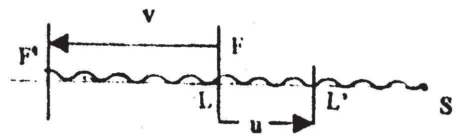
কম্পাঙ্কের এই আপাত পরিবর্তনের পরিমাণ নির্ণয় করব।

প্রথম ক্ষেত্র : যখন উৎস স্থির, শ্রোতা উৎস অভিমুখে অথবা বিপরীত মুখে চলমান।

ধরা যাক, একটি উৎস থেকে 'n' কম্পাঙ্কের শব্দ নির্গত হচ্ছে এবং বায়ুতে শব্দের গতিবেগ v



∴ বায়ুতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ =

চিত্র 6.9

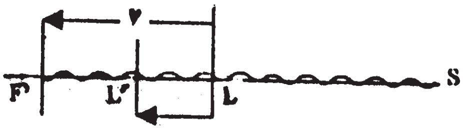
শ্রোতা স্থির থাকলে প্রতি সেকেন্ডে n সংখ্যক তরঙ্গ শ্রোতাকে অতিক্রম করবে এবং উৎসের কম্পাঙ্ক তাঁর কাছে 'n' ই মনে হবে। এবার ধরা যাক, শ্রোতা u গতিবেগ নিয়ে উৎসের দিকে অগ্রসর হতে শুরু করলেন। তার কানে ঠিক এক সেকেণ্ডে যে কটি তরঙ্গ পৌঁছবে, তার কাছে সেটাই কম্পাঙ্ক বলে মনে হবে। 6.9 চিত্রে এই অবস্থাটি দেখানো হয়েছে।

ধরুন শ্রোতা t = 0 সময়ে 6.9 চিত্রের L বিন্দুতে ছিলেন। এক সেকেন্ড পরে তিনি যখন L' বিন্দুতে পৌঁছলেন, তখন শব্দ তরঙ্গের L বিন্দু v দূরত্ব অতিক্রম করে F' অবস্থানে পৌঁছবে। এখানে LL'= শ্রোতার বেগ u এবং LF'= শব্দতরঙ্গের বেগ v। এই এক সেকেন্ড L'F' দূরত্বের সব কটি তরঙ্গই শ্রোতাকে অতিক্রম করবে। এই তরঙ্গগুলির সংখ্যাই শ্রোতার কাছে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক n', যার মান

$$n' = \frac{L'F'}{\lambda} = \frac{LL' + LF'}{\lambda} = \frac{u+v}{\lambda} = \frac{u+v}{v}n = \left(1 + \frac{u}{v}\right)n \qquad ..... \ 6.24$$

এই আপাত কম্পাঙ্ক n' স্পষ্টতই n এর চেয়ে কিছুটা বেশি।

এর বিপরীত ঘটনা ঘটবে যখন শ্রোতা স্থির উৎস থেকে u বেগে দূরে সরে যাবেন (চিত্র 6.10)। এক্ষেত্রে এক সেকেণ্ড সময়ে শ্রোতা L থেকে L' বিন্দুতে পৌঁছবেন এবং ঐ সময়ে L'F' দূরত্বের মধ্যেকার সব তরঙ্গই শ্রোতাকে পেরিয়ে যাবে। এই তরঙ্গগুলির সংখ্যা



চিত্র 6.10

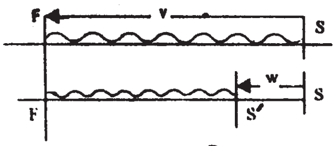
$$n' = \frac{L'F'}{\lambda} = \frac{LF' - LL'}{\lambda} = \frac{v-u}{\lambda} = n\frac{v-u}{v} = n\left(1 - \frac{u}{v}\right) \qquad ..... \ 6.25$$

এটিই হবে শ্রোতার কাছে শব্দের আপাত কম্পাঙ্কের মান। 6.25 সম্পর্কটি অবশ্য 6.24 সম্পর্কে u-এর পরিবর্তে -u লিখেই পাওয়া যেত। লক্ষ্য করুন, এক্ষেত্রে n' এর মান n অপেক্ষা কম।

দ্বিতীয় ক্ষেত্র : যখন শ্রোতা স্থির, শব্দের উৎস শ্রোতার অভিমুখে বা বিপরীতমুখে চলমান।

প্রথমে আমরা শব্দের উৎস শ্রোতা অভিমুখে w বেগে গতিশীল বলে কল্পনা করব। ধরুন, উৎস যদি স্থির

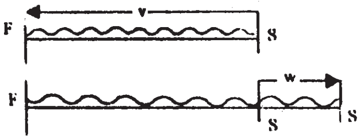
থাকত, তবে t=0 সময়ে যে তরঙ্গটি নির্গত হত, সেটি 1 সেকেণ্ড পরে অর্থাৎ, t=1s সময়ে v দূরত্ব অতিক্রম করে F বিন্দুতে পৌঁছাত (চিত্র 6.11) । দূরত্ব SF = v এবং এই দূরত্বের মধ্যে তরঙ্গের সংখ্যা শব্দের কম্পাঙ্ক n এর সমান। এখন যদি উৎসটি ঐ 1 সেকেন্ড সময়ে S থেকে S' বিন্দুতে এসে পৌঁছয়, যেখানে SS'=w, তবে ঐ সময়ের মধ্যে যে n সংখ্যক তরঙ্গ উৎস থেকে নির্গত হয়েছে, সেগুলি সবই S'F দূরত্বের মধ্যে থাকবে। কিন্তু S'F=SF-SS'=v-w। আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, এক্ষেত্রে উৎসেব বেগ তরঙ্গ গুলিকে সঙ্কুচিত করছে এবং সেগুলির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কমে দাঁড়াচ্ছে



চিত্র 6.11

$\lambda' = \dfrac{v-w}{n} = \dfrac{v}{n}\left(1-\dfrac{w}{v}\right) = \lambda\left(1-\dfrac{w}{v}\right)$ । এখন শ্রোতা যে শব্দ শুনবেন তার কম্পাঙ্ক হবে,

$$n' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda\left(1-\frac{w}{v}\right)} = \frac{n}{1-\frac{w}{v}} \qquad \text{..... } 6.26$$



চিত্র 6.12

এবার ধরা যাক, শব্দের উৎস শ্রোতার কাছ থেকে u বেগে দূরে সরে যাচ্ছে (চিত্র 6.12) । 1 সেকেণ্ড সময়ে উৎস যদি S বিন্দু থেকে S' বিন্দুতে পৌঁছয়, তবে S'S'=u। ঐ সময়ে নির্গত n সংখ্যক তরঙ্গ এখন প্রসারিত হয়ে FS' দূরত্ব জুড়ে থাকবে। কিন্তু, FS'=FS+SS' = v + u। সুতরাং, এখন পরিবর্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে,

$$\lambda' = \frac{v+w}{n} = \frac{v}{n}\left(1+\frac{w}{v}\right) = \lambda\left(1+\frac{w}{v}\right)$$

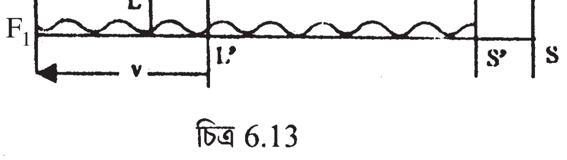
সুতরাং, শ্রোতা যে কম্পাঙ্কের শব্দ শুনবেন তা হল,

$$n' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda\left(1+\frac{w}{u}\right)} = \frac{n}{1+\frac{w}{v}} \qquad \text{....... } 6.27$$

এক্ষেত্রেও 6.26 সম্পর্কটিতে u এর পরিবর্তে -u বসালে 6.27 সম্পর্কটি পাওয়া যেত।

তৃতীয় ক্ষেত্র : যখন শ্রোতা ও উৎস উভয়ই পরস্পর সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর চলমান।

ধরা যাক, উৎসের বেগ শ্রোতার দিকে w এবং শ্রোতার বেগ উৎস অভিমুখে u (চিত্র 6.13)। এক্ষেত্রে শব্দের উৎস এক সেকেন্ডে S থেকে S' বিন্দুতে এসে পৌঁছেছে এবং ঐ একই সময়ে শ্রোতা L থেকে L' বিন্দুতে সরে এসেছেন। সুতরাং, SS'= উৎসের বেগ w এবং LL' = শ্রোতার বেগ u। শব্দের যে তরঙ্গটি প্রাথমিক অবস্থায় L বিন্দুতে ছিল, সেটি



চিত্র 6.13

এক সেকেণ্ডে F' বিন্দুতে পৌঁছেছে, সুতরাং LF' = v । শব্দের উৎসটি যেহেতু শ্রোতার দিকে অগ্রসর হচ্ছে, অতএব তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ থেকে সঙ্কুচিত হয়ে $\lambda' = \lambda\left(1-\frac{w}{v}\right)$ হবে। উপরন্তু, এক সেকেণ্ডে L'F' দৈর্ঘ্যের মধ্যে অবস্থিত সব তরঙ্গ শ্রোতাকে অতিক্রম করে যাবে। সুতরাং, শ্রোতা যে কম্পাঙ্কের শব্দ শুনবেন তা হবে,

$$n' = \frac{L'F'}{\lambda} = \frac{LF' + LL'}{\lambda'} = \frac{v+u}{\lambda\left(1+\frac{w}{v}\right)} = \frac{v}{\lambda}.\frac{v+u}{v-w}$$

বা, $n' = n\frac{v+u}{v-w}$ 6.28

এই সম্পর্কটি আসলে 6.23 ও 6.25 সম্পর্ক দুটির মিলিত রূপ। লক্ষ্য করে দেখুন, যদি শ্রোতা ও উৎস একই দিকে বেগে চলমান হয় অর্থাৎ যদি হয়, তবে $n^2 = n$। এর অর্থ এই যে, শ্রোতা ও উৎস মাধ্যমের সাপেক্ষে গতিশীল হলেও যদি তাদের মধ্যে কোনও আপেক্ষিক গতি না থাকে, তবে কম্পাঙ্কে কোনও আপাত পরিবর্তন ঘটে না। এটি অন্যভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়। শ্রোতা ও উৎসের মধ্যে যখন ব্যবধান অপরিবর্তিত থাকে, তখন উৎস থেকে নির্গত প্রতিটি তরঙ্গই শ্রোতার কাছে পৌঁছয় কেন না উৎস ও শ্রোতার মধ্যবর্তী মাধ্যমে তরঙ্গের কোনও সঞ্চয় বা ক্ষয় ঘটতে পারে না। সুতরাং, তরঙ্গের কম্পাঙ্কের কোনও আপাত পরিবর্তন ঘটে না।

$v + V + u$ $\quad w = -u$ $\quad n' = n$

উপরের আলোচনা থেকে তিনটি নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে ডপলার ক্রিয়া সম্বন্ধে আপনি জানতে পারলেন। কিন্তু এ ছাড়াও ডপালর ক্রিয়া সম্বন্ধে কিছু প্রশ্ন আপনার মনে জাগা স্বাভাবিক। এবার আমরা সেগুলি সম্বন্ধে জানার চেষ্ট করব।

(ক) আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, তিনটি ক্ষেত্রেই মাধ্যমকে নিশ্চল বলে ধরে নেওয়া হয়েছে। মাধ্যমের যদি কোনও গতিবেগ থাকে তবে 6.23-27 সূত্রগুলির কোনও পরিবর্তন ঘটবে কি? এর উত্তরে বলা যায় যে, যেহেতু মাধ্যমই শব্দতরঙ্গকে বহন করে, অতএব মাধ্যমের বেগ শব্দের বেগের সঙ্গে বীজগাণিতিকভাবে যুক্ত হবে। অর্থাৎ, মাধ্যমের বেগ V যদি উৎস থেকে শ্রোতার দিকে হয়, তবে শব্দের কার্যকরী বেগ হবে v + V। যদি মাধ্যমের বেগ শ্রোতা থেকে উৎসের দিকে হয়, তবে ঐ বেগ হবে v – V।

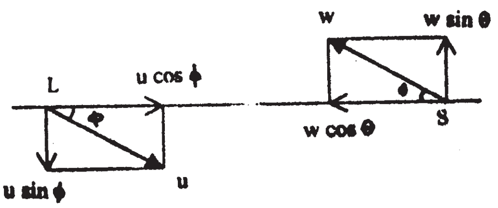
উদাহরণ হিসাবে ধরা যাক, বাতাসের বেগ V উৎস থেকে শ্রোতার দিকে, শ্রোতার বেগ উৎস অভিমুখে u এবং উৎসের বেগ শ্রোতা অভিমুখে w। এখন আপাত কম্পাঙ্কের মান 6.28 সমীকরণে v এর জায়গায় $v + V$ বসিয়ে পাওয়া যাবে

.... 6.29

লক্ষ্য করুন, এখনও যদি শ্রোতা ও উৎস একই দিকে একই বেগে চলমান হয়, অর্থাৎ যদি w=-u হয়, তবে n' এর মান হবে

অর্থাৎ, কম্পাঙ্কের কোনও আপাত পরিবর্তন এ ক্ষেত্রেও ঘটবে না।

(খ) এ পর্যন্ত আমরা শব্দের উৎস বা শ্রোতার বেগ পরস্পর সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর বলে কল্পনা করেছি। উৎস বা শ্রোতার বেগ ঐ সরলরেখার সাপেক্ষে তির্যকভাবে থাকলে আগের প্রমাণিত সূত্রগুলি প্রয়োগ করা যাবে না। চিত্র 6.14 -তে এই অবস্থাটি দেখানো হয়েছে। এখানে শব্দের উৎস S এবং শ্রোতা L-এর সংযোগকারী সরলরেখার সঙ্গে উৎসের বেগ কোণে এবং শ্রোতার বেগ কোণে আনত। বেগ দুটির অনুপ্রস্থ উপাংশ



চিত্র 6.14

ও শব্দ তরঙ্গের ডপলার ক্রিয়ায় কোনও ভূমিকা পালন করে না। কেবলমাত্র অনুদৈর্ঘ্য উপাংশ এবং কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন ঘটায়। সুতরাং, 6.24 থেকে 6.28 সমীকরণ গুলিতে u এর জায়গায় এবং এর জায়গায় বসালেই তির্যক গতির ক্ষেত্রে উপযুক্ত সূত্র পাওয়া যাবে। তবে মনে রাখতে হবে যে, এক্ষেত্রে উৎস ও শ্রোতার সংযোগকারী রেখাটির দিক সততই পাল্টাতে থাকে। সুতরাং, u এবং w এর মান অপরিবর্তিত থাকলেও ডপলার ক্রিয়ার ফলে কম্পাঙ্কের পরিবর্তনের মান সমান থাকে না।

(গ) শ্রোতা বা উৎসের বেগ যখন মাধ্যমে শব্দতরঙ্গের বেগের সমান হয়, তখন কতকগুলি বিশেষ ঘটনা ঘটে।

শ্রোতা যদি উৎস থেকে শব্দের সমান বেগে দূরে সরে যেতে থাকেন অর্থাৎ যদি 6.25 সূত্রে u=v হয়, তবে আপাত কম্পাঙ্ক n' এর মান হবে শূন্য। আসলে এক্ষেত্রে কোনও তরঙ্গই শ্রোতাকে তাড়া করে অতিক্রম করতে পারবে না। ফলে শ্রোতার কাছে কম্পাঙ্কের মানও শূন্য বলে মনে হবে।

আবার দেখুন, যদি শ্রোতা স্থির থাকেন এবং উৎস শব্দের সমান বেগে শ্রোতার দিকে ধাবিত হয়, তবে 6.26 সূত্রে w = v বসিয়ে পাওয়া যাবে

যার মান অসীম। এক্ষেত্রে উৎস থেকে নির্গত সব তরঙ্গ সঙ্কুচিত হয়ে একটি বিশাল আলোড়ন হিসাবে উৎসের সঙ্গেই চলতে থাকবে। এই আলোড়ন যখন শ্রোতাকে অতিক্রম করবে, তখন শ্রোতা অসংখ্য তরঙ্গের এক মিলিত আঘাত অনুভব করবেন, যা কতকটা বিস্ফোরণের শব্দের মত শোনাবে। এই শব্দটিকে বলা হয় শাব্দ-বুম (sonic boom)। শব্দোত্তর বেগে উড়তে সক্ষম (supersonic) বিমানের বেগ যখন শব্দের বেগকে অতিক্রম করে, তখন সেটি শাব্দ-বুম তৈরি করে, যা মাটি থেকে শোনা যায়।

উৎসের বেগ শব্দের বেগের চেয়ে বেশিও হতে পারে। লক্ষ্য করন, 6.26 সূত্রে যদি w>v হয়, তবে আপাত

কম্পাঙ্কের মান ঋণাত্মক হয়। আসলে এই অবস্থায় উৎস থেকে নির্গত শব্দের আগেই উৎসটি শ্রোতাকে অতিক্রম করে এবং পরে উৎপন্ন তরঙ্গ শ্রোতার কাছে আগে পৌঁছায়। এই অবস্থায় ডপলার ক্রিয়া প্রযোজ্য থাকে না।

(ঘ) শব্দতরঙ্গের মত আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রেও ডপলার ক্রিয়া ঘটতে দেখা যায়। তবে আলোকের বেগ শব্দের তুলনায় অনেক বেশি হওয়ায়, কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তনের মান এক্ষেত্রে অত্যন্ত কম হয় এবং অত্যন্ত সূক্ষ্ম যন্ত্রের সাহায্যেই তা ধরা যায়। আমরা শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে যে ধরনের গণনা পদ্ধতি ব্যবহার করেছি, আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে তা প্রযোজ্য থাকে না। কেন না আলোকের ক্ষেত্রে আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব অনুযায়ী গণনা করতে হয়। আলোকতরঙ্গে ডপলার ক্রিয়া সম্বন্ধে পরে অন্য পর্যায়ে বিশেষ আলোচনা করা হবে।

এখন ডপলার ক্রিয়া বিষয়ক নিচের অনুশীলনী দুটির উত্তর দিতে আপনার হয় ভালই লাগবে।

অনুশীলনী -6 : 600 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি শব্দের উৎস স্থির শ্রোতার দিকে $40ms^{-1}$ গতিবেগে অগ্রসর হলে ঐ কম্পাঙ্ক শ্রোতার কাছে কত বলে মনে হবে? যদি একই গতিবেগে শ্রোতা অগ্রসর হয় এবং উৎস স্থির থাকে, তাহলেই বা পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক কত হবে? বাতাসে শব্দের গতিবেগ $340ms^{-1}$।

অনুশীলনী - 7 : রেলওয়ে প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ানো এত ব্যক্তি দেখলেন যে, 36kmph বেগে একটি ট্রেন বাঁশি বাজিয়ে স্টেশনে প্রবেশ করছে। টেনটি একই বেগে বাঁশি বাজিয়ে স্টেশন ছেড়ে গেল। ঐ ব্যক্তি লক্ষ্য করলেন যে, ট্রেনটি স্টেশনে প্রবেশ করার ও বেরিয়ে যাওয়ার সময় তিনি বাঁশির যে কম্পাঙ্ক শুনেছেন তাদের মধ্যে পার্থক্য 17 Hz, যদি বাতাসে শব্দের গতিবেগ $340ms^{-1}$ হয়, তাহলে বাঁশির প্রকৃত কম্পাঙ্ক কত?

6.10 সারাংশ

যান্ত্রিক কম্পনের ফলে সৃষ্ট আলোড়ন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে চলতরঙ্গের আকারে প্রসারলাভ করে। শ্রবণযোগ্য কম্পাঙ্কের অনুদৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক তরঙ্গই শব্দতরঙ্গ। চলতরঙ্গের মাধ্যমে শক্তির পরিবহণ ঘটে।

একটি তরঙ্গের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য তার বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য। কোনও তরঙ্গের কম্পাঙ্ক n ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে, তরঙ্গের বেগ সম্পর্কের দ্বারা সূচিত হয়।

তরঙ্গের বেগ মাধ্যমে স্থিতিস্থাপক ধর্ম ও অন্যান্য বৈশিষ্ট্যের ওপর নির্ভর করে।

চরিত্রগত বৈশিষ্ট্য থেকে তরঙ্গকে বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা যায়। যেমন, অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ তরঙ্গ একমাত্রিক, দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ, সমতল বা গোলীয় তরঙ্গ। তরঙ্গের বিস্তারলাভের সময় মাধ্যমের সার্বিক সরণ ঘটে না, মাধ্যমের কণাগুলি তাদের সাম্যাবস্থানের উভয় পাশে আন্দোলিত হয়।

একমাত্রিক চলতরঙ্গের সমীকরণ হিসাবে লেখা যায়। এই সমীকরণের আরও কয়েকটি বিকল্প রূপ রয়েছে। '+' বা '-' চিহ্ন অনুযায়ী সমীকরণটি x অক্ষের যথাক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দিকে সঞ্চারিত তরঙ্গ প্রকাশ করে। চলতরঙ্গের সমীকরণটি বিভিন্ন বিকল্পরূপেও লেখা যায়। সমীকরণটি দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের জন্য পরিবর্ধিতরূপে লেখা যায়।

x অক্ষ বরাবর বিস্তারলাভ করছে এমন একমাত্রিক চলতরঙ্গের সাধারণ তরঙ্গ সমীকরণ

দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গ সমীকরণটির রূপ হয়

চলতরঙ্গের দ্বারা শক্তির পরিবহণের হার $P = \frac{1}{2}\alpha p A^2 \omega^2 v$ ।

যেখানে তরঙ্গের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল, মাধ্যমের ঘনত্ব, A, ও v যথাক্রমে তরঙ্গের বিস্তার, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও বেগ।

এই শক্তির অর্ধেক গড় স্থিতিশক্তি ও অর্ধেক গড় গতিশক্তি। তরঙ্গের তীব্রতা বলতে একক লম্ব প্রস্থচ্ছেদের মধ্য দিয়ে পরিবাহিত ক্ষমতা বোঝায়। সমতল তরঙ্গে গোলীয় তরঙ্গের ক্ষেত্রে তীব্রতা সর্বত্র সমান থাকে, কিন্তু উৎস বিন্দু থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

উৎস এবং শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি থাকলে, উৎস থেকে উৎপন্ন শব্দের কম্পাঙ্ক শ্রোতার কাছে পরিবর্তিত মনে হয়। এই ঘটনাটিকে ডপলার ক্রিয়া বলা হয়।

6.11 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ, অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ও সমতল ও গোলীয় তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য বুঝিয়ে দিন।

2. একমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করুন। কৌণিক কম্পাঙ্ক ও ω তরঙ্গবেগ v এর পরিবর্তে পর্যায়কাল T এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এর মাধ্যমে সমীকরণটি লিখুন।

3. একমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপের সাহায্যে তরঙ্গ সমীকরণ $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$ টি প্রতিষ্ঠা করুন। দেখান যে, স্থাণু তরঙ্গের সময় সরণ সম্পর্কটি

তরঙ্গ সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

4. প্রমাণ করুন যে, একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক চলতরঙ্গে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির গড় মান সমান।

5. প্রমাণ করুন যে, স্থিতিস্থাপক চলতরঙ্গের শক্তি পরিবহণের হার ও তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী।

6. প্রমাণ করুন যে, যখন শব্দের উৎস নিশ্চল শ্রোতার দিকে গতিশীল হয় এবং যখন শ্রোতা নিশ্চল উৎসের দিকে গতিশীল হন, দুই ক্ষেত্রেই শ্রোতা উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে উচ্চতর কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পান।

7. (a) বায়ুমাধ্যমে শব্দের গতিবেগ হলে 255Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরশলাকা থেকে নিঃসৃত কতগুলি শব্দতরঙ্গ 68m দূরত্ব জুড়ে থাকবে?

(b) জলে শব্দের গতিবেগ 1450ms^{-1} । আমাদের কান সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ যে কম্পাঙ্ক শুনতে পারে, তা যথাক্রমে 20Hz এবং 20kHz। এই শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যগুলি গণনা করুন।

8. কোনও একটি চলতরঙ্গের সমীকরণ এখানে y এবং x মিটারে এবং t সেকেন্ডে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

9. একটি পটকা ফাটানো হলে বিস্ফোরণ থেকে lm দূরত্বে শব্দের তীব্রতা হয় 8 $\times 10^{-5}$ Wm-2। হয়, তবে বিস্ফোরণের বিন্দু থেকে কতদূর পর্যন্ত পটকার শব্দ শোনা যাবে? .

10. শ্রোতা শব্দের উৎস অভিমুখে কত বেগে চললে তাঁর কাছে 270Hz কম্পাঙ্কের শব্দ 279Hz কম্পাঙ্কের বলে মনে হবে? ধরে নিন, বায়ুতে শব্দের গতিবেগ 330ms^{-1}।

6.12 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1 :

$$v = n\lambda$$

$$\therefore\ 340 = 400\lambda$$

$$\therefore\ \lambda = 0.85m$$

যেহেতু, একটি কম্পনের ফলে শব্দতরঙ্গ λ পরিমাণ দূরত্ব অগ্রসর হয়, অতএব 300 কম্পনের ফলে শব্দের অতিক্রান্ত দূরত্ব = 300 $\times$0.85m = 255m

2. ধরুন কম্পাঙ্ক = n। প্রশ্নানুসারে,

এবং

$\therefore$

$$\therefore\ v_B = 90 \times \frac{15}{10} = 135ms^{-1}$$

3 দেওয়া আছে, চলতরঙ্গের সমীকরণ

$$y = 8\sin\pi\left(4.00t - 0.02x\right)cm$$

সমীকরণটিকে সাজিয়ে প্রামাণ্য রূপে লেখা যায়,

$$y = 8\sin\frac{2\pi}{100}\left(200.00t - x\right)cm$$

চলতরঙ্গের প্রামাণ্য সমীকরণ $y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - x\right)$ -এর সঙ্গে তুলনা করে পাওয়া যায়,

তরঙ্গের বিস্তার A = $8cm$

তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 100cm = lm$ (যেহেতু এখানে x এবং ycm- এ পরিমাপ করা হয়েছে)

গতিবেগ $v = 200cms^{-1}$ (যেহেতু সময় t এর একক এখানে সেকেণ্ড)

$= 2ms^{-1}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক

তরঙ্গটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকে সঞ্চারিত হচ্ছে। এই তরঙ্গের প্রসারলাভের অভিমুখে $20cm$ দূরত্বে দুটি বিন্দুর দশা পার্থক্য δ হলে, আমরা লিখতে পারি,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\times 20\ radian = \frac{2\pi}{100}\times 20\ \text{rad}$$

$=$

4. এখানে বিস্তার $A = 0.03m$

কম্পাঙ্ক $n = 550Hz$, তরঙ্গের বেগ v = $330ms^{-1}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্য

যেহেতু তরঙ্গটি + x এর দিকে সঞ্চারিত হচ্ছে, অতএব লেখা যায়,

যে তরঙ্গের সরণ সমীকরণ $y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$

বা,

$$= .03\sin\pi(1100t - 3.33x)m$$

এখানে x এবং y মিটারে এবং t সেকেণ্ডে প্রকাশিত হয়েছে।

সমীকরণটি $\quad y = .03\cos\pi(1100t - 3.33x)m$

বা, $y = .03\sin\left[\pi(1100t - 3.33x) + \phi\right]$ (= অনির্দিষ্ট দশাকোণ)

এভাবেও লেখা যায়।

5. আমরা জানি যে, শব্দতরঙ্গের

তীব্রতা (কেননা)

এখানে, p $= 1.29Kgm^{-3}$

যেহেতু সবচেয়ে কম প্রাবল্যের যে শব্দ [illegible] কানে শব্দের অনুভূতির সৃষ্টি করে তা হচ্ছে আমরা লিখতে পারি,

$$\therefore \quad A^2 = \frac{10^{-12}}{2\pi^2 \times (1000)^2 \times 340 \times 1.29}$$

$$\therefore \quad A = 1.074 \times 10^{-11}m$$

লক্ষ্য করুন, এই বিস্তার পরমাণুর আকারের থেকে ছোট। এর থেকে আমাদের শ্রবণযন্ত্রটির কর্মদক্ষতার কিছুটা নমুনা পাওয়া যায়।

6. $\quad n = 600Hz$, শব্দের গতিবেগ

স্থির শ্রোতার দিকে উৎসের গতিবেগ যখন

পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক $n_1 = \frac{n}{\left(1 - \frac{v_s}{v}\right)} = \frac{600}{1 - \frac{40}{340}} = \frac{600 \times 340}{300} = 680Hz.$

যখন উৎস স্থির এবং শ্রোতা $v_2 = 40ms^{-1}$ বেগে উৎসের দিকে গতিশীল, তখন পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক n_2 হলে

$$n_2 = n\left(1+\frac{v_1}{v}\right) = 600\left(1+\frac{40}{340}\right) = \frac{600\times380}{340} = 670.6Hz$$

লক্ষ্য করুন, দুটি ক্ষেত্রে পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক দুটি অসমান।

7. ট্রেনের গতিবেগ = $36kmph = \frac{36\times1000}{3600}ms^{-1}$

= $10ms^{-1}$

ধরা যাক, বাঁশির প্রকৃত কম্পাঙ্ক n। শব্দের গতিবেগ $340ms^{-1}$। যখন ট্রেনটি স্টেশনে ঢুকছে তখন শ্রোতা স্থির, উৎস শ্রোতার অভিমুখে গতিবেগে ধাবমান।

∴ পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক

যখন ট্রেনটি স্টেশন থেকে বেরিয়ে যাচ্ছে, তখনও শ্রোতা স্থির, কিন্তু উৎস $10ms^{-1}$ -এ শ্রোতার থেকে দূরে সরে যাচ্ছে।

∴ পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক $n_2 = \frac{n}{1+\frac{10}{340}} = \frac{340n}{350}$

প্রশ্নানুসারে, $n_1 - n_2 = 17Hz$

∴

∴

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. 6.3 অনুচ্ছেদের সাহায্যে আপনি প্রশ্নটির উত্তর লিখতে পারবেন।
2. 6.5 অনুচ্ছেদের এ বিষয়ে বিস্তৃত আলোচনা করা হয়েছে।
3. প্রথম অংশের উত্তর আপনি 6.6 অনুচ্ছেদে পাবেন।

প্রথম অংশ : এখানে,

সুতরাং,

4. 6.7 অংশে এটি প্রমাণ করা হয়েছে।

5. 6.7 ও 6.7.1 অংশে প্রশ্নটির উত্তর পাবেন।

6. 6.9 অংশে এ বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

7. (a) বায়ুতে শব্দের গতিবেগ

$$\lambda = \frac{v}{n} = \frac{340}{255} m = \frac{4}{3} m$$

সুতরাং, একটি তরঙ্গ $\frac{4}{3} m$ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট অঞ্চল দখল করে।

68[illegible]য় তরঙ্গ সংখ্যা =

=

প্রয়োজনীয় তরঙ্গ সংখ্যা = 51

(b) জলে শব্দের গতিবেগ

20 Hz কম্পাঙ্কের শব্দের জন্য জলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_1 = \frac{145}{20} = 72.5m$

$20kH_z\left(20000H_z\right)$ কম্পাঙ্কের শব্দের জন্য জলে

তরঙ্গদৈর্ঘ্য

তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_2 = \frac{1450}{20000} = .0725m = 7.25cm$

8. চলতরঙ্গের সমীকরণ $y = 4\sin\left(100\pi t - \frac{\pi x}{20}\right)$

$$\therefore \; y = 4\sin\frac{\pi}{20}(2000t - x)$$

$$= 4\sin\frac{2\pi}{40}(2000t - x)$$

এই সমীকরণটিকে আমাদের পরিচিত $y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ -এর সঙ্গে তুলনা করে পাওয়া যায়, তরঙ্গের বিস্তার   তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ = 40m

কম্পাঙ্ক

9. প্রশ্নানুসারে শব্দের উৎস (পটকা ফাটানো বিন্দু) থেকে 1m দূরে শব্দের তীব্রতা I=8×10^{-5}Wm^{-2} আমরা জানি, শ্রবণযোগ্য ন্যূনতম তীব্রতা $I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$ এবং বিন্দু উৎস থেকে উৎপন্ন গোলীয় তরঙ্গের ক্ষেত্রে তীব্রতা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। যদি ধরি যে, এই পটকার শব্দ উৎস থেকে dm দূরত্ব পর্যন্ত শ্রুতিগোচর হবে, তাহলে লেখা যায়

$$\frac{I}{I_0} = \frac{d^2}{1^2}$$

$$\therefore \; \frac{8\times10^{-5}}{10^{-12}} = d^2 \qquad \therefore$$

$\therefore$

অতএব, ঐ পটকার শব্দ 9 km দূর পর্যন্ত শ্রুতিগোচর হওয়া সম্ভব। এই গণনায় অবশ্য আমরা বায়ুমাধ্যমে শব্দের শোষণ বিবেচনা করিনি।

10. প্রশ্নানুসারে, n'=279Hz, n = 270Hz, শব্দের বেগ 330ms^{-1}

ধরা যাক, শ্রোতার গতিবেগ   লেখা যায় যে,

$$\therefore \; 279 = 270$$

$\therefore$

একক 7 ❑ তরঙ্গের উপরিপাত

গঠন

7.1 প্রস্তাবনা

আপনারা তরঙ্গ সম্বন্ধে যা পড়েছেন তাতে দেখেছেন যে,

1. তরঙ্গের বিশেষত্ব হল, স্থান ও কাল উভয়ের সঙ্গে তরঙ্গায়িত রাশিটির পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন ঘটে।

2. অগ্রগামী তরঙ্গে এই পরিবর্তন পরস্পর রৈখিকভাবে যুক্ত অর্থাৎ (x_1,t_1) -এ যে দশা, একই দশা যদি সন্নিহিত বিন্দু এ সময়ে পাওয়া যায়, তবে সেখানে = ধ্রবক v, যেখানে v = তরঙ্গের বেগ।

3. এজন্য সাধারণভাবে তরঙ্গায়িত ভৌত রাশি (এটি সরণ, চাপ, তড়িৎ চুম্বকীয় তীব্রতা ইত্যাদি যা কিছু হতে পারে) এই রাশিটির একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক হবে। তবে আমাদের আলোচনায় সরলীকরণের জন্য আমরা শুধু সাইন অপেক্ষক নিয়ে বিচার করেছি। অর্থাৎ কম্পমান ভৌত রাশিটি যদি y হয়,

তবে, $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt) = a\sin(kx \pm \omega t)$

এখানে λ = তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, কৌণিক কম্পাঙ্ক =

আবার যেখানে, ϑ = কম্পাঙ্ক

এবং, $v = \nu\lambda$

আগের আলোচনায় একটি নির্দিষ্ট দিকে সঞ্চরণশীল, নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের একটিমাত্র তরঙ্গ ধরে নেওয়া হয়েছে, কিন্তু প্রকৃতিতে তা প্রায়ই ঘটে না। উদাহরণ হিসাবে বলা যায়, আমাদের চারিদিকে যখন একাধিক ব্যক্তি কথা বলছেন, তখন সেই শব্দতরঙ্গগুলির উপরিপাত ঘটে।

এই এককে আপনারা তরঙ্গের উপরিপাত সম্বন্ধে অবগত হবেন। সব কৌণিক কম্পাঙ্ক অর্থাৎ সমান ω, সম তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অর্থাৎ সমান সঞ্চরণ ধ্রবক (propagation constant) k এবং সমান বিস্তার সম্পন্ন দুইটি তরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে একই সরলরেখা বরাবর অগ্রসর হয়ে যখন একে অপরের উপর আপতিত হয়, তখন স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। অপরদিকে কম্পাঙ্কের সামান্য তফাত আছে এরকম দুটি শব্দ তরঙ্গ যখন একে অপরের ওপর এসে পড়ে, তখন তৈরি হয় স্বরকম্প (beats)।

একে অপর থেকে সামান্য তফাতের কম্পাঙ্কের অনেকগুলি তরঙ্গ যখন পরস্পরের উপর পড়ে, তখন যে মিলিত তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাকে বলে তরঙ্গ দল।

কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞান পড়তে গেলে তরঙ্গ দলের ধারণা থাকা খুবই প্রয়োজনীয়।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পড়লে আপনি—

- তরঙ্গের উপরিপাতের মূলনীতির বর্ণনা দিতে সমর্থন হবেন।
- স্থানু তরঙ্গ সৃষ্টির মূল ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্থানু তরঙ্গের মধ্যে সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করতে পারবেন।
- স্থানু তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলির সম্বন্ধে ধারণা করতে পারবেন।
- তরঙ্গদল কীভাবে তৈরি হয়, তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর তরঙ্গ বেগের নির্ভরশীলতার ধারণা থেকে দলীয় বেগ (group velocity) নির্ণয় করতে পারবেন।
- দুইটি উপরিপাতিত স্বরের কম্পাঙ্ক জানা থাকলে, স্বরকম্পের হার নির্ণয় করতে পারবেন।

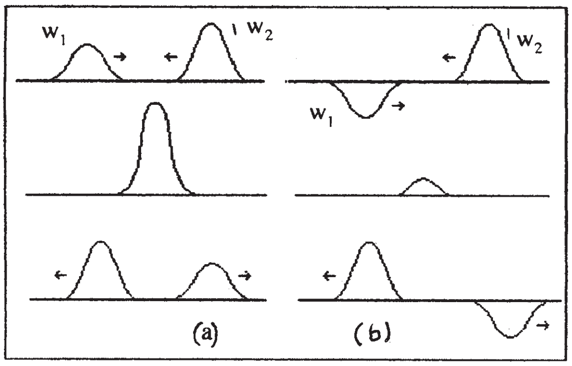
7.2 তরঙ্গের উপরিপাতের মূলতত্ত্ব

এই পর্যায়ের দ্বিতীয় এককে আপনারা সরল দোলগতির উপরিপাত সম্বন্ধে পড়েছেন। সেখানে দেখা গেছে যে, যখন কোনও কণা বা বস্তুর ওপর দুই বা ততোধিক সরল দোলগতি একই দিকে ক্রিয়া করে, তখন যে কোনও সময়ে কণাটির লব্ধি সরণ, প্রত্যেকটি আলাদা আলাদা সরণের বীজগাণিতিক যোগফল হবে। আবার যখন সরল দোলগতিগুলি বিভিন্ন ক্রিয়া দিক থেকে ক্রিয়া করে, তখন লব্ধি সরণ হবে ভেক্টর যোগফল।

দুই বা ততোধিক তরঙ্গ পরস্পরের নিরপেক্ষভাবে কোনও স্থানে একই পথে অগ্রসর হতে পারে। যদি দুই তরঙ্গ দ্বারা সৃষ্ট সরণ একই দিকে হয়, তবে তরঙ্গপথে কোনও কণার লব্ধি সরণ স্বতন্ত্রভাবে তরঙ্গগুলির দ্বারা কণাটিতে প্রদত্ত সরণগুলির বীজগাণিতিক যোগফলের সমান হবে।

তরঙ্গের উপরিপাতনের অনেক উদাহরণই আপনার জানা আছে। কোনও অর্কেস্ট্রায় যখন অনেক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজানো হয়, তখন সেগুলি থেকে উৎপন্ন শব্দতরঙ্গগুলি মিলিতভাবে একটি শব্দতরঙ্গ তৈরি করে। আমরা কিন্তু প্রতিটি যন্ত্রের শব্দ পৃথকভাবে শুনতে পারি। যা থেকে বোঝা যায় যে, লব্ধি শব্দতরঙ্গের মধ্যে প্রতিটি তরঙ্গ তাদের বৈশিষ্ট্য বজায় রাখে। আপনার রেডিওতে যে রেডিও তরঙ্গ ধরা পড়ে, তাও অনেকগুলি পৃথক তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে উৎপন্ন। কিন্তু আপনার রেডিও যন্ত্রটি এক একটি তরঙ্গের বাহিত শব্দ পৃথকভাবে পুনর্জনিত করতে পারে। অর্থাৎ, এক্ষেত্রে এক একটি রেডিও তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য উপরিপাতন সত্ত্বেও বজায় থাকে। উপরিপতিত তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য অক্ষুণ্ণ থাকা তরঙ্গের উপরিপাতনের একটি মূল ধর্ম।

বিষয়টি আরও ভালভাবে বোঝার জন্য একটি টান করে রাখা দড়ির ওপর বিপরীত দিক থেকে আসা দুইটি তরঙ্গের উপরিপাত লক্ষ্য করে দেখা যাক। 7.1 a ও b চিত্র দুইটিতে এরূপ দুইটি তরঙ্গ w_1 ও w_2 দেখানো হয়েছে। a চিত্রে তরঙ্গ দুইটির সরণ একই দিকে, b চিত্রে সরণ বিপরীত দিকে। লক্ষ্য করে দেখুন, তরঙ্গ দুইটি পরস্পরকে অতিক্রম করার আগে ও পরে তাদের রূপ একই রয়েছে। অতিক্রম করার সময়ে দড়ির বিভিন্ন বিন্দুর সরণ ও তরঙ্গের জন্য পৃথকভাবে যে সরণ হত, তার যোগফল। এছাড়া সাময়িক উপরিপাতন সত্ত্বেও তরঙ্গ দুইটি তাদের নিজস্ব রূপ যে বজায় রাখে, তা পরস্পরকে অতিক্রম করার পর তাদের সরণ থেকেই বোঝা যাচ্ছে।



চিত্র 7.1

এবার আমরা তরঙ্গের উপরিপাতনের গাণিতিক দিকটি আলোচনা করব। প্রথম পর্বের দ্বিতীয় একক থেকে আপনাদের নিশ্চয় স্পন্দনের উপরিপাতনের গাণিতিক সমাধান সম্বন্ধে ধারণা হয়েছে। ধরা যাক, x দিকে সঞ্চরণশীল দুটি তরঙ্গ পৃথকভাবে একটি বিন্দুতে একটি কণার উপর আপতিত হল। t সময়ে দুইটি তরঙ্গের জন্য পৃথক পৃথকভাবে কণাটির সরণ এবং $y_2(x,t)$। তাহলে কণাটির লব্ধি সরণ হবে

..... 7.1

আপনি আগেই জেনেছেন যে, x অক্ষ বরাবর সঞ্চরমান কোনও তরঙ্গের সরণ গাণিতিকভাবে লেখা যায় :

$$y(x,t) = a\sin(\omega t \pm kx + \phi) \qquad \text{..... 7.2}$$

যেখানে a = তরঙ্গের বিস্তার, = কৌণিক কম্পাঙ্ক, k = সঞ্চরণ ধ্রুবক, যা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এর সঙ্গে সম্পর্কদ্বারা যুক্ত, ϕ, x ও t এর মান যখন শূন্য সেই অবস্থার প্রারম্ভিক দশাকোণে। তরঙ্গের সরণ

এখানে y অভিমুখী। দুইটি তরঙ্গের উপরিপাত ঘটতে হলে প্রথমেই তাদের সরণ দুইটি যেন পরস্পর লম্ব অভিমুখী না হয়, সেটি সুনিশ্চিত করতে হবে। আমরা এখানে ধরে নেব যে, দুইটি সরণই y বরাবর অর্থাৎ একই দিকে। এখন আমরা দুইটি তরঙ্গের উপরিপাতনের ক্ষেত্রে কয়েকটি বিশেষ অবস্থা বিবেচনা করব। এগুলি হল :

(i) তরঙ্গদ্বয়ের কৌণিক কম্পাঙ্ক ও সঞ্চরণ ধ্রুবক সমান কিন্তু বিস্তার ও প্রারম্ভিক দশাকোণ ϕ ভিন্ন। উভয়ই + x অক্ষ বরাবর সঞ্চরমান।

(ii) তরঙ্গদ্বয়ের কৌণিক কম্পাঙ্ক সমান কিন্তু বিস্তার ভিন্ন এবং সঞ্চরণের দিক বিপরীত, অর্থাৎ যদি একটি তরঙ্গ + x দিকে অগ্রসর হয়, তবে অন্যটি -x দিকে অগ্রসর হবে।

(iii) তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার ও কৌণিক কম্পাঙ্ক উভয়ই ভিন্ন তবে, পূর্বের মত উভয়ই + x দিকে সঞ্চরমান। পরবর্তী অংশে আমরা এই তিনটি ক্ষেত্রের গাণিতিক বিশ্লেষণ করব। উপরিপাতনের ফলে নতুন কোনও ভৌত ঘটনার উৎপত্তি হয় কিনা, তাও আপনি এর ফলে দেখতে পাবেন।

এখন আপনি নিশ্চয় জানেন যে, একটি তরঙ্গ সম্বন্ধে জানতে গেলে তার বিস্তার, কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং দশার সম্বন্ধে জ্ঞান থাক খুব প্রয়োজনীয়। বিভিন্ন অবস্থায় দুটি তরঙ্গের উপরিগত ঘটলে স্থাণু তরঙ্গ, ব্যতিচার বা স্বর কম্পন সৃষ্টি হতে পারে। এখানে আমরা এদের কিছু কিছুর বিষয়ে আলোচনা করব।

এর জন্য নিম্নোক্ত তরঙ্গ যুগলের উপরিপাতের দৃষ্টান্ত নেওয়া যাক

(i) এবং $y_2 = a_2 \sin(\omega t - kx + \pi)$

(ii) এবং, $y_2 = a_2 \sin(\omega_2 t - k_2)$

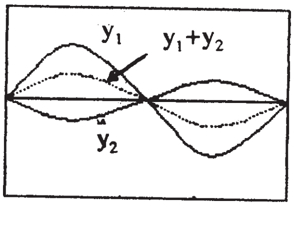
(iii) $y_1 = a\sin(\omega t - kx)$ এবং $y_2 = a\sin(\omega t + kx)$ 7.3

প্রথম উদাহরণটি নেওয়া যাক। এই দুটি তরঙ্গের বিস্তার আলাদা, কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং সঞ্চরণ ধ্রুবক (k) এক, কিন্তু দুটির মধ্যে দশার পার্থক্য = π,, লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ হবে

$$y(x,t) = a_1 \sin(\omega t - kx) + a_2 \sin(\omega t - kx + \pi)$$
$$=$$
$$= (a_1 - a_2)\sin(\omega t - kx)$$

কাজেই লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার হবে $(a_1 - a_2)$ এবং প্রথম তরঙ্গের সমান দশা বিশিষ্ট হবে (চিত্র 7.2 দ্রষ্টব্য)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তরঙ্গদুটির কম্পাঙ্ক এবং বিস্তার ধ্রুবক (k) বিভিন্ন। যখন দুটি তরঙ্গের মধ্যে এই পার্থক্য কম হয়, তখন এদের উপরিপাতের ফলে স্বরকম্পের সৃষ্টি হয়। এই স্বরকম্প তরঙ্গ দুটির দশার ওপর নির্ভরশীল নয়। দুটি তরঙ্গের পরিবর্তে একসঙ্গে অনেকগুলি স্বল্প তফাতের কম্পাঙ্কবিশিষ্ট তরঙ্গের যখন উপরিপাত ঘটে, তখন একটি তরঙ্গযূথ সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গযূথ বা তরঙ্গ দল যে বেগে চলে, তাকে বলা হয় **দলগত বেগ** (group velocity)। এই দলগত বেগ এবং তরঙ্গ বেগ এক নয়।



চিত্র 7.2

তৃতীয় উদাহরণে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, তরঙ্গ দুটির k এর সামনের চিহ্নটি ভিন্ন। প্রথম তরঙ্গটি x এর ধনাত্মক দিকে অগ্রসর হচ্ছে এবং দ্বিতীয় তরঙ্গটি x

এর ঋণাত্মক দিকে অগ্রসর হচ্ছে, অর্থাৎ তারা পরস্পরের বিপরীত দিকে যাচ্ছে। এই ধরনের দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। আমরা (7.3) পর্বে এ সম্বন্ধে বিশদ আলোচনা করব।

7.3 স্থাণু তরঙ্গ

দুটি সমান কৌণিক কম্পাঙ্কের (ω), সমান তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এবং সমান বিস্তারের তরঙ্গ এক সরল রেখা বরাবর বিপরীত দিক থেকে যখন পরস্পরের উপর আপতিত হয়, তখন স্থাণু তরঙ্গ তৈরি হয়। সমান তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং বিস্তারের দুটি তরঙ্গ পেতে গেলে প্রথমটিকে আপতিত তরঙ্গ এবং দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির প্রতিফলিত তরঙ্গ ধরে নেওয়া সুবিধাজনক।

এই প্রতিফলন কোনও বদ্ধ প্রতিফলকে ঘটতে পারে (যেমন সেতার, গিটার, অর্গান নলের বদ্ধ দিক), অথবা কোনও মুক্ত প্রতিফলকেও ঘটতে পারে, (যথা অর্গান নলের মুক্ত প্রান্ত)। আপনারা সহজেই বুঝতে পারছেন যে, বদ্ধ স্থানে সরণের কোনও সম্ভবনা নেই। লব্দি সরণ শূন্য হওয়ার শর্ত হল এই যে, আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গ এ স্থানে বিপরীত দশাযুক্ত হবে। সুতরাং বলা যায় যে, বদ্ধ প্রতিফলকে π পরিমাণ দশার পরিবর্তন ঘটে, কিন্তু মুক্ত প্রতিফলনে দশা অপরিবর্তিত থাকে।

প্রথমে অর্গান নলের মুক্ত প্রান্তে প্রতিফলনের বিষয় আলোচনা করা যাক। এই ক্ষেত্রে দুটি তরঙ্গের লব্ধি সরণ হবে,

$$y(x,t) = a\sin(\omega t - kx) + a\sin(\omega t + kx)$$

$$= 2a\sin\omega t\cos kx \qquad \text{......... 7.4}$$

অথবা, ... 7.5

7.5 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, তরঙ্গটির বিস্তার $(2a\cos kx = y_0)$ একটি ধ্রুবক নয়, x এর অবস্থানের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে পর্যাবৃত্তকারে পরিবর্তিত হয়। তবে লব্ধি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গের দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকে।

7.4 সমীকরণ লক্ষ্য করলে এও দেখা যাবে যে, x অক্ষ বরাবর কণাগুলি আন্দোলিত হয়, কিন্তু x এর বিভিন্ন মানে তাদের বিস্তার সমান নয়, তবে তাদের পর্যায়কালগুলি সমান।

7.5 নং সমীকরণটি কিন্তু চলতরঙ্গের সমীকরণ নয়। কেননা, চলতরঙ্গে x ও t এমনভাবে যুক্ত যে, x এর মান 1 বাড়ালে ও t ’র মান $\frac{k}{\omega}$ বাড়ালে দশা (kx -ωt) এর কোনও পরিবর্তন হয় না। দশা যেন সময়ে একক দৈর্ঘ্য অতিক্রম করে গেছে। কিন্তু সমীকরণ (7.5) -এ দশার এরকম কোনও গতিই নেই। আমরা যদিও দুটি বিপরীতগামী চলতরঙ্গ নিয়ে শুরু করেছিলাম, কিন্তু শেষে এমন একটি তরঙ্গে উপনীত হলাম, যেটি স্থান পরিবর্তন করে না। যে তরঙ্গ এগোয় না, তাকে স্থাণু তরঙ্গ বলে। স্থান পরিবর্তন করে না বলে এই তরঙ্গ শক্তি পরিবহণ করে না।

7.5 নং সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, বিস্তার y(x,t) সর্বাপেক্ষা বেশি হবে যখন

.... 7.6

অর্থাৎ, যেখানে $m = 0,1,2$

অথবা, $\frac{2\pi x}{\lambda} = m\pi$

অতএব, সর্বাপেক্ষা বেশি বিস্তারযুক্ত বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক হল,

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda......, \frac{m\lambda}{2}$$

আবার একই সমীকরণ 7.5 থেকে পাওয়া যায় যে, বিস্তার $y(x,t)$ সবচেয়ে কম হবে যখন

$$\cos kx = \cos\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \qquad ....7.7$$

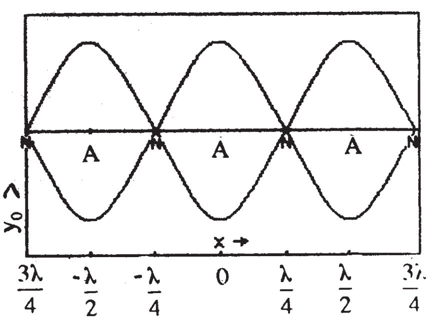
অর্থাৎ, যেখানে, m =0, 1, 2

অথবা, $\frac{2\pi x}{\lambda} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$

অথবা, $x = (2m+1)\frac{\lambda}{4}$

কাজেই সবচেয়ে কম বিস্তারযুক্ত বিন্দুগুলি স্থানাঙ্ক হল, $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4} ... (2m+1)\frac{\lambda}{4}$

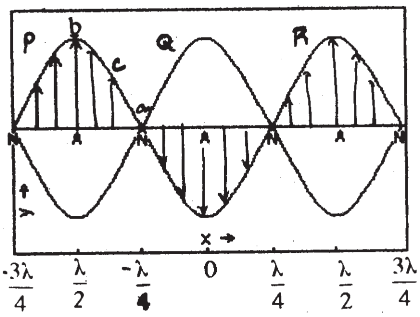
সবচেয়ে বেশি বিস্তারযুক্ত বিন্দুগুলিকে বলা হয় সুস্পন্দ বিন্দু এবং সবচেয়ে কম(শূন্য) বিস্তারমুক্ত বিন্দুগুলির নাম নিস্পন্দ বিন্দু। পরপর দুটি সুস্পন্দ অথবা নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের সমান $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ এবং একটি সুস্পন্দ ও একটি নিস্পন্দ বিন্দুর মাঝের দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশের সমান । (7.3 নং চিত্র দ্রষ্টব্য)।



চিত্র 7.3

উপরের আলোচনা থেকে আপনারা জানতে পারলেন যে, দুইটি একই রকম চলতরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে

এক সরলরেখা বরাবর এসে পরস্পরের উপর আপতিত হলে স্থাণুতরঙ্গের সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে বিক্ষোভ স্থানান্তরিত হয় না। যে স্থানে তরঙ্গ দুটির উপরিপাত ঘটে, সে স্থানটি কয়েকটি অংশে বিভক্ত হয়ে যায়। (চিত্র 7.3)। প্রত্যেকটি অংশ এক একটি বিন্দুতে শেষ হয়। এই বিন্দুতে কণার বিস্তার শূন্য এবং এই বিন্দুকেই বলা হয় নিস্পন্দ বিন্দু।



চিত্র 7.4

দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর ঠিক মধ্যবর্তী স্থানে কণার বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশি। এই বিন্দুর নাম **সুস্পন্দ বিন্দু**। নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী কণাগুলি শূন্য এবং সর্বাপেক্ষা বেশি বিস্তারের মধ্যবর্তী ক্রমবর্ধমান বিস্তার নিয়ে আন্দোলিত হয় (চিত্র 7.4)। a বিন্দুতে কণাটি সবসময়ে স্থির থাকে, b বিন্দুতে কণাটি সর্বাপেক্ষা বেশি বিস্তার নিয়ে আন্দোলিত হয় এবং c বিন্দুতে কণার বিস্তার ও দুই এর মধ্যবর্তী।

অনুশীলনী -1 : দুই প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ একটি তারের মধ্যে উৎপন্ন স্থাণু তরঙ্গের যে কোনও একটি কণার সরণের সমীকরণ নির্ণয় করুন। তারের আবদ্ধ প্রান্ত দুটি সুস্পন্দ বিন্দু হবে না নিস্পন্দ বিন্দু হবে? দুই মুখ খোলা নলের দুই প্রান্তে সুস্পন্দ বা নিস্পন্দ বিন্দু কোনটি হবে? স্থাণু তরঙ্গে শক্তিপ্রবাহ হয় না—এই তথ্যটি ব্যাখ্যা করুন।

7.3.1 স্থাণুতরঙ্গের যে কোন বিন্দুতে বস্তু কণার গতিবেগ এবং বিকৃতি (straim) নির্ণয়

আপনারা নিশ্চয়ই জানেন যে, সময়ের সঙ্গে কোন কণার সরণের পরিবর্তনের হারকেই গতিবেগ বলে। স্থাণু তরঙ্গে কোনও কণার গতিবেগ নির্ণয় করার উপায় হচ্ছে, লব্ধি সরণ y(x,t) কে t- এর সাপেক্ষে অবকলন করা (এখানে x কে স্থির রাখতে হবে)।

এখন আমরা যদি 7.5 নং সমীকরণকে t -এর সাপেক্ষে অবকলন করি, তাহলে পাওয়া যাবে,

গতিবেগ = ... 7.8

গতিবেগ সর্বাপেক্ষা বেশি হবে যখন, $\cos kx = \pm 1$

অথবা, , $m = 0,1,2$

অথবা, অর্থাৎ, যে সব বিন্দুতে $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda ....., \frac{m\lambda}{2}$ । আবার গতিবেগ সবচেয়ে কম (শূন্য)হবে যখন, coskx= 0

অর্থাৎ, $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \cos(2m+1)\frac{\pi}{2}$

অথবা, $x = (2m+1)\frac{\pi}{4}$

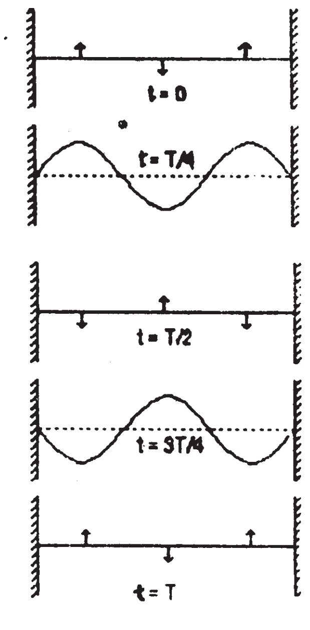
অর্থাৎ যে সব বিন্দুতে $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3x}{4} .... (2m+1)\frac{\lambda}{4}$

এর অর্থ হচ্ছে, সুস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার এবং গতিবেগ দুইই সবচেয়ে বেশি এবং নিস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার ও গতিবেগ উভয়ই শূন্য (7.6 নং সমীকরণ এবং তৎসম্বন্ধীয় আলোচনা দেখুন),। সুস্পন্দ এবং নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যেকার কণাগুলির বিস্তার সুস্পন্দ বিন্দুতে সর্বাপেক্ষা বেশি থেকে ক্রমশ কমতে কমতে নিঃস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য হয়। 7.4 নং চিত্রে তীরচিহ্নগুলির দৈর্ঘ্য দ্বারা স্থাণু তরঙ্গের কণাগুলির গতিবেগ নির্দেশ করা হয়েছে।

লব্ধি সরণ $y(x,t)$ কে x এর সাপেক্ষে অবকলন করলে (t কে স্থির রেখে) স্থাণু তরঙ্গের যে কোনও বিন্দুতে বিকৃতি নির্ণয় করা যায়। আমরা 7.5 নং সমীকরণকে x এর সাপেক্ষে অবকলন করলে পাই,

বিকৃতি (strain) = = -2ak sin kx sin 7.9

যেহেতু sinkx- এর মান নিস্পন্দ বিন্দুতে সবচেয়ে বেশি, সেজন্য নিস্পন্দ বিন্দুতে বিকৃতি সবচেয়ে বেশি (এখানে বিস্তার এবং বেগ শূন্য)। 7.4 নং চিত্রে এটি স্পষ্ট বোঝা যায়। নিস্পন্দ বিন্দুর কণাগুলি দুই পাশে বিপরীত দিক থেকে ধাবিত কণাগুলির টান অনুভব করছে। বিকৃতি সর্বাপেক্ষা কম হয় সুস্পন্দ বিন্দুতে, যেখানে বিস্তার এবং বেগ সবচেয়ে বেশি। চিত্রে দেখতে পাওয়া যাচ্ছে যে, সুস্পন্দ বিন্দুতে কণা এবং তাদের পাশের কণাগুলির গতিমুখ একই দিকে। কাজেই সুস্পন্দ বিন্দুর কণাগুলিতে বিকৃতির সৃষ্টি হয় না।



চিত্র 7.4(a)

চিত্রে দেখা যাচ্ছে যে, স্থানু তরঙ্গের কণাগুলিকে P,Q,R ইত্যাদি কতকগুলি খণ্ডে বিভক্ত করা যায়। প্রত্যেক খণ্ডের কণাগুলি একই দিকে আন্দোলিত হয় এবং দুইটি পাশাপাশি খণ্ডের কণাগুলির আন্দোলনের দিক বিপরীত। একই খণ্ডের সব কণাগুলি একই সঙ্গে প্রত্যেকের সর্বোচ্চ বিস্তারে পৌঁছয় আবার একই সঙ্গে মধ্য বিন্দু অতিক্রম করে। চিত্র 7.4(a) - এ সেটি দেখানো হয়েছে। সব কণাগুলির পর্যায়কাল T একই কিন্তু গতিবেগ ভিন্ন হওয়ার ফলেই এটি সম্ভব হয়েছে। যে কণাগুলিকে বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে, তাদের গতিবেগ বেশি। আর যে কণাগুলিকে কম দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে, তাদের গতিবেগ কম।

এখন আলাদাভাবে স্থাণু তরঙ্গের একটি কণার কথা বিচার করলে আমরা দেখব, কখন এর গতিবেগ সবচেয়ে বেশি, আর কখনই বা শূন্য হয়।

7.8 নং সমীকরণ কে ভিন্ন রূপে লিখলে

=

উপরোক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, এবং -এ কণার গতিবেগ শূন্য এবং ও T তে সর্বাপেক্ষা বেশি।

অতএব একটি পূর্ণ পর্যায়কালে মাধ্যমের কণাগুলি যখন মধ্যবিন্দুতে পৌঁছয়, তাদের বেগ সবচেয়ে বেশি এবং পুরো শক্তিই গতিশক্তি এবং যখন চরম বিস্তারে পৌঁছয়, তখন তাদের বেগ শূন্য এবং পুরো শক্তিই স্থিতিশক্তি। পরের অংশে আমরা স্থাণু তরঙ্গে বিভিন্ন সমমেল সৃষ্টির কারণগুলি সম্বন্ধে জানতে পারব।

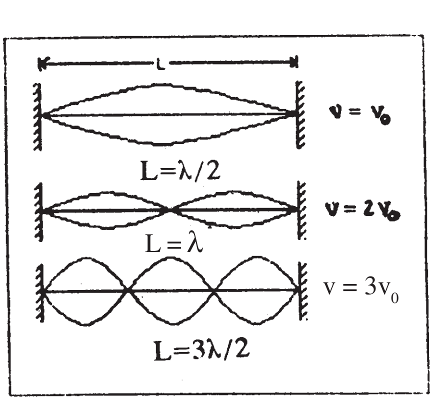
7.3.2 স্থাণু তরঙ্গে সমমেল (harmonics)

সমস্ত তারের বাদ্যযন্ত্রের বাদনভঙ্গি স্থাণু তরঙ্গের তত্ত্বের ওপর নির্ভরশীল। দুই প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আটকানো তারে কতকগুলি নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের স্থাণু তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায়।

যদি তারের দৈর্ঘ্য হয় L, তাহলে স্থানু তরঙ্গে সম্ভাব্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য গুলি হল $2L, L, \frac{2L}{3}, \frac{L}{2} .... \frac{2L}{n}$ (যেখানে n একটি পূর্ণ সংখ্যা) চিত্র 7.5 দ্রষ্টব্য।

আমরা লক্ষ্য করব যে, তারের এরূপ কম্পনে সুস্পন্দ বিন্দুর সংখ্যা একাধিক হতে পারে। তারের দুই প্রান্ত আবদ্ধ থাকায় প্রান্ত দুটিতে নিস্পন্দ বিন্দু অবস্থিত। সুস্পন্দ বিন্দুর সংখ্যা এক হলে তারের কম্পন 7.5 চিত্রের প্রথম চিত্রটির মত হবে। এখানে তারের দৈর্ঘ্য পরপর দুই নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যের দূরত্বের সমান অর্থাৎ, L = এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সাহায্যে আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণ থেকে স্পন্দনের কম্পাঙ্কের মান নির্ণয় করতে পারব

এখানে v তারে তির্যক তরঙ্গের বেগ = যেখানে T = তারের টান এবং m = প্রতি একক দৈর্ঘ্যে তারের ভর।



চিত্র 7.5

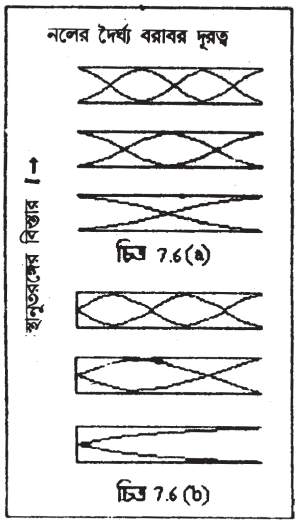
সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের স্পন্দনকে বলা হয় মূলসুর। এর কম্পাঙ্কের মান,

.... 7.10

অন্য কম্পাঙ্কগুলিকে বলা হয় উপসুর। এগুলির কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের (v_0)গুণিতক।

মূলসুরকে প্রথম সমমেল বলেও অভিহিত করা হয়। $v = 2v_0$ কম্পাঙ্ক যুক্ত প্রথম উপসুরটিকে বলা হয় দ্বিতীয় সমমেল। দ্বিতীয় উপসুরকে ($v=3v_0$) বলা হয় তৃতীয় সমমেল।

স্থাণু তরঙ্গের তত্ত্বের ওপর তৈরি যন্ত্রগুলির মধ্যে একটি হল বাঁশি। প্রাথমিকভাবে যে বিষয়গুলির ওপর বাঁশির সুরের কম্পাঙ্ক এবং শব্দের সমৃদ্ধি (a) নির্ভর করে তা হল (1) শব্দের উৎস (2) নলের আকৃতি এবং আয়তন, (3) আঙ্গুল দিয়ে চাপার ছিদ্রের আকার ও অবস্থান। সাধারণ বাঁশিকে একটি মুক্ত নল বলা যায় [চিত্র 7.6(a)]। এর ছিদ্রগুলি বন্ধ থাকলে নলের সমগ্র দৈর্ঘ্যেই বায়ুস্তম্ভ কম্পিত হয়, ফলে মূলসুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম হয়। কোনও ছিদ্র খুললেই তা নলের মুক্ত প্রান্ত রূপে আচরণ করে, ফলে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য কমে ও মূলসুরের কম্পাঙ্ক বেড়ে যায়। যখন কোনও নলের একদিকে বন্ধ থাকে তাকে বলা যায় বদ্ধ নল। বদ্ধ নলের বদ্ধ প্রান্তে সবসময়েই একটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং মুক্ত প্রান্তে একটি সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয় [চিত্র 7.6(b)]।



চিত্র 7.6

একদিক বন্ধ নলের মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 4L$। কাজেই মূলসুরের কম্পাঙ্ক । এই ধরনের নলে জোড় সংখ্যার সমমেলগুলি অনুপস্থিত।

দুই মুখ খোলা নলের মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 2L$। কাজেই মূলসুরের কম্পাঙ্ক । মুক্ত নলে মূলসুর ছাড়া দ্বিতীয়, তৃতীয় সব সমমেলই উৎপন্ন হতে পারবে। লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে, বদ্ধ নলে উৎপন্ন মূলসুরের কম্পাঙ্ক সম দৈর্ঘ্যের মুক্ত নলে উৎপন্ন মূলসুরের কম্পাঙ্কের অর্ধেক।

অনুশীলনী -2 : (a) দুই প্রান্ত আটকানো Im লম্বা একটি পিয়ানোর তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $0.015 kgm^{-1}$। এই পিয়ানোর মূলসুরের কম্পাঙ্ক যদি v = 200Hz হয়, তবে তারে কতটা টান প্রয়োগ করতে হবে নির্ণয় করুন।

(b) 1.0m লম্বা একটি এক মুখ বন্ধ অর্গান নলের মূলসুরের কম্পাঙ্ক হিসাব করুন। (শব্দের বেগ v= 350m/s) । নলটিকে খুব জোরে বাজালে কম্পাঙ্ক কী হবে?

7.3.3 স্থাণু তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য

স্থাণু তরঙ্গ সম্বন্ধে আলোচনার পর আমরা এই তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যহগুলিকে লিপিবদ্ধ করার চেষ্টা করব ঃ-

(a) স্থাণু তরঙ্গ মাধ্যমের সীমিত অংশে সৃষ্ট হয়। এই ক্ষেত্রে এক কণার কম্পনের অবস্থা পরবর্তী কণায় চলে যায় না, ফলে তরঙ্গের আকৃতি এগোয় না।

(b) স্থাণু তরঙ্গে মাধ্যমের প্রতিটি বস্তু কণা একই কম্পাঙ্কে বিভিন্ন বিস্তার নিয়ে কম্পিত হয়। সুস্পন্দ বিন্দুগুলিতে কম্পনের বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশি। নিস্পন্দ বিন্দুগুলিতে শূন্য। সুস্পন্দ বিন্দু থেকে শুরু করে বিস্তার কমতে কমতে নিস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য হয়।

(c) দুটি সুস্পন্দ বা দুটি নিস্পন্দ মধ্যেকার দূরত্ব স্থাণু তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক। মাধ্যমটি কতকগুলি খণ্ডে বিভক্ত হয়। প্রত্যেকটি খণ্ডের দৈর্ঘ্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

(d) পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী অঞ্চলে সব কণার দশা সমান থাকে এবং কোনও নিস্পন্দ বিন্দুর দুই দিকে অবস্থিত এইরকম দুটি সন্নিহিত অঞ্চলে কম্পনের দশা বিপরীত হয়।

(e) নিস্পন্দ বিন্দুতে কণার গতিবেগ শূন্য এবং সুস্পন্দ বিন্দুতে সবচেয়ে বেশি। মধ্যবর্তী বিন্দুগুলিতে কণাদের গতিবেগ সুস্পন্দ বিন্দু থেকে ক্রমান্বয়ে কমে নিস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য হয়।

যে মাধ্যমে তরঙ্গের বিচ্ছুরণ ঘটে না, অর্থাৎ তরঙ্গদলের অন্তর্ভূক্ত সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গই একই বেগে অগ্রসর হয়, সেখানে তরঙ্গদলের আকৃতি অপরিবর্তিত রেখেই সেটি চলতে থাকে। এক্ষেত্রে তরঙ্গদলের বেগ যে কোনও একটি তরঙ্গের বেগের সমান। কিন্তু বিচ্ছুরণশীল মাধ্যমে (যেখানে তরঙ্গবেগ কম্পাঙ্কের ওপর নির্ভরশীল) তরঙ্গদলের এক একটি তরঙ্গ এক এক বেগে চলে, ফলে তরঙ্গদলের আকৃতি পরিবর্তিত হতে পারে এবং সর্ব্বোচ্চ বিন্দুর গতিবেগ সরল দোলতরঙ্গগুলির গতিবেগ থেকে ভিন্ন হয়। এই বেগকেই বলা হয় দলীয় বেগ তরঙ্গের শক্তি এই বেগেই তরঙ্গদলের সঙ্গে বাহিত হয়।

দলীয় বেগ। নির্ণয় করার জন্য আমরা একই বিস্তারের কিন্তু ω_1 ও এই দুই সামান্য পৃথক কৌণিক কম্পাঙ্কের দুইটি তরঙ্গ নিলাম। এই দুটি তরঙ্গের সঞ্চরণ ধ্রবক k_1 ও k_2 এবং এগুলির মানও কাছাকাছি থাকবে। ধরা যাক, তরঙ্গ দুইটি একই দিকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর পতিত হল।

এখন দুটি তরঙ্গের লব্ধি সরণ হবে,

$$= 2a\sin\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)x}{2}\right]\cos\left[\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right] \qquad ..... \ 7.11$$

ও এবং ও k_2 - র মধ্যে পার্থক্য যদি খুব সামান্য থাকে, তাহলে দেখা যায়,

এবং

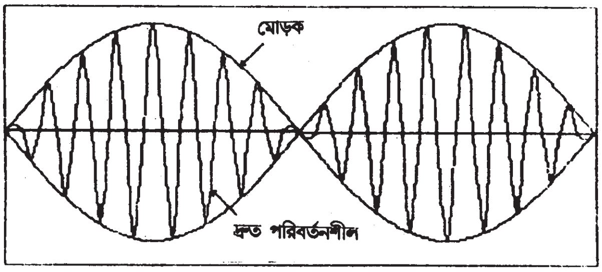
এছাড়া যদি গড় হিসাবে লিখি

এবং, $k = \frac{k_1 + k_2}{2}$

অতএব, 7.11 সমীকরণকে লেখা যায়

$$Y(x,t) = 2a\sin(\omega t - kx)\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \qquad \text{......... 7.12}$$

এটি একটি নতুন তরঙ্গরূপের সমীকরণ। প্রথমত, গঠনকারী (component) দুই তরঙ্গের যে কোনওটির বিস্তারের তুলনায় এই তরঙ্গের বিস্তার দ্বিগুণ। দ্বিতীয়ত, এই তরঙ্গের সমীকরণে দুটি ভাগ আছে। সাইন অপেক্ষক অংশটি দ্রুত পরিবর্তনশীল এবং এর কম্পাঙ্ক গঠনকারী দুটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের গড়। কোসাইন অংশটি ধীরে পরিবর্তনশীল। এটির কম্পাঙ্ক গঠনকারী দুটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের বিয়োগফলের অর্ধেক। উপরিপাতিত তরঙ্গে ধীরে পরিবর্তনশীল অংশটি দ্রুত পরিবর্তশীল অংশটি দ্রুত পরিবর্তনশীল অংশের উপরের মোড়কের (envelope) কাজ করে (চিত্র 7.7 দেখুন)।



চিত্র 7.7

7.9 সমীকরণের সাইন অপেক্ষককটি লব্ধি তরঙ্গের দশা বেগ নির্ধারণ করে। এই সমীকরণ থেকে দশা বেগ পাওয়া যায়। $0 = $ [illegible]

$$v_p = \frac{\omega}{k}$$

অর্থাৎ, লব্ধি তরঙ্গের দশা বেগ দুইটি তরঙ্গের গড় কম্পাঙ্ক ও গড় সঞ্চরণ ধ্রুবকের অনুপাত। কোসাইন অপেক্ষকটির তাৎপর্য হল এই যে, বিস্তার মোড়কটিও তরঙ্গগতিতে অগ্রসর হয়। প্রথমে দেখুন, x = 0, t = 0 তে কোসাইনের মান সর্বাধিক এবং বিস্তারও সর্বাধিক। আবার, সময়ে যদি কোসাইনের মান স্থানাঙ্কে সর্বাধিক হয় তবে,

অথবা,

অর্থাৎ, বিস্তারের সর্ব্বোচ্চ মান সময়ে থেকে x= বিন্দুতে বা বেগে সরে গেছে। যেহেতু শক্তির ঘনত্ব বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক আমরা বলতে পারি যে, শক্তি তরঙ্গের যে অঞ্চলে পুঞ্জীভূত

থাকে, সেটি গতিবেগ নিয়ে অগ্রসর হয়। এই বেগকে বলা হয় গুচ্ছবেগ বা দলীয়বেগ (group velocity)v_R । এখন যদি উপরিপাতিত তরঙ্গ দুইটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য ক্রমশ আরও কাছাকাছি আসে, তবে , ধরে নেওয়া যাবে। এখন আমরা লিখতে পারি দলীয় বেগ

আপনি জানেন যে, সাদা আলো যখন কাচের প্রিজমের উপর আপতিত হয়, তখন কাচের মধ্যে এক এক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো এক এক বেগে চলে। এর ফলেই প্রিজমে আলোর বিচ্ছুরণ ঘটে। যে মাধ্যমে তরঙ্গের দশাবেগ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভরশীল, তাকে আমরা বলি বিচ্ছুরক মাধ্যম (dispersive medim)। বিচ্ছুরণকারী মাধ্যমে দলগত বেগও সাধারণভাবে তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে। উপরে দুটি তরঙ্গের মিলিত ফলের আলোচনা করা হয়েছে। তাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিচ্ছিন্ন ধরে নিয়ে শেষ পর্যন্ত তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের প্রভেদের সীমান্ত মান (limiting value) শূন্য মনে করা হয়েছে। কিন্তু বাস্তবে তরঙ্গ গুচ্ছের মধ্যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য একটি সন্তত অপেক্ষক এবং তরঙ্গদের মিলিত ফল একটি সমাকল দিয়ে নির্দেশ করতে হয়। সেই সমাকলের মান যেখানে উচ্চতম (maximum), সেই বিন্দুই হল গুচ্ছের বিস্তারের অবস্থান এবং ঐ বিন্দুর গতিবেগ হবে তরঙ্গদলের গতিবেগ। অর্থাৎ, তরঙ্গগুচ্ছের সমীকরণ হবে,

$$y=\int f_k e^{f(\omega t-kx)}$$

$0 =$ [illegible]

এখানে তরঙ্গের বিস্তার। গণনার সুবিধার জন্য বাস্তব সাইন/ কোসাইন অপেক্ষকের বদলে জটিল সূচক (complex exponential) অপেক্ষক ব্যবহার করা হয়েছে।

দশা পরিবর্তনের হার শূন্য হবার শর্ত :

অর্থাৎ,

এই শর্তটি যেখানে পালিত হবে, সেখানে সমাকলের উচ্চতম মান পাওয়া যাবে। সুতরাং, ঐ উচ্চতম মানের বিন্দুর গতিবেগ, যেটি দল অথবা গুচ্ছের গতিবেগ, তার মান

.... 7.14

দশা বেগ এবং দলগত (অথবা গুচ্ছ) বেগের মধ্যে সম্পর্ক নিম্নলিখিত ভাবে নির্ণয় করা যায় :

দলগত বেগ $v_g = \dfrac{\partial \omega}{\partial k} = \dfrac{\partial}{\partial k}\left(kv_p\right)$ অথবা, $v_g = v_p + k\dfrac{\partial v_p}{\partial k}$ 7.15

যদি লেখা যায়, তাহলে, $\partial k = -\frac{2\pi}{k^2}\partial\lambda$

7.15 নং সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

.... 7.16

দলগত বেগ এবং দশাগত বেগের পার্থক্য নির্ণয়ের জন্য আমরা একটি উদাহরণের সাহায্য নেব। সেটি হল, গভীর জলের উপরিতলের তরঙ্গ, যাকে মাধ্যাকর্ষণ জনিত তরঙ্গ (gravity waves) বলা হয়। এ জতীয় তরঙ্গে কেবলমাত্র মাধ্যাকর্ষণই জলতলের উপর প্রত্যানয়ক বল সৃষ্টি করে এবং এই তরঙ্গের অধিক বিচ্ছুরণ লক্ষ্য করা যায়। এই তরঙ্গগুলির দশা বেগ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক অর্থাৎ

$v_p = c\lambda^{\frac{1}{2}}$ যেখানে c একটি স্থির সংখ্যা।

অথবা $v_p = c_1 k^{-\frac{1}{2}}$ (যেহেতু $k = \frac{2\pi}{\lambda}$)

এখানে নতুন স্থির সংখ্যাটি $c_1 = \sqrt{2\pi}$

আমরা জানি, $vp = \frac{\omega}{k}$

ω কে k এর সাপেক্ষে অবকলন কর[illegible]

অতএব, মাধ্যাকর্ষণজনিত তরঙ্গের ক্ষেত্রে দলীয় বেগ দশা বেগের অর্ধেক। অর্থাৎ, এই ধরনের তরঙ্গে গঠনকারী (component) তরঙ্গ শীর্ষ তরঙ্গদলের চেয়ে দ্রুততর বেগে যায়।

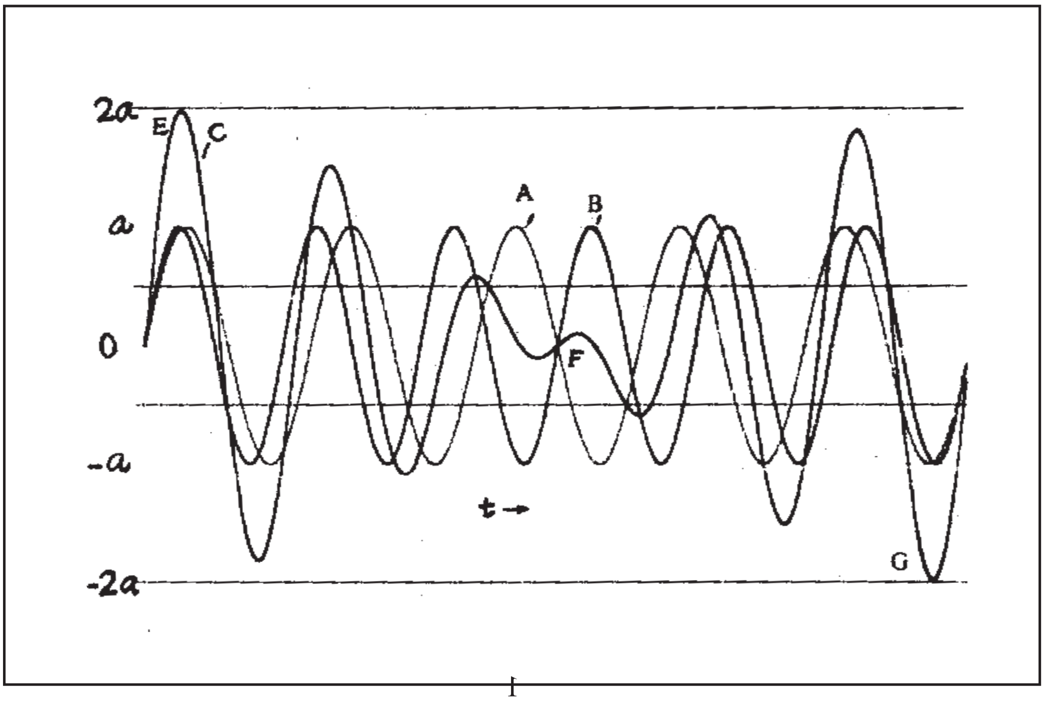
অনুশীলনী - 3 : (ক) কোনও মাধ্যমে একটি তরঙ্গের দশাবেগ $v = c_1 + c_2\lambda$ যেখানে c_1 এবং c_2 স্থির সংখ্যা। তরঙ্গের দলীয় বেগ কত?

(খ) কোনও একটি মাধ্যমে আলোকতরঙ্গের বেগ যেখানে n = মাধ্যমের প্রতিসরাংক, c = শূন্যে আলোকের গতিবেগ। দেখান যে, দলীয় বেগ ।

7.4 স্বরকম্প

আমরা দেখলাম যে, দুটি সামান্য পার্থক্যের কৌণিক কম্পাঙ্ক যুক্ত (এবং) তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে তরঙ্গদলের সৃষ্টি হয়।

7.7 চিত্রে আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, x অক্ষ বরাবর দূরত্ব এবং y অক্ষ বরাবর লব্ধি সরণকে আঁকা হয়েছে। এখানে সময় t কে অপরিবর্তিত রাখা হয়েছে। একে বলা যেতে পারে দূরত্ব সাপেক্ষে



$\frac{1}{2}$

উপরিপাত। আমরা অন্য এক প্রকার উপরিপাতের কথা বলতে পারি যেখানে আমরা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে সরণ Y(x,t) কে t-এর সাপেক্ষে আঁকব এবং একে বলা যেতে পারে সময় সাপেক্ষে উপরিপাত। এখানে x অপরিবর্তনীয় সংখ্যা।

শব্দতরঙ্গের সময় সাপেক্ষে উপরিপাতের ফলে যে আকর্ষণীয় ঘটনাটি ঘটে, তার নাম স্বরকম্প। সামান্য তফাতের কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের উৎসকে যদি একসঙ্গে ধ্বনিত করা হয়, তবে এর ফলে যে শব্দ উৎপন্ন হবে তার তীব্রতা পর্যায়ক্রমে একবার বাড়বে এবং একবার কমবে। শব্দে তীব্রতার এইরকম পর্যায়ক্রমে হ্রাসবৃদ্ধির ঘটনাকে স্বরকম্প বলে।

একটি উদাহরণ দেওয়া যাক। দুইটি সুরশলাকা (A, B) নেওয়া হল যাদের কম্পাঙ্ক 5 এবং 6Hz। এদের একসঙ্গে ধ্বনিত করলে যে শব্দতরঙ্গগুলি সৃষ্টি হবে, সে দুটি পরস্পরের ওপর আপতিত হয়ে একটি লব্ধি তরঙ্গ (C) সৃষ্টি করবে। 7.8 চিত্রে এটি দেখানো হয়েছে। যে অবস্থায় দুটি তরঙ্গের একই দশা হবে, তখনই শ্রোতা জোর শব্দ শুনবেন। এখানে লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার সবচেয়ে বেশি (E বিন্দু)। 1 সেকেণ্ড পরে দ্বিতীয় সুর শলাকাটির তরঙ্গ প্রথমটির অপেক্ষা একটি পূর্ণ তরঙ্গে অগ্রসর হবে এবং এদের দশা পুনরায় সমান হবে। তখন আবার জোর শব্দ শোনা যাবে। এটি G বিন্দু দিয়ে দেখানো হয়েছে। কিন্তু সেকেণ্ড পরে দ্বিতীয়

সুরশলাকাটি প্রথমটি অপেক্ষা অর্ধ তরঙ্গ এগিয়ে যাবে। তখন এদের দশা সম্পূর্ণ বিপরীত হবে। এই স্থানে (F বিন্দু) তরঙ্গের বিস্তার সবচেয়ে কম। এইভাবে যত সময় যাবে তত শব্দের প্রাবল্যের পর্যাক্রমে হ্রাসবৃদ্ধি ঘটবে এবং শ্রোতা একটি কম্পিত শব্দ শুনবেন।

স্বরকম্পের সংখ্যা এক সেকেণ্ডে যে কয়বার প্রবল অথবা মৃদু শব্দ শোনা যায়, সেই সংখ্যাকে স্বরকম্পের সংখ্যা বলা হয়। উপরের আলোচনা থেকে দেখা গেল যে, উৎস দুটির কম্পাঙ্ক 5 এবং 6 (অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য =1) হলে তারা প্রতি সেকেণ্ডে একটি প্রবল বা একটি মৃদু শব্দ উৎপন্ন করবে।

অতএব, আমরা বলতে পারি যে,

স্বরকম্পের সংখ্যা = উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য

অবশ্য এই উদাহরণে 5 বা 6Hz কম্পাঙ্কের শব্দের কথা বলা হলেও বাস্তবে এত কম কম্পাঙ্কের শব্দ শোনা যায় না।

স্বরকম্পের গাণিতিক বিশ্লেষণ :

ধরা যাক সম বিস্তার কিন্তু সামান্য কম্পাঙ্ক পার্থক্যের দুটি সরল দোলগতি তরঙ্গ একই দিকে অগ্রসর হচ্ছে। এদের নিম্নলিখিত সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করা যায়,

এবং যেখানে a = তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার n_1, n_2 = কম্পাঙ্ক

= y_1 এবং y_2 = $n_1 > n_2$ এবং n_1 ও n_2 -র পার্থক্য খুব বেশি নয়।

ধরা যাক, দুটি তরঙ্গ সম দশায় থেকে যাত্রা শুরু করল। এদের উপরিপাতের ফলে যে লব্ধি সরণ হবে তাকে, y ধরলে,

= 7.17

উপরের সমীকরণটি একটি সরল দোলগতির কিন্তু এর বিস্তার $A = 2a\cos 2\pi\left(\frac{n_1 - n_2}{2}\right)t$ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তনশীল। অতএব, যত সময় অতিবাহিত হবে, লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার তত পরিবর্তিত হবে। কখনো কখনো এই বিস্তার সবচেয়ে বেশি হবে, আবার কখনো সবচেয়ে কম হবে। ফলে শব্দের প্রাবল্যের হ্রাসবৃদ্ধি হবে এবং স্বরকম্প সৃষ্টি হবে।

লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার (A) সবচেয়ে বেশি হবে যখন

$$\cos 2\pi \frac{(n_1 - n_2)}{2} = \pm 1$$

অথবা, $\frac{2\pi(n_1 - n_2)}{2} = 0, \pi, 2\pi.....m\pi$ [m =0, 1, 2......ইত্যাদি]

অর্থাৎ, সময়ে সবচেয়ে জোরে শব্দ শোনা যাবে।

অতএব, দুটি জোরে শব্দ শোনার অন্তর্বর্তী অবকাশ = সেকেণ্ড

1 সেকেন্ডে $(n_1 - n_2)$ - বার প্রবল শব্দ শোনা যাবে।

আবার লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার (A) সবচেয়ে কম হবে যখন,

অথবা, $\frac{2\pi(n_1 - n_2)}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} .....(2m+1)\frac{\pi}{2}$ [m =0, 1, 2......]

অর্থাৎ, সময়ে বিস্তার সবচেয়ে কম হয়ে শূন্য হয়ে যাবে।

অতএব, পরপর দুটি নিঃশব্দের অন্তর্বর্তী অবকাশ = $\frac{1}{n_1 - n_2}$ সেকেণ্ড।

$\therefore$ 1 সেকেন্ডে $(n_1 - n_2)$ বার কোন শব্দ শোনা যাবে না।

কাজেই আমরা উপরের আলোচনা থেকে দেখলাম যে স্বরকম্পের কম্পাঙ্ক = = উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য। বাদ্যযন্ত্রাদির সুর মিলাতে স্বরকম্পের সাহায্য নেওয়া হয়। দুটি বাদ্যযন্ত্র এক সুরে আনতে দুটিকে একসঙ্গে বাজিয়ে স্বরকম্পের উপস্থিতি লক্ষ্য করা হয়। সুর মিললে আর স্বরকম্প শুনতে পাওয়া যায় না।

7.5 সারাংশ

(1) একই মাধ্যমে সঞ্চরমান দুটি তরঙ্গ যখন একে অপরের উপরিপাতিত হয়, তখন যে কোনও বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার দুটি তরঙ্গের আলাদা বিস্তারের বীজগাণিতিক যোগফলের সমান।

(2) সমান বিস্তার, কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্যযুক্ত দুটি তরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর পড়লে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গ দুটি বিন্দুর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে।

(3) স্থাণু তরঙ্গের মধ্যে সুস্পন্দ বিন্দুতে সবচেয়ে বেশি বিস্তার এবং নিস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার শূন্য। দুটি পাশাপাশি নিস্পন্দ অথবা সুস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব স্থাণু তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

(4) সামান্য পার্থক্যের কম্পাঙ্কযুক্ত দুটি তরঙ্গ একই দিকে ভ্রমণ করলে তরঙ্গ দল এবং স্বরকম্প সৃষ্টি করে।

(5) প্রতি সেকেন্ডে স্বরকম্পের সংখ্যা দুটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান।

(6) একটি তরঙ্গদল যে বেগে চলে, তাকে বলা হয় দলগত বেগ। দুটি গঠনকারী তরঙ্গের বেগ সমান হলে দলগত বেগ, তরঙ্গ বেগের সমান হয়। অন্য ক্ষেত্রে, দলগতবেগ তরঙ্গবেগের সমান হয় না।

(7) অংশগ্রহণকারী তরঙ্গগুলির মধ্যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য যত কম হবে, তরঙ্গ দলের দৈর্ঘ্য তত বৃদ্ধি পাবে।

অনুশীলনী -4 : 560Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকা অন্য একটি সুরের সঙ্গে একত্রে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেণ্ডে ৮টি স্বরকম্প শোনা যায়। আপনি কি সুরটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে পারেন?

7.6 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একটি মাধ্যমে $x_1 = 0$ এবং x_2 =lm বিন্দুতে তরঙ্গের সরণকে নিম্নলিখিত ভাবে লেখা যায়,

y_2 = 0.2 sin

(a) তরঙ্গের কম্পাঙ্ক কত? (হাৎর্সে প্রকাশ করুন)।

(b) তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?

(c) তরঙ্গ বেগ কত?

2. ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্ক অনুযায়ী ৫০টি সুরশলাকা সাজানো হল। এদের পরপর দুটিকে একসঙ্গে বাজালে সেকেন্ডে 5টি স্বরকম্পের সৃষ্টি হয়। সবশেষের সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যদি প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্কের এক সপ্তক বেশি হয়, তাহলে প্রথমটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করুন। (কোনও সুরকে দ্বিতীয় একটি সুরের সপ্তক বেশি বলা হয় তখনই, যখন প্রথম সুরটির কম্পাঙ্ক দ্বিতীয় সুরটির দ্বিগুণ হয়)।

3. 25 cm লম্বা অক্সিজেন ভরা একটি বদ্ধ নল একটি সুরশলাকার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করে। হাইড্রোজেন ভরা কত দৈর্ঘ্যের একটি বদ্ধ নল ঐ একই সুরশলাকার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করবে? (অক্সিজেনের বাতাসের বেগ =320m/s এবং হাইড্রোজেনে বাতাসের বেগ = 1280m/s)

4. একটি কেলাসের মধ্যের আণবিক দূরত্ব d। এই কেলাসের মধ্যে সৃষ্ট তির্যক তরঙ্গের দশা বেগ (v)

$$= \frac{c'\sin\left(\frac{kd}{2}\right)}{\left(\frac{kd}{2}\right)},$$ এখানে c' একটি স্থির সংখ্যা

দেখান যে, তরঙ্গের দলগত বেগ হবে $c'\cos\left(\frac{kd}{2}\right)$

7.7 উত্তরমালা

অনুশীলনী - 1 : কোনও দৃঢ় প্রতিফলকে প্রতিফলনের ফলে π দশার পরিবর্তন হয়। কাজেই প্রতিফলিত তরঙ্গটির সমীকরণ হবে :

অতএব, লব্ধি সরণ y(x,t) হবে,

$$Y(x,t) = a\sin(\omega t - kx) - a\sin(\omega t + kx)$$

$= -2a\sin kx\cos\omega t$

= যেখানে

দৃঢ় প্রতিফলকে একটি নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি হবে, কেননা যেখানে সরণ শূন্য। ধনাত্মক x দিক থেকে আপতিত এবং ঋণাত্মক x দিক থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গ দুটি একটি স্থাণু তরঙ্গ সৃষ্টি করবে। আপতিত এবং প্রতিফলিত দুটি তরঙ্গই সমান পরিমাণ শক্তি বিপরীত দিক থেকে বহন করবে। ফলত কোনও শক্তি প্রবাহিত হবে না।

অনুশীলনী -2 : (a) মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

তরঙ্গের গতিবেগ $\times 2m = 440 m/s$

আমরা জানি, অথবা, $T = v^2 m$

=

$= 2.9 \times 10^3$ N

(b) মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

$\lambda = 4L = 4 \times 1m = 4m$

কম্পাঙ্ক

নলটিতে জোরে ফুঁ দিলে সুরের তীক্ষ্ণতা 3 গুণ বৃদ্ধি পেয়ে পরের সমমেলে পৌঁছবে এবং তার কম্পাঙ্ক হবে $v = 3 \times 88 = 264 hz$

অনুশীলনী -3 : (ক) আমরা জানি যে,

এখানে, $\frac{dv}{d\lambda} = c_2$ কাজেই উপরের সমীকরণে v এবং এর মান বসালে,

(খ) এক্ষেত্রে

অনুশীলনী -4 : যদি স্বরটির কম্পাঙ্ক v ধরা হয়, তাহলে 6 = [560-v] অথবা 6 = [v-560]

$\therefore$ অথবা 566Hz

এখানে স্বরটির কম্পাঙ্ক স্থিরভাবে নির্ণয় করা যাবে না। উপরের যে কোনওটিই এর কম্পাঙ্ক হতে পারে।

7.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. (a) কম্পাঙ্ক

(b) চলতরঙ্গের তরঙ্গ ভেক্টর $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

$\therefore\ \dfrac{2\pi}{\lambda} = \pi/8$ বা, $\lambda = 16m$

(c)

2. ধরা যাক প্রথম স্বরটির কম্পাঙ্ক n

দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হবে = n + 5 = n + (2 –1)5

তৃতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হবে = n + 10 = n + (3-1)5

50 তম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হবে = n + (50 -1)5

= n + 245

যেহেতু 50 তম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 2n

$\therefore$ n + 245 = 2n অতএব $n = 245Hz$

3. প্রথম নলটির মূলসুরের কম্পাঙ্ক $v_1 = \dfrac{\upsilon_0}{4l_1}$, v_0 = অক্সিজেনে শব্দের গতিবেগ l = প্রথম নলের দৈর্ঘ্য।

দ্বিতীয় নলটির মূলসুরের কম্পাঙ্ক , v_h = হাইড্রোজেনে শব্দের গতিবেগ, l_2 =দ্বিতীয় নলের দৈর্ঘ্য

যেহেতু দুইটি নলই একই সুরশলাকার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করে, কাজেই অথবা

$\therefore\ l_2 = \dfrac{v_h}{v_0} \times l_1$

এবং l_1 এর মান বসিয়ে

4. দলবেগ $v_g = \dfrac{d\omega}{dk}$ এবং, $\omega = kv$

অথবা

$= \dfrac{2c'}{d}\sin\left(kd/2\right)$

অতএব, $v_g = \dfrac{dw}{dk} = \dfrac{2c'}{d}\cos\left(\dfrac{kd}{2}\right).\dfrac{d}{2}$

=