে F_1, F_2 প্রভৃতি সরলরেখাগুলি তরঙ্গমুখ এবং ON বা তার সমান্তরাল যে কোনও সরলরেখা তরঙ্গ লম্ব।



দ্বিমাত্রিক তরঙ্গ

চিত্র 6.6

এখন আমরা $\bar{r}$ স্থানাঙ্কে P বিন্দুতে তরঙ্গের গাণিতিক রূপটি লিখতে চাই। ধরা যাক, মূলবিন্দু O তে 6.3 সমীকরণটি তরঙ্গের সমীকরণকে বোঝায়। অর্থাৎ,

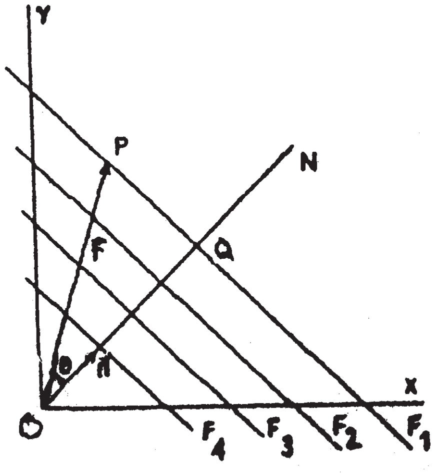
যদি শুধু ON সরলরেখা বরাবর তরঙ্গটির সঞ্চারণ লক্ষ্য করা যায়, তবে Q বিন্দুতে 6.4 সমীকরণ অনুসারে তরঙ্গের গাণিতিক রূপটি লেখা যাবে

$$\psi\left(\vec{O}Q,t\right)=A\sin\omega\left(t-\frac{0Q}{v}\right)$$

কেননা O বিন্দুতে তরঙ্গমুখের একটি ক্ষুদ্র অংশকে অনুসরণ করলে দেখা যাবে সেটিই কিছুক্ষণ পরে Q বিন্দুতে উপস্থিত হয়েছে। P ও Q বিন্দু একই তরঙ্গমুখের উপর অবস্থিত হওয়ায়, এই বিন্দু দুটিতেও তরঙ্গের দশা একই, সুতরাং P বিন্দুতেও তরঙ্গের সমীকরণ একই হবে। কিন্তু $OQ=OP\cos\theta=\vec{r},\vec{n}$ যেখানে = তরঙ্গ লম্ব অভিমুখী একক ভেক্টর এবং θ এখানে ও এর অন্তর্ভুক্ত কোণ। এবার আমরা P বিন্দুতে দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপটি লিখতে পারি :

.... 6.10

এখন অপনি x এর পরিবর্তে $\vec{r}\,\vec{n}$ লিখে 6.5 $(a-b)$, 6.6 বা 6.7 $(a-b)$ সমীকরণগুলির দ্বিমাত্রিক প্রতিরূপ নিজেই লিখতে পারবেন।



চিত্র 6.7

ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের রাশিমালা

দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা যে যুক্তি অনুসরণ করেছি, ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রেও সেটি প্রযোজ্য হবে। ABC সমতলটি তরঙ্গমুখ, ON তরঙ্গলম্ব। OP যদি হয়, অর্থাৎ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক ভেক্টর যদি হয় তবে, OQ = সেখানে, সেখানে আগের মত তরঙ্গলম্ব ON বরাবর একক ভেক্টর। সুতরাং, এক্ষেত্রে 6.10

সমীকরণ, অর্থাৎ

সমীকরণটিই হবে ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপ।

6.5.1 তরঙ্গের দশা ও দশা-পার্থক্য

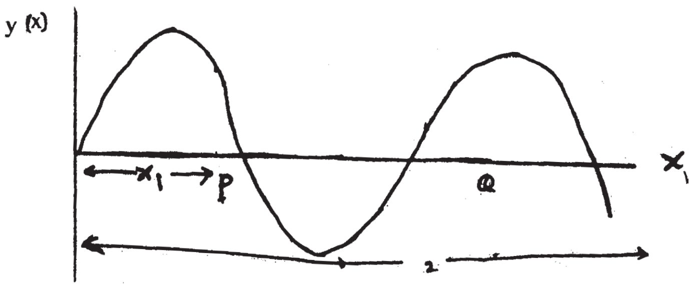
চলতরঙ্গের গাণিতিক রূপের সঙ্গে আপনি কিছুটা পরিচিত হয়েছেন। তরঙ্গের রাশিমালার সাহায্যে এখন আপনি সহজেই তরঙ্গ পথের দুই ভিন্ন বিন্দু অথবা একই বিন্দুতে দুই ভিন্ন সময়ের মধ্যে দশা পার্থক্য নির্ণয় করতে পারবেন। 6.5 (b) সমীকরণে আমরা পেয়েছি :

$$\psi(x,t)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

= সেখানে দশাকোণ।

লক্ষ্য করুন, এখানে t সময়ে মূলবিন্দু থেকে x দূরত্বে দশাকোণ

বিশেষভাবে খেয়াল রাখা দরকার যে, এই দশার দুটি অংশ সময়ের সঙ্গে এবং দূরত্বের সঙ্গে পরিবর্তনশীল। ধরা যাক, একমাত্রিক তরঙ্গের পথে P ও Q বিন্দুর দূরত্ব মূলবিন্দু থেকে যথাক্রমে এবং x_2 (চিত্র 6.8) একটি বিশেষ মুহূর্তে অর্থাৎ, 't' এর একটি বিশেষ মানের জন্য P বিন্দুতে তরঙ্গের দশা



ঐ একই মুহূর্তে Q বিন্দুতে তরঙ্গের দশা

চিত্র 6.8

ঐ বিশেষ মুহূর্তে P ও Q বিন্দুর মধ্যে দশা -পার্থক্য

$\therefore \Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times$ বিন্দু দুটির পথ পার্থক্য 6.11

লক্ষ্য করুন যে, এই দশা পার্থক্য সময়ের ওপর নির্ভরশীল নয়।

দুটি বিন্দুর মধ্যে পথ পার্থক্য -এর কোনও যুগ্ম গুণিতক (even multiple) হলেও দশা পার্থক্য =

এখানে s একটি পূর্ণ সংখ্যা। দশ পার্থক্য $2s\pi$ হওয়ার অর্থ, দশার পার্থক্য এর অখণ্ড গুণিতক। এর ফলে ঐ দুই বিন্দুতে তরঙ্গটি সমদশা সম্পন্ন হবে।

অন্যদিকে, যদি পথ পার্থক্য র অযুগ্ম গুণিতক (odd multiple) হয়, যেখানে s = অখন্ড

সংখ্যা, তাহলে দুই বিন্দুর মধ্যে দশার পার্থক্য হবে $\frac{2\pi}{\lambda}.(2s+1)\frac{\lambda}{2}=(2s+1)\pi$ । সুতরাং, ঐ বিন্দু দুটিতে তরঙ্গের দশায়   প্রভেদ থাকবে অর্থাৎ, তরঙ্গটি বিপরীত দশায় থাকবে।

6.5 এবং 6.5.1 অনুচ্ছেদে আপনি যা পড়লেন তা আরও ভালভাবে বোঝাবার জন্য আপনি এই অনুশীলনী দুটির উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করতে পারেন।

অনুশীলনী - 3 : কোনও চলতরঙ্গের সমীকরণ

এখানে t এর মান সেকেণ্ড এবং x, y এর মান cm -এ দেওয়া আছে। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও গতিবেগ নির্ণয় করুন। তরঙ্গ বিস্তারের অভিমুখে দুটি বিন্দুর দূরত্ব 20 cm হলে, যে কোনও সময়ে বিন্দু দুটিতে তরঙ্গের দশা পার্থক্য নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী -4 : একটি চলতরঙ্গের বিস্তার 0.03m, কম্পাঙ্ক 550Hz এবং গতিবেগ $330ms^{-1}$ । তরঙ্গটি যদি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের অভিমুখে সঞ্চারিত হয়, তাহলে চলতরঙ্গটির সরণ সমীকরণটি লিখুন।

6.6 সাধারণ তরঙ্গ সমীকরণ

একমাত্রিক সমীকরণ :

6.5 এবং 6.5.1 অনুচ্ছেদে আমরা চলতরঙ্গের গাণিতিক রূপ অর্থাৎ, তার সরণ সমীকরণ সম্বন্ধে জানতে পেরেছি। এই পর্যায়ের আগের এককগুলি পড়ার সময় আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন, সরল দোলগতি, অবমন্দিত দোলগতি বা প্রণোদিত দোলগতির ক্ষেত্রে আমরা প্রথমে প্রদত্ত ভৌত শর্ত অনুসরণ করে একটি অবকল সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করেছি। এই সমীকরণের সমাধান হিসেবে আমরা বস্তুকণার কম্পনের সময়-দূরত্ব সম্পর্ক পেয়েছি। এই সমাধানে অবশ্য একাধিক অনির্দিষ্ট ধ্রুবক থাকে। তবে প্রাথমিক শর্তাবলী প্রয়োগ করে আমরা ঐ ধ্রুবকগুলির মান নির্ণয় করতে পেরেছি। কিন্তু এখানে আমরা একটি বিপরীত পদ্ধতিতে তরঙ্গের অবকল সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করব।

6.5 (b) সমীকরণে আমরা পেয়েছিলাম,

লক্ষ্য করুন, এখানে ψ একই সঙ্গে x ও t এর অপেক্ষক। সুতরাং, এখানে ψ এর আংশিক অবকলন করা যাবে। উপরের সমীকরণ থেকে আমরা এই অবকলগুলি পাই :

...... 6.12(a)

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=A\frac{2\pi v}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

.... 6.12(b)

6.11 (a) ও (b) থেকে সহজেই পাওয়া যায়

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \qquad \text{........ 6.13}$$

এটি একাধিক তরঙ্গের তরঙ্গ সমীকরণ। লক্ষ্য করুন, এই সমীকরণে v2 থাকলেও, v নেই। সুতরাং, এটির সমাধান v ও -v উভয়ের জন্যই সমভাবে প্রযোজ্য হবে। এমন কি x -এর ধনাত্মক দিকে ও ঋণাত্মক দিকে সঞ্চারিত দুই তরঙ্গের উপরিপাতন ঘটে স্থানুতরঙ্গ সৃষ্টি করলে তার ক্ষেত্রেও এই তরঙ্গ সমীকরণ প্রযোজ্য থাকবে।

দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক সমীকরণ :

একমাত্রিক তরঙ্গ সমীকরণটি আমরা যে পদ্ধতিতে পেয়েছি, সেই একই পদ্ধতিতে দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ সমীকরণ পাওয়া যেতে পারে। তবে এক্ষেত্রে আমাদের 6.10 সমীকরণটি ব্যবহার করতে হবে। এই সমীকরণটি হল :

$(x - (x)$ [illegible]

$$= A\sin\left(\omega t - \vec{r}.\frac{\omega\vec{n}}{v}\right)$$

এখানে $\frac{\omega\vec{n}}{v}$ ভেক্টরটির মান এবং দিক তরঙ্গ লম্ব অভিমুখী। এই ভেক্টরকে আমরা সঞ্চারণ ভেক্টর (propagation vector) বলি এবং $\vec{k}$ রাশি দিয়ে অভিহিত করি। সুতরাং, আমরা লিখতে পারি :

$$= \quad A\sin\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right)$$

যেখানে k_x, k_y ও k_z হল ভেক্টরের কার্টেজীয় উপাংশ এবং (x,y,z) হল পরিলক্ষিত বিন্দুর স্থানাঙ্ক। দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে অবশ্য বা বা —কোনও রাশিই থাকবে না।

এখন যদি আপনি কে t,x,y,z প্রভৃতির সাপেক্ষে আংশিক অবকলন করেন, তবে পাবেন,

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = A\omega\cos\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right)$$

.... 6.14 (a)

একইভাবে আপনি দেখাতে পারেন,

অর্থাৎ, ... 6.14 (b)

6.12 (a) ও (b) সম্পর্কগুলিকে একত্র করে পাবেন,

.... 6.15

বাঁ দিকের রাশিটি সাধারণত $\nabla^2\psi$ রূপে লেখা হয়। এছাড়া

সুতরাং 6.15 সমীকরণটিকে লেখা যায়

.... 6.16

এই সমীকরণটি দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক —দুই শ্রেণীর তরঙ্গেরই তরঙ্গ সমীকরণ। দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের জন্য

কে $\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)$ বলে ধরতে হবে।

6.7 চলতরঙ্গের দ্বারা ক্ষমতার পরিবহণ

এই এককটি পড়তে গিয়ে আপনি আগেই জেনেছেন যে, চলতরঙ্গের সাহায্যে মাধ্যমের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে শক্তি পরিবাহিত হয়। এখন প্রশ্ন, এই পরিবহণ কীভাবে ঘটে। ধরুন, শব্দের একটি উৎস বায়ুতে কম্পিত হচ্ছে এবং তার ফলে অনুদৈর্ঘ্য শব্দতরঙ্গ উৎপন্ন হচ্ছে। মাধ্যমের উৎস সংলগ্ন স্তরে প্রথমে যে কম্পন শুরু হবে, তা পরপর সংলগ্ন স্তরগুলিতে হস্তান্তরিত হবে এবং ক্রমশ তরঙ্গটি সঞ্চারিত হয়ে ছড়িয়ে পড়বে। এর থেকেই বোধা যায় যে, উৎস থেকে উৎপন্ন শক্তি তরঙ্গের মাধ্যমে চতুর্দিকে ছড়িয়ে যায়।

প্রথমে আমরা তরঙ্গের মাধ্যমের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির পরিমাণ নির্ণয় করব। ধরা যাক, একটি সমতল শব্দতরঙ্গ x অক্ষ বরাবর সঞ্চারিত হচ্ছে। আমরা আগের মত এর সময় সরণ সমীকরণ লিখতে পারি :

এখন x স্থানাঙ্কে মাধ্যমের একটি পাতলা স্তর বিবেচনা করুন, যেটি তরঙ্গমুখের সমান্তরাল, যার বেধ Δx ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল । মাধ্যমের ঘনত্ব p রাশিটিকে আমরা মোটামুটি ধ্রবক বলে ধরে নেব। সেক্ষেত্রে মাধ্যমের স্তরটির ভর

এবং সেটির গতিশক্তি

= , যার মান শূন্য থেকে $\frac{1}{2}A^2\omega^2 ap\Delta x$ এর মধ্যে আন্দোলিত হয়।

কম্পনের একটি পূর্ণ পর্যায়ে রাশিটির সময়ের সাপেক্ষে গড় মান হয় $\frac{1}{2}$। সুতরাং, পূর্ণ পর্যায়ে গতিশক্তি K এর গড় মান

[illegible] 6.17

এবার আমাদের দেখতে হবে, মাধ্যমের ঐ স্তরটির স্থিতিশক্তি কত? এজন্য ঐ স্তরের উপর প্রযুক্ত বল সেটির ওপর কতটা কার্য করেও তা নির্ণয় করা দরকার। এই বল অবশ্যই স্তরটির ভর ও ত্বরণের গুণফলের সমান, অর্থাৎ বল,

=

$= -ap\Delta x.\omega^2 y$

লক্ষ্য করুন, y ধনাত্মক হলে F ঋনাত্মক, অর্থাৎ বলটি প্রত্যানয়ক। এই বলের বিরুদ্ধে y পরিমাণ সরণ ঘটাতে যে কার্য করতে হয় তার মান ;

$= \frac{1}{2}ap\Delta x\omega^2.y^2$

$$= \frac{1}{2} ap\omega^2 \Delta x A^2 \sin^2(\omega t - kx)$$

লক্ষ্য করে দেখুন, K এর মত V এর মানও শূন্য থেকে $\frac{1}{2}A^2\omega^2 ap\Delta x$ এর মধ্যে ওঠানামা করে। কম্পনের একটি পূর্ণ পর্যায়ে রাশির গড় মান $\frac{1}{2}$। সুতরাং, আমরা স্থিতিশক্তিরও গড় মান পেতে পারি ;

$$= \frac{1}{4}A^2\omega^2 ap\Delta x \qquad \text{....... 6.18}$$

6.17 ও 6.18 সমীকরণ দুটির তুলনা করলে দেখবেন (K) =(V) । অর্থাৎ, স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির মান গড়ে সমান।

মোট শক্তি অর্থাৎ, স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল :

$$E = K + V$$

$$=$$

[illegible]

$$= \frac{1}{2}A^2\omega^2 ap\Delta x \qquad \text{....... 6.19}$$

বেধের স্তরটি যদি সময়ে তরঙ্গপথের একটি বিন্দু অতিক্রম করে যায়, তবে ক্ষেত্রফলের প্রস্থচ্ছেদের মধ্য দিয়ে শক্তি পরিবহণের হার, অর্থাৎ পরিবাহিত ক্ষমতা :

, যেখানে $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, তরঙ্গের বেগ 6.20

6.19 সম্পর্কটি থেকে আমরা তরঙ্গের শক্তির ঘনত্ব অর্থাৎ, একক আয়তন পিছু শক্তির মান পেতে পারি। আমরা যে স্তরটির কথা বিবেচনা করেছি তার আয়তন । সুতরাং, তরঙ্গের শক্তির ঘনত্ব,

.... 6.21

লক্ষ্য করুন, এই রাশিটির মান A এবং ω উভয়ের বর্গের এবং মাধ্যমের ঘনত্ব p এর সমানুপাতী।

6.8 শব্দতরঙ্গের তীব্রতা (Intensity)

কোনও একটি উৎস থেকে যখন শব্দতরঙ্গ নিঃসৃত হয়, তখন তরঙ্গপথের কোনও একটি বিন্দুতে একক সময়ে তরঙ্গের অভিমুখের সঙ্গে লম্ব একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে তরঙ্গশক্তি প্রবাহিত হয়, তাকে ঐ শব্দতরঙ্গের তীব্রতা বলে।

6.20 সমীকরণে আমরা তরঙ্গে পবিবাহিত ক্ষমতার (P) যে রাশিমালা পেয়েছি, তাকে যে লম্ব ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে ঐ শক্তি পরিবাহিত হচ্ছে অর্থাৎ, α দিয়ে ভাগ করলে তরঙ্গের তীব্রতা পাওয়া যাবে। তীব্রতাকে I দিয়ে নির্দেশ করলে

.... 6.22

লক্ষ্য করুন I এর মান কোন্ কোন্ বিষয়ের ওপর কীভাবে নির্ভর করে। মাধ্যমে তরঙ্গের কোনও শোষণ না ঘটলে সমতল তরঙ্গের বিস্তার অপরিবর্তিত থাকে, যেহেতু কৌণিক কম্পাঙ্ক ωএবং সমসত্ব মাধ্যমে P এবং v নির্দিষ্ট। অতএব, সমতল তরঙ্গে তীব্রতা তরঙ্গের পথে সর্বত্র সমান থাকে।

তীব্রতার একক : SI পদ্ধতিতে তীব্রতার একক $Js^{-1}m^{-2}$ বা । 6.22 সমীকরণে I এর রাশিমালায় ডানদিকে যে রাশিগুলি রয়েছে SI পদ্ধতিতে তাদের এককগুলি বসিয়ে দেখা যেতে পারে। এর একক বা (যেহেতু) পাওয়া যাচ্ছে কিনা। এ কাজটি আপনার জন্যই রাখা হল।

গোলীয় তরঙ্গের তীব্রতা : এ পর্যন্ত আমরা সমতল তরঙ্গের কথা বিবেচনা করলেও এবার গোলীয় তরঙ্গের কথা আমাদের ভাবতে হবে। গোলীয় তরঙ্গ একটি বিন্দুতে উদ্ভূত হয় এবং তরঙ্গ অগ্রসর হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে সেটির গোলকাকৃতি তরঙ্গমুখের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়। শব্দের একটি বিন্দু উৎসকে কেন্দ্রে রেখে r ব্যাসার্ধের একটি গোলক কল্পনা করুন এবং ধরে নিন শব্দ উৎস (থেকে বিকীর্ণ হয়ে ঐ গোলকের তলের সর্বত্র সমান তীব্রতায় পৌঁছেছে। যদি একক সময়ে বিকীর্ণ শক্তি E হয়, তাহলে r ব্যাসার্ধের গোলকের মধ্য দিয়ে এই পরিমাণ শক্তি একক সময়ে নির্গত হবে। সুতরাং, আমরা লিখতে পারি,

.... 6.23

যেখানে I(r) হচ্ছে ঐ গোলকের তলে শব্দের তীব্রতা। এটি ব্যাসার্ধ r এর ওপর নির্ভরশীল। গোলকের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি পেলে অর্থাৎ, গোলকের তল উৎস থেকে আরও দূরে সরে গেলেও $I(r)r^2$ রাশিটির মান অপরিবর্তিত থাকবে, কারণ উৎসটি একটি নির্দিষ্ট হারেই শক্তি সরবরাহ করে। কাজেই, উৎস থেকে দূরত্ব r এর বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে তীব্রতা I নিশ্চয়ই $\frac{I}{r^2}$ এর সমানুপাতে কমতে থাকবে। 6.22 সমীকরণে দেখা গেছে, তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। এবং - এই দুই সম্পর্ক থেকে বলা যায়, অর্থাৎ তরঙ্গের বিস্তার উৎস থেকে দূরত্বের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

k একটি ধ্রবক হলে লেখা যায়,

এই সম্পর্কটিকে ব্যস্তানুপাতিক বর্গ সূত্র (inverse -square law) বলা হয়।

যেহেতু শব্দের তীব্রতা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে হ্রাস পায়, তাই উৎস থেকে দূরে সরে যেতে শুরু করলে তার শব্দ আমাদের কানে ক্রমশ ক্ষীণ শোনায়। আর উৎসের ক্ষমতা অনুযায়ী কিছু দূর গেলে শব্দ আর শোনাই যায় না। দুই মিটার দূর থেকে হয়ত আপনি আমার স্বাভাবিক কণ্ঠস্বর স্পষ্ট শুনতে পাবেন, কিন্তু দশ মিটার দূর থেকে সেই শব্দ আপনার কাছে অস্পষ্ট মনে হবে। আবার দশ মিটার দূরে বাজানো টেপ রেকর্ডারের আওয়াজ পৌঁছে যাবে আপনার কানে। লাউডস্পিকারের আওয়াজ তো চল্লিশ মিটার দূর থেকেও কর্ণপীড়া সৃষ্টি করে। এ থেকে বোঝা যায় , এক একটি উৎসের ক্ষমতা এক এক মানের এবং সেগুলি একই দূরত্বে বিভিন্ন তীব্রতার শব্দ সৃষ্টি করতে পারে। শব্দতরঙ্গের তীব্রতা মাপার বিভিন্ন উপায় সম্বন্ধে আপনি এই পর্যায়ের দশম এককে জানতে পারবেন।

আপনার মনে প্রশ্ন জাগতে পারে, সর্বনিম্ন কোন্ তীব্রতার শব্দ আমরা শুনতে পাই? আপনি জানলে আশ্চর্য হবেন যে, মাত্র তীব্রতার শব্দও কান ধরতে পারে। যখন এরকম তীব্রতার শব্দ আমাদের কর্ণপটহে পৌঁছয়, তখন বাতাসে তার বিস্তার কতটা হয় তা আমরা কল্পনাও করতে পারব না। অনুশীলনী 5 থেকে আপনি এ সম্পর্কে একটা ধারণা পাবেন।

আমাদের কানের আশ্চর্য ক্ষমতার এখানেই শেষ নয়। একদিকে কান যেমন প্রাবল্যের শব্দ শুনতে পায়, অন্যদিকে তার দেশ কোটি (10^8) গুণ তীব্রতার অর্থাৎ, পরিমাণ তীব্রতার শব্দও আমাদের কান সহ্য করতে পারে। বস্তুত, আমরা যে সব শব্দ চারদিকে শুনতে পাই, তার মধ্যে বিভিন্ন তীব্রতার শব্দ রয়েছে। তবে এ সম্বন্ধে আপনি এই পাঠক্রমে দশম এককে আরও বিশদভাবে জানতে পারবেন।

অনুশীলনী -5 : বাতাসে শব্দের বেগ $340 ms^{-1}$ এবং বাতাসের ঘনত্ব $1.29 kgm^{-3}$ হলে, 1kHz শব্দের জন্য ন্যূনতম শ্রবণযোগ্য অর্থাৎ $10^{-12} Wm^{-2}$ তীব্রতায় শব্দতরঙ্গের বিস্তার কত হবে?

6.9 ডপলার ক্রিয়া (Doppler effect)

তরঙ্গগতির সঙ্গে সংশ্লিষ্ট একটি অতি পরিচিত ঘটনা হচ্ছে ডপলার ক্রিয়া (Doppler effect)। ধরুন, আপনি রেলের প্ল্যাটফর্মে দাঁড়িয়ে আছেন। একটি ট্রেন স্টেশনের দিকে আসছে, তার এঞ্জিনের বাঁশি বাজছে। ট্রেনটি যেমন প্ল্যাটফর্মে ঢুকল, তেমনই দ্রুত গতিতে বেরিয়ে এল। এরকম ক্ষেত্রে আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, আগুয়ান ট্রেনের বাঁশির আওয়াজ আপনার কাছে যতটা তীক্ষ্ণ শোনায়, সেই ট্রেন যখন আপনাকে অতিক্রম করে দূরে চলে যেতে থাকে, ঐ একই আওয়াজ কিন্তু সেরকম তীক্ষ্ণ শোনায় না। বরং তা বেশ খানিকটা খাদে নেমে যায়। এটা কি নিছকই শোনার ভুল? না, খেয়াল করলে দেখবেন শব্দের যে কোনও উৎস যখন আপনার দিকে ছুটে আসে, তখন তার তীক্ষ্ণতা বেশি। আর যখন সেটি দূরে চলে যেতে থাকে, তখন শ্রোতার কাছে তার তীক্ষ্ণতা কম বলে মনে হয়।

শব্দতরঙ্গের উৎস এবং শ্রোতার বা গ্রাহক যন্ত্রের মধ্যে যদি আপেক্ষিক গতি থাকে, তাহলে উৎসের কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন ঘটে। এই ঘটনাটিকে বলা হয় ডপলার ক্রিয়া। আমরা এবার শব্দতরঙ্গের