BLOCK—1

দোলগতি, তরঙ্গ

একক 1 : সরল দোলগতি

গঠন

1.1 প্রস্তাবনা

ইতিপূর্বে আপনি নানা ধরনের গতির সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন। আপনি লক্ষ্য করে থাকবেন যে, এর মধ্যে কোন কোনটির ক্ষেত্রে গতিশীল বস্তুটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর পূর্বের অবস্থান বা আকৃতিতে ফিরে আসে। উদাহরণ হিসাবে ঘুরন্ত পাখার ব্লেড, দোলনা বা ঘড়ির পেন্ডুলামের কথা বলা যায়। জলের উপর দিয়ে যখন তরঙ্গমালা অগ্রসর হয় তখন জলতলে ভাসমান কোনও বস্তুকে আপনি এভাবে গতিশীল হতে দেখবেন। এই ধরনের গতিকে আমরা বলি 'পর্যাবৃত্ত গতি' (periodic motion)। সরল দোলগতিও এক ধরনের পর্যাবৃত্ত গতি, যার গাণিতিক বিশ্লেষণ খুব সহজেই করা সম্ভব। এই এককে আমরা সরল দোলগতির জন্য প্রয়োজনীয় শর্ত এবং

এই গতির ধর্মগুলি আলোচনা করব। এধরনের গতিসম্পন্ন বস্তুর যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণও পরীক্ষা করব। সরল দোলগতির উদাহরণ হিসাবে কয়েকটি যান্ত্রিক দোলকের উদাহরণ ছাড়াও এই এককে আমরা তড়িৎ আবেশ ও ধারক দ্বারা গঠিত তড়িৎবর্তনীর মধ্যে তড়িতের প্রবাহ বিবেচনা করব। আপনি লক্ষ্য করতে পারবেন যে, এই বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ গাণিতিক দিক দিয়ে সরল দোলগতি সম্পন্ন দোলকের অনুরূপ।

প্রকৃতিতে বহু ধরনের গতি বিস্তার যথেষ্ট অল্প থাকলে সরল দোলগতির শর্ত পালন করে। এই কারণে পদার্থবিদ্যায় সরল দোলগতির গুরুত্ব অপরিসীম। এই এককের মাধ্যমে আপনি সরল দোলগতির ভৌত ও গাণিতিক ধর্ম সম্বন্ধে বিশদ পরিচয় লাভ করবেন

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করার পর আপনি

- সরল দোলগতির জন্য প্রয়োজনীয় শর্তগুলি বিবৃত করতে পারবেন।
- সরল দোলগতির অবকল সমীকরণটি স্থাপন ও সেটির সমাধান করতে পারবেন।
- সরল দোলগতিতে চলনশীল বস্তুর গতিশক্তির হিসাব করতে এবং শক্তির সংরক্ষণ প্রতিপাদন করতে পারবেন।

বিভিন্ন ধরনের সরল দোলগতিতে কম্পনশীল বস্তুতন্ত্রের গতির মধ্যে সাদৃশ্য দেখাতে পারবেন।

1.2 সরল দোলগতির সংজ্ঞা ও বৈশিষ্ট্যাবলী

যে কোনও পর্যাবৃত্ত গতিকেই সরল দোলগতি বলা যায় না। কোনও বস্তুতন্ত্র কয়েকটি শর্ত পালন করলে, তবেই সরল দোলগতির উদ্ভব হতে পারে। আমার এই শর্তগুলিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করে সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ গঠন করব। এই সমীকরণের সমাধান থেকে আমরা সরল দোলগতির ধর্মগুলিতে উপনীত হতে পারব। প্রথমে সরল দোলগতির শর্তগুলি আলোচনা করা যাক।

1.2.1 সরল দোলগতির শর্ত

কোনও বস্তুকণার গতিকে তখনই সরল দোলগতি বলা যায়, যখন নিম্নের শর্তগুলি পালিত হয়:

(i) বস্তুকণাটির গতি এক সরলরেখায় আবদ্ধ থাকে এবং

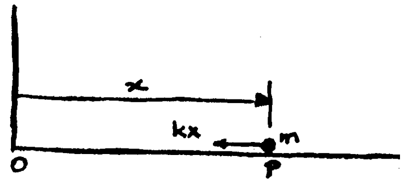
(ii) বস্তুকণাটির উপর সেটির গতিপথের উপর অবস্থিত কোনও নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে, ঐ বিন্দু থেকে বস্তুকণাটির দূরত্বের সমানুপাতী একটি প্রত্যানয়ক বল কাজ করে।

এক্ষেত্রে কয়েকটি বিষয় মনে রাখতে হবে। প্রথমত, কোনও দৃঢ় বস্তুর চলন (translational) গতির ক্ষেত্রে যদি উপরের শর্তগুলি প্রযোজ্য হয়, তবে তার ভরকেন্দ্রটি বস্তুকণার মত আচরণ করবে এবং বস্তুটি সরল দোলগতিতে চলতে থাকবে। দ্বিতীয়ত, যে কোনও বস্তুতন্ত্র যদি কোনো একটি রাশির (যথা একটি কোণ, তড়িতাধান, তড়িৎপ্রবাহ) ক্ষেত্রে উপরের শর্তগুলির অনুরূপ শর্ত প্রযোজ্য হয়, তবে সেই রাশিটির সরল

দোলগতির অনুরূপ দোলন লক্ষ্য করা যাবে। পরবর্তী 1.4 অংশে উদাহরণগুলির মধ্যে আপনি এ জাতীয় দোলন দেখতে পাবেন। এগুলিকে আমরা সরল দোলগতি নামে অভিহিত করব।

1.2.2. সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ

ধরা যাক m ভরের একটি বস্তুকণার গতি আমাদের নির্দেশতন্ত্রের x অক্ষে আবদ্ধ এবং গতিপথের উপর নির্দিষ্ট বিন্দুটি নির্দেশতন্ত্রের মূলবিন্দু (origin), 0। বস্তুকণাটি 0 বিন্দুতে থাকলে তার উপর কোন বলই কাজ করে না। কাজেই একমাত্র O বিন্দুতেই সেটি স্থির থাকতে পারে। এজন্য 0 বিন্দুকে বস্তুকণার সাম্যবিন্দু বলা হবে। বস্তুকণাটি যখন মূলবিন্দু থেকে x দূরত্বে P বিন্দুতে থাকে, তখন তার উপর x-এর সমানুপাতী -kx প্রত্যানয়ক বল 0 বিন্দু অভিমুখে কাজ করে। যেখানে k একটি সমানুপাত ধ্রবক। লক্ষণীয় যে, x রাশি ও প্রত্যানয়ক বলের চিহ্ন সর্বদাই বিপরীত এবং বিয়োগ চিহ্নটি এজন্যই ব্যবহৃত হয়েছে। এখন নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে ভর ও ত্বরণের গুণফল এবং বল F -এর সমতা থেকে আপনি লিখতে পারেন ।



চিত্র 1.1

$$m\ddot{x} = F = -kx \qquad \text{............. 1.1}$$

অথবা, $\ddot{x} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$, যেখানে গাণিতিক সুবিধার জন্য $\frac{k}{m}$ রাশিটির স্থানে + ω^2 লেখা হয়েছে। 1.1 সমীকরণটি সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ। সমীকরণটি থেকে বোঝা যায় যে, x -এর মান যখন পজিটিভ তখন বস্তুকণার ত্বরণ নেগেটিভ অর্থাৎ তখন বস্তুকণার বেগ x দিকে মূলবিন্দুর বিপরীতমুখে থাকলে তার মান কমতে থাকবে এবং x -এর বিপরীত দিকে মূলবিন্দু অভিমুখে থাকলে তার মান বাড়তে থাকবে।

বিপরীতক্রমে, x -এর মান যখন নেগেটিভ, তখন বস্তুকণার ত্বরণ পজিটিভ, অর্থাৎ বেগ x দিকে মূলবিন্দু অভিমুখে থাকলে তার বেগ বাড়তে থাকবে এবং বেগ x এর বিপরীত দিকে মূলবিন্দুর বিপরীতমুখে থাকলে তার মান কমতে থাকবে।

1.1 সমীকরণটি একটি রৈখিক, সমসত্ত্ব, দ্বিতীয় ক্রমের (linear homogeneous second order) অবকল সমীকরণ। আমরা জানি এর সমাধানে দুইটি অনির্দিষ্ট ধ্রবক থাকবে। এবার এর সমাধানটি দেখা যাক।

1.2.3 অবকল সমীকরণের সমাধান

সমীকরণ 1.1 হয়ত আপনার কাছে খুবই পরিচিত। এখানে x রাশিটি সময় t-এর এমন একটি অপেক্ষক যাকে দুইবার অবকলন করলে – ω^2 সহগ সমেত ঐ একই অপেক্ষক পাওয়া যায়। আমরা জানি $\sin\omega t$ এবং $\cos\omega t$ এই ধরনের অপেক্ষক। এ দুটিকে মিলিয়ে আমরা 1.1 অবকলন সমীকরণটির সাধারণ সমাধান লিখতে পারি :

$$x = A \sin \omega t + B \cos t\ \omega t \qquad \text{.......}\ 1.2$$

যেখানে A ও B অনির্দিষ্ট ধ্রুবক। এখানে সাধারণ সমাধান বলতে এটাই বোঝায় যে, ঐ অবকল সমীকরণের অসংখ্য বিশেষ সমাধান থাকলেও, যেগুলি সবই অনির্দিষ্ট ধ্রুবকগুলির বিশেষ মান ব্যবহার করে পাওয়া যাবে। যেমন, 1.2 এর ক্ষেত্রে

$B = 0$ ধরলে $x = A \sin\omega t$, আবার

$A = 0$ ধরলে $x = B\cos\omega t$

আপনি ভাবতে পারেন যে, রাশিটিও একটি সম্ভাব্য সমাধান। কিন্তু এটি এর সমান। অর্থাৎ, এটি ও এর একটি রৈখিক সংমিশ্রণ। সুতরাং 1.2 সমাধানে এটিকে আলাদাভাবে অন্তর্ভুক্ত করার প্রয়োজন নেই।

এখন যদি আমরা ধরে নিই

............1.3

তবে 1.2 সমীকরণ থেকে $x = -a\sin\theta\sin\omega t + a\cos\theta\cos\omega t$

বা, x = ...1.4

এখানে আমরা A ও B এর স্থানে অন্য দুই অনির্দিষ্ট ধ্রুবক a ও θ ব্যবহার করেছি। অনির্দিষ্ট ধ্রুবকদ্বয়ের মান $t = 0$ সময়ে সরণ x এর মান x_0 এবং বেগ এর মান $\dot{x}_0$ থেকে সহজেই নির্ণয় করা যায়। 1.4 সমীকরণ ও এর থেকে লব্ধ বেগের রাশিমালা $x = -a\omega\sin(\omega t + \theta)$ থেকে

$$x_0 = a \cos\theta$$

এবং $\dot{x}_0 = -a\omega\sin\theta$ পাওয়া যায়।

সুতরাং, এবং 1.5

এবার আপনি নিজেই একটি সহজ অনুশীলনী করে দেখুন।

অনুশীলনী : 1

(ক) 1.2 সমীকরণের A ও B ধ্রুবক দুইটির মান x_0 এবং এর হিসাবে নির্ণয় করুন।

(খ) মনে করুন $t = 0$ এবং $t =$ সময়ে সরণের মান যথাক্রমে এবং x। তাহলে 1.4 সমীকরণে a এবং θ এর মান কী?

(গ) মনে করুন t = 0 সময়ে সরণ x_0 এবং সময়ে বেগ v। সেক্ষেত্রে ঐ সমীকরণে a এবং θ এর মান কি?

1.2.4 সরল দোলগতির কয়েকটি পরিমাত্রা (parameter)

বিস্তার : 1.4 সমীকরণ থেকে সহজেই বোঝা যায় যে, x এর মান সময়ের সঙ্গে '+a' ও '–a', এই দুই সীমার মধ্যে ওঠানামা করে। সাম্যবিন্দু থেকে বস্তুকণার সর্বোচ্চ দূরত্ব 'a' কে সরল দোলগতির বিস্তার বলা হয়। এটি x এর দুই সীমাস্থ মানের ব্যবধানের অর্ধেক।

আপনি পূর্বেই দেখেছেন যে, বস্তুকণার বেগ $v = \dot{x} = -a\omega\sin(\omega t + \theta)$। অনুরূপভাবে, বেগের এই রাশিটির অবকলন থেকে পাওয়া যায় ত্বরণ

স্পস্টই বোঝা যায় যে, বস্তুকণার বেগ এবং ত্বরণ ও সময়ের সঙ্গে সরল দোলগতির অনুরুপভাবে পরিবর্তিত হয়। 1.4 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে বোঝা যায়

বেগের বিস্তার =

এবং ত্বরণের বিস্তার =

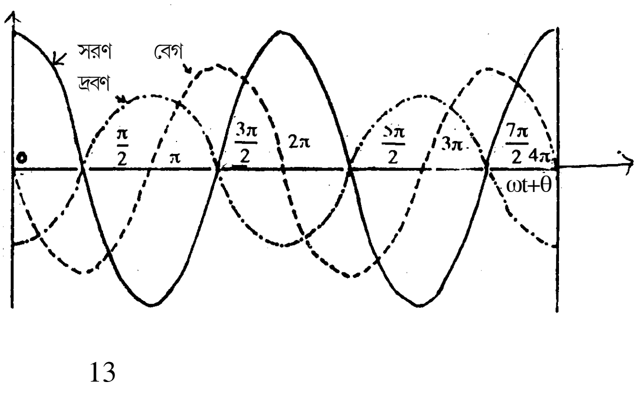
দশা : 1.4 সমীকরণে রাশিটিকে t সময়ে সরল দোলগতিতে সরণের দশা (phase) বলা হয়। $(\omega t+\theta)$ $f = \ddot{x} = -a\omega^2\cos(\omega t+\theta)$ $t = \frac{\pi}{2\omega}$ t = 0 সময়ে এই রাশির মান 'θ' - কে প্রারম্ভিক দশা (initial phase) বা দশা ধ্রবক (phase constant) বলা হয়। দশার ওপরই বস্তুকণার তাৎক্ষণিক অবস্থান নির্ভর করে।

এখন আপনি সরণের দশার সঙ্গে বেগ ও ত্বরণের দশার তুলনা করতে আগ্রহী হতে পারেন। লক্ষ্য করে দেখুন

$$v = -a\omega\sin(\omega t+\theta) = a\omega\cos\left(\omega t+\theta+\frac{\pi}{2}\right)$$

এবং $$f = -a\omega^2\cos(\omega t+\theta) = a\omega^2\cos(\omega t+\theta+\pi)$$

অর্থাৎ, সরণের তুলনার বেগের দশা $\frac{\pi}{2}$ কোণে এবং ত্বরণের দশা π কোণে অগ্রবর্তী থাকে। চিত্র 1.2 তে সরণ, বেগ ও ত্বরণের দশার প্রভেদ দেখানো হয়েছে।



চিত্র 1.2 -সরল দোলগতিতে সরণ, বেগ ও ত্বরণ

কৌণিক কম্পাঙ্ক : ω রাশিটি একক সময়ে দশার পরিবর্তন সূচিত করে। এই রাশিটিকে কৌণিক কম্পাঙ্ক (angular frequency) বলা হয়।

পর্যায়কাল : যে সময় অন্তর সরল দোলগতিসম্পন্ন কণার অবস্থান, বেগ ইত্যাদি একই অবস্থায় ফিরে আসে, তাকে ঐ দোলগতির পর্যায়কাল বলে। এই সময়ে যেহেতু দশা পরিমাণে বৃদ্ধি পায়, অতএব পর্যায়কালকে T দ্বারা নির্দেশ করে

অর্থাৎ, বা $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ....1.6 (a)

যেহেতু সাম্যবিন্দু থেকে প্রতি একক সরণে পরিমাণ ত্বরণ ঘটে, দোলগতির পর্যায়কাল এভাবেও লেখা যায় :

একক সরণে উদ্ভুত ত্বরণ

কম্পাঙ্ক : একক সময়ে সরল দোলগতির যতগুলি পূর্ণ পর্যায় (cycle) অতিক্রান্ত হয়, তাকেই ঐ দোলগতির কম্পাঙ্ক বলে। পর্যায়কালের মান থেকে কম্পাঙ্কের মান পাওয়া যায় :

$$\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$ .... 1.6(b)

1.4 সমীকরণে ইচ্ছা করলে আমরা ω এর পরিব[illegible]পারি। যথা $x = a\cos(2\pi\upsilon t + \theta)$

1.3 সরল দোলগতিসম্পন্ন বস্তুকণার যান্ত্রিক শক্তি

বস্তুকণাটির যান্ত্রিক শক্তি স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল। যে কোনও অবস্থানে বস্তুকণার স্থিতিশক্তি প্রত্যানয়ক বলের বিরুদ্ধে সেটিকে সাম্যবিন্দু থেকে সেই অবস্থানে আনতে যে কার্য করা হয় তার সমান। এই কার্যের পরিমাণ

.......1.7

অপর পক্ষে, গতিশক্তির পরিমাণ $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\sin^2(\omega t + \theta)$

=

$=$ $\qquad\qquad$ $= \frac{1}{2}k\left(a^2 - x^2\right)$ 1.8

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, E = U + K

$=$

$= \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$ $\quad =$ 1.9

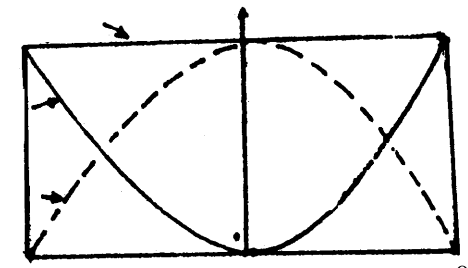
লক্ষণীয় যে, মোট যান্ত্রিক শক্তি x বা t এর ওপর নির্ভরশীল নয়, যা যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূচিত করে। চিত্র 1.3 (a) তে x এর সঙ্গে স্থিতি শক্তি, গতিশক্তি ও মোট যান্ত্রিক শক্তির পরিবর্তন দেখানো হল। দোলনের একটি পূর্ণ পর্যায়ে x এর মান যেমন + a ও –a এর মধ্যে চলাফেরা করে, তেমনই যান্ত্রিক শক্তি সম্পূর্ণরূপে গতিশক্তি থেকে সম্পূর্ণরূপে স্থিতিশক্তি এই দুই চরম অবস্থার মধ্যে আন্দোলিত হয়। 1.3 (b) চিত্রে এই পরিবর্তনটি চিত্রায়িত হয়েছে। 1.3(a) ও (b) চিত্র দুইটি লক্ষ্য করলে বোঝা যাবে যে, x = 0 অর্থাৎ, সাম্য বিন্দুতে স্থিতি শক্তি শূন্য ও সর্বনিম্ন। অপরপক্ষে, গতিশক্তি এই বিন্দুতে সর্বাধিক এবং এর সমান। যখন অর্থাৎ, গতির দুই প্রান্ত বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য, কিন্তু স্থিতিশক্তি সর্বাধিক ও এর সমান। যখন ,

তখন

$$U = \frac{1}{2}K\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{4}ka^2$$

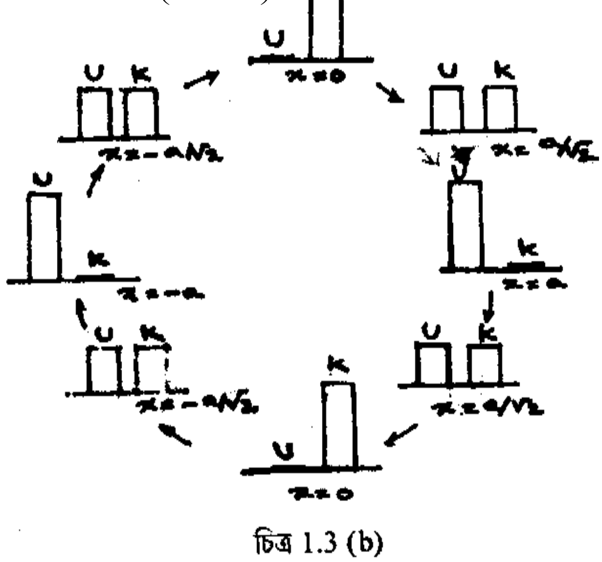
এবং

অর্থাৎ, স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সমমান।



চিত্র 1.3 (a)

সরণের সঙ্গে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির পরিবর্তন



চিত্র 1.3 (b)

যান্ত্রিক শক্তির আন্দোলন

স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সময় সাপেক্ষ গড় মান (time average)

সরল দোলগতির সঙ্গে সম্পর্কিত কোনও ভৌত রাশির (z) সময় সাপেক্ষ গড় মান নির্ণয় করতে আমরা এই সংজ্ঞাটি ব্যবহার করব :

গড়

এখানে সমাকলনগুলি একটি সম্পূর্ণ পর্যায়ের উপর নেওয়া হয়েছে।

এই সূত্র অনুযায়ী 1.4 সমীকরণ ব্যবহার করে স্থৈতিক শক্তির গড় মান

$$\overline{U} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}kx^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t+\theta)\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\cdot\frac{1}{2}ka^2.\frac{T}{2} = \frac{1}{4}ka^2 \qquad \text{................ 1.10}$$

এবং গতিশক্তির গড় মান $\overline{K} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}k\left(a^2-x^2\right)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}ka^2\sin^2(\omega t+\theta)\,dt$

$$= \frac{1}{T}\cdot\frac{1}{2}ka^2.\frac{T}{2} = \frac{1}{4}ka^2$$

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, উভয় গড় মানই সমান এবং মোট শক্তির অর্ধেক।

নিচের অনুশীলনটি আপনাকে গড় মানের বিষয়টি বুঝতে সাহায্য করবে।

স্থিতিশক্তি এবং গতি শক্তির রাশি দুইটি কাজে লাগিয়ে সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ সহজেই প্রতিষ্ঠা করা সম্ভব।

মোট শক্তি $E = \frac{1}{2}m(\dot{x})^2 + \frac{1}{2}kx^2$

যেহেতু মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। অতএব $dE/dt = 0$ উপরোক্ত সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়। $Z = z(t) = \int_0^T z dt \int_0^T dt = \frac{1}{T}\int_0^T z dt$

$$dE/dt = 0 = \frac{1}{2}m.2\frac{d^2x}{dt^2}\frac{dx}{dt} + \frac{1}{2}.2k\frac{dx}{dt}.x$$

অথবা, $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

অনুশীলন : 2 স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির দূরত্ব সাপেক্ষ গড় মান নির্ণয় করুন।

(ইঙ্গিত : x রাশির সাপেক্ষে z অপেক্ষকের গড় মান

1.4 সরল দোলগতি সম্পন্ন বস্তুতন্ত্রের উদাহরণ

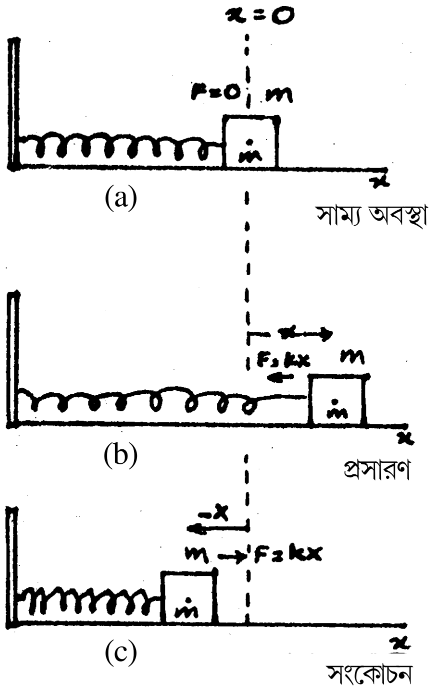
আপনারা গাণিতিক দিক থেকে সরল দোলগতি সম্বন্ধে অনেকটাই জেনেছেন। এবার আমরা সরল দোলগতি অনুসরণ করে এমন কয়েকটি তন্ত্র সম্বন্ধে আলোচনা করব।

1.4.1 স্প্রিংভর

আপনি সাইকেলের সিটের তলায়, সোফার আসনের নিচে, ডট্ পেনের মধ্যে নানা আকারের প্যাঁচানো স্প্রিং দেখেছেন। এই স্প্রিংগুলির একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য থাকে। বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে প্রসারিত বা

সংনমিত করলে এগুলির যে দৈর্ঘ্য প্রসারণ বা সংকোচন ঘটে, তা প্রযুক্ত বলের সমানুপাতী। একক প্রসারণ বা সংকোচনের জন্য প্রয়োজনীয় বলকে স্প্রিং ধ্রবক (spring constant) বলে। 1.4 (a) (b) ও (c) চিত্রে একটি স্প্রিং -ভর ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। এখানে স্প্রিংটি অনুভূমিক ও তার একদিক আবদ্ধ। অন্যদিকে m ভরের একটি বস্তু সংযুক্ত আছে যা সম্পূর্ণ মসৃণ তলে অনুভূমিকভাবে স্প্রিং -এর দৈর্ঘ্যের দিক বা x দিকে চলাচল করতে পারে। বস্তুটির সাম্য বিন্দুর স্থানাঙ্ক আমরা x = 0 বলে ধরব। অবশ্য এক্ষেত্রে আমরা বস্তুটিকে তার ভরকেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত বস্তুকণা হিসাবে ধরে নিয়েছি। স্প্রিংটিকেও আমরা ভরহীন বলে মনে করব।

চিত্র 1.4 (a) তে বস্তুটি সাম্যবিন্দুতে অবস্থান করছে। এখন স্প্রিংটিকে x পরিমাণে প্রসারিত করে বস্তুটিকে যদি (b) চিত্রে প্রদর্শিত অবস্থানে আনা যায়, তবে তার ওপর স্প্রিং -এর প্রসারণের ফলে যে প্রত্যানয়ক বল কাজ করবে, তার মান Kx(K= স্প্রিং ধ্রবক)। অনুরুপভাবে, স্প্রিংটি x পরিমাণে সংনমিত হলেও Kx প্রত্যানয়ক বল বস্তুটিকে সাম্যাবস্থায় ফেরাতে কাজ করবে। এক্ষেত্রে স্প্রিং -ধ্রুবক



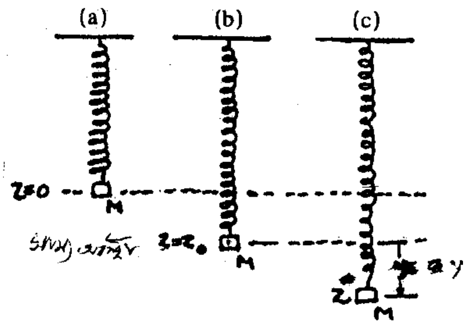
চিত্র 1.4

স্প্রিং-ভর ব্যবস্থা

K 1.1 সমীকরণের k সমানুপাত ধ্রবকের স্থান গ্রহণ করে। গতির অবকল সমীকরণটি এক্ষেত্রে $\ddot{x} = -\frac{K}{m}x$ এবং বস্তুটি $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$ কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে চলাচল করতে থাকবে।

1.4.2 স্প্রিং দ্বারা আলম্বিত ভর

পূর্বের (ক) উদাহরণের আমরা যে স্প্রিংটির সম্বন্ধে আলোচনা করেছি, ধরা যাক সেটি উল্লম্বভাবে আলম্বিত আছে এবং ভরটি তার নিম্নপ্রান্তে আবদ্ধ আছে (চিত্র 1.5)। ভরটির কোনও ওজন না থাকলে সেটির অবস্থান যে বিন্দুতে হত তার নির্দেশাংক z=0 ধরা যাক (চিত্র a)। এখানে z দূরত্ব উল্লম্বভাবে নিচের দিকে মাপা হবে। ভরের Mg ওজনের ফলে সেটির সাম্যবস্থার নির্দেশাংক হবে $z = z_0$ (চিত্র b)। যেহেতু ওজন Mg স্প্রিং এর z0 প্রসারণ ঘটায়, অতএব $Mg = Kz_0$। এখন ভরটির অবস্থান যদি z নির্দেশাংকে (চিত্র c) হয় তবে সেটির গতির অবকল সমীকরণ হবে



চিত্র 1.5

স্প্রিং-আলম্বিত ভর

অথবা, যেহেতু

যদি সাম্য অবস্থা থেকে $y = z - z_0$ পরিমানে স্প্রিংটি টেনে ছেড়ে দেওয়া হয় তবে সমীকরণটি হবে

অর্থাৎ, এখানে y রাশিটাই সরল দোলগতির সমীকরণ পালন করে। এই সমীকরণের সমাধান পূর্বের মত :

, যেখানে $\omega^2 = \frac{K}{m}$ এবং অনির্দিষ্ট ধ্রুবক। যেহেতু $y = z - z_0$, z নির্দেশাংকটি এখন এইভাবে প্রকাশ করা যায়:

.......1.11

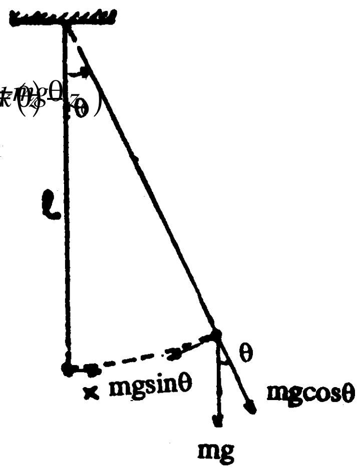
অর্থাৎ, z নির্দেশাংকটি z_0 কে মধ্যে রেখে $2\pi\sqrt{\frac{K}{M}}$ কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে পরিবর্তিত হতে থাকবে।

1.4.3 সরল দোলক (simple pendulum)

আদর্শ সরল দোলক বলতে ভর হীন অপ্রসার্য সূতার দ্বারা আলম্বিত একটি বিন্দুভর পিণ্ড(bob) বোঝায়। দোলনের সময় সূতাটি একটি উল্লম্বতলে আবদ্ধ থাকে। পিণ্ডটি একটি বৃত্তচাপ বরাবর চলাচল করলেও, দোলনের কৌণিক বিস্তার θ_m যদি অল্প হয়, তবে পিণ্ডটি মোটামুটিভাবে অনুভূমিক সরলরেখায় x অক্ষ বরাবর চলনশীল বলে ধরা যায়। পিণ্ডের ভর m এবং দোলকের সূতার কৌণিক সরণ যদি θ (চিত্র 1.6) হয়, তবে ওজন mg এর চলন পথের স্পর্শক বরাবর উপাংশ $mg \sin\theta$ প্রত্যানয়ক বল হিসাবে কাজ করে। সূতার দৈর্ঘ্য যদি l হয়, তবে পিণ্ডের অনুভূমিক x অক্ষ বরাবর সরণ । l দৈর্ঘ্যকে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য বলা হয়। এখন আমরা পিণ্ডটির গতির অবকল সমীকরণ লিখতে পারি:

(যদি θ যথেষ্ট অল্পমানের হয়)

অর্থাৎ 1.12



চিত্র 1.6
সরল দোলক

1.1 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করলে দেখা যাবে, এই সমীকরণটি সেটির অনুরূপ। এর সমাধানও 1.4 সমীকরণের অনুরূপ হবে :

যেখানে $\omega = \sqrt{\frac{8}{l}}$

দোলকটির দোলনকাল 1.13

আপনি হয়ত লক্ষ্য করেছেন যে, স্প্রিং-ভরের ক্ষেত্রে দোলন কাল বা কম্পাঙ্ক ভরের ওপর নির্ভরশীল হলেও সরল দোলকের ক্ষেত্রে সেগুলি পিণ্ডের ভরের ওপর নির্ভর করে না। এর কারণ, দোলকের ক্ষেত্রে

প্রত্যানয়ক বলটি ওজন থেকেই উদ্ভূত হয়, যা ভরের সমানুপাতিক অন্যদিকে। স্প্রিং এর ক্ষেত্রে প্রত্যানয়ক বলটি স্প্রিং এর আকার, আকৃতি ও উপাদানের ওপর নির্ভরশীল, ভরের ওপর নয়।

সরল দোলকের গতিকে কেবল তখনই সরল দোলগতি বলা যায়, যখন অঙ্গীকারটি সত্য হয়। এর টেলর শ্রেণী প্রসারণ (Taylor series expansion) থেকে পাওয়া যায় :

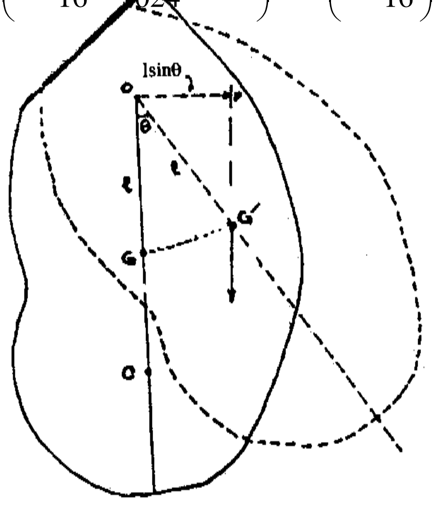
θ এর মান যখন 0.245 রেডিয়ান বা 14º, তখন θ ও $\sin\theta$ এর পার্থক্য প্রায় 1% হয়। সুতরাং, দোলকের কৌণিক বিস্তারের এই মান পর্যন্ত অঙ্গীকারটি মেনে নেওয়া যায়। বিশদ গণনায় দেখা যায় যে, সরল দোলকের দোলন কাল T কৌণিক বিস্তার θm (রেডিয়ান) এর ওপর এইভাবে নির্ভর করে :

যখন রেডিয়ান বা 7.25º, তখন বন্ধনীভুক্ত রাশিটির মান 1.001 অর্থাৎ, দোলকের কৌণিক বিস্তার যদি 7.25º এর মধ্যে থাকে, তবে দোলনকাল T_0 থেকে 0.1 শতাংশের চেয়ে ভিন্ন হয় না।

1.4.4 জটিল দোলক (compound pendulum)

যে কোনও দৃঢ় বস্তু সেটির সঙ্গে আবদ্ধ একটি অনুভূমিক অক্ষের উপর দোলনে সক্ষম হলে, তাকে জটিল দোলক বলা যায়। সরল দোলকের ক্ষেত্রে যেমন পিন্ডটিকে বিন্দু ভর হিসাবে ধরে নেওয়া প্রয়োজন হয় যৌগিক দোলকের ক্ষেত্রে তেমন কোনও শর্ত আরোপ করতে হয় না। 1.7 চিত্রে একটি জটিল দোলক দেখানো হয়েছে। এখানে 0 আলম্বন বিন্দু, দোলনের অনুভূমিক অক্ষ যার মধ্য দিয়ে গিয়েছে, G ও G' যথাক্রমে সাম্যবস্থা ও বিচ্যুত অবস্থায় দোলকের ভারকেন্দ্র। θ কোণটি দোলকের কৌণিক বিচ্যুতি। ধরা যাক, দোলকের ভর m এবং দৈর্ঘ্য OG = OG' =1। বিচ্যুত অবস্থায় দোলকের ভারকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে ক্রিয়াশীল ওজন mg দোলকটির উপর একটি প্রত্যানয়ক বলযুগ্মের (torque) সৃষ্টি করে, যার ভ্রামক (বল mg ও 0 বিন্দু থেকে ক্রিয়ারেখার দূরত্ব OP এর গুণফল)। এখন O বিন্দুর সাপেক্ষে দোলকের জড়তাভ্রামক যদি I হয়, তবে এটির কৌণিক গতির অবকল সমীকরণ হবে

$$mgl\sin\theta \qquad \sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{6} + \frac{\theta^5}{120} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{\theta_m^2}{16}+\frac{9\theta_m^4}{1024}+\dots\dots\right) \approx T_0\left(1+\frac{\theta_m^2}{16}\right)$$



চিত্র 1.7 জটিল দোলক

........1.14

জড়তা ভ্রামকের সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুযায়ী, দোলকের ভরকেন্দ্রের মধ্যে দিয়ে যাওয়া আলম্বন অক্ষের উপর যদি দোলকের জড়তাভ্রামক I_0 এবং ঘূর্ণন -ব্যাসার্ধ (radius of gyration) k হয় তবে,

$$I = I_0 + ml^2 = m(k^2+l^2)$$

দোলনের বিস্তার যথেষ্ট অল্প এবং ধরে নিয়ে, 1.14 সমীকরণ থেকে

$$\left(L = l + \frac{k^2}{l}\right) \qquad ......1.15$$

1.12 সমীকরণের সঙ্গে এই সমীকরণের তুলনা করলে দেখা যাবে যে, দুইটি সমীকরণ অনুরূপ। এখানে L দৈর্ঘ্যকে সমতুল্য সরল দোলকের (equivalent simple pendulum) দৈর্ঘ্য বলা হয়। OG সরলরেখাকে যদি C পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়, যাতে OC =L হয়, তবে C বিন্দুকে দোলন-কেন্দ্র (centre of oscillation) বলা হয়। ভারকেন্দ্র থেকে দোলন কেন্দ্রের দূরত্ব ।

1.15 সমীকরণ থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, এক্ষেত্রে θ কোণটি সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হবে এবং তার পর্যায়কাল হবে । কিন্তু সরল দোলকের থেকে জটিল দোলকের একটি মৌলিক প্রভেদ আছে। জটিল দোলককে আপনি বিভিন্ন বিন্দুতে আলম্বিত করতে পারেন এবং l এর মান তার ফলে পরিবর্তিত করতে পারেন। এখন এই দুই সীমাতেই $L \to \infty, T \to \infty$। l এর যে মানের জন্য সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য ও পর্যায়কালের মান সর্বনিম্ন, তা নির্ণয় করা যাক।

L যখন সর্বনিম্ন, তখন $\frac{dL}{dl} = 0$ অর্থাৎ

$$\frac{d}{dl}\left(l + \frac{k^2}{l}\right) = 0 \text{ বা } l - \frac{k^2}{l^2} = 0\text{, অথবা, } l = \pm k$$

অর্থাৎ, আলম্বন বিন্দু যখন ভারকেন্দ্রের দুই পাশে k দূরত্বে থাকে, তখনই সমতূল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য এবং যৌগিক দোলকের দোলনকাল সর্মনিম্ন হয়। এই অবস্থায় সরল দোলকের দৈর্ঘ্য L =2k ......1.16 (a)

এবং দোলনকাল ....1.16(b)

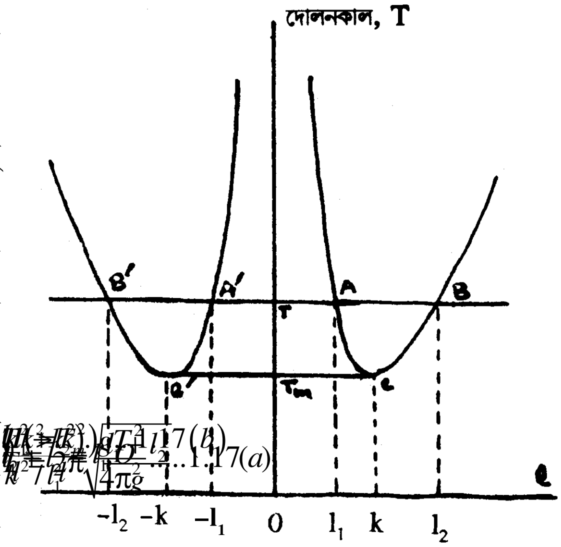
Tm এর চেয়ে দীর্ঘতর কোনও দোলনকালের জন্য দোলকের দৈর্ঘ্য l কত হওয়া প্রয়োজন তা দেখা যাক।

T এর রাশিমালা থেকে আমরা পাই $L = l + \frac{k^2}{l} = \frac{gT^2}{4\pi^2}$, অর্থাৎ .l+k² = 0 এটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। এর মূল দুটি আপনি সহজেই নির্ণয় করতে পারবেন। এগুলিকে যদি l_1 ও l_2 বলা যায়, তবে দ্বিঘাত সমীকরণের ধর্ম থেকে

এবং

অর্থাৎ l এর একটি মান যদি হয়, তবে অন্যটি হবে । আমরা আগেই দেখেছি, ভারকেন্দ্র থেকে দোলন কেন্দ্রের দূরত্ব । সুতরাং আলম্বন বিন্দু O এর পরিবর্তে দোলন কেন্দ্র C -কে আলম্বন বিন্দু হিসাবে ব্যবহার করলে দোলনকাল একই থাকবে। এবং সেক্ষেত্রে, যেহেতু বিন্দুটিই হবে দোলন কেন্দ্র। (l_1+l_2) দৈর্ঘ্য বা L সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সমান।

1.8 চিত্রে একটি জটিল দোলকের আলম্বন বিন্দু থেকে ভারকেন্দ্রের দূরত্ব l-এর সঙ্গে দোলনকাল T এর লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। এখানে অনুভূমিক অক্ষের শূন্যটি ভারকেন্দ্রের অবস্থান সূচিত করে। দোলনকাল যখন , তখন দোলকের দুইটি দৈর্ঘ্য l_1 ও l_2 সম্ভব। ভারকেন্দ্রের বিপরীত দিকেও অনুরূপ দুইটি আলম্বন বিন্দু পাওয়া যাবে এবং তার ফলে লেখচিত্রটির একটি শাখা l এর নেগেটিভ মানেও পাওয়া যাবে। শাখা দুইটি পরস্পরের প্রতিবিম্ব স্বরূপ হবে। লেখচিত্রটিতে PA ও PA' এর দৈর্ঘ্য l_1, এবং PB ও PB' এর দৈর্ঘ্য l_2। A'B অথবা AB' দৈর্ঘ্য এর সমান এবং যেহেতু 1.17 (a) সমীকরণ অনুযায়ী , এই দৈর্ঘ্য দুটিই L বা সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য সূচিত করে। দোলনকাল যখন সর্বনিম্ন, অর্থাৎ T_m হয়, তখন l_1 ও l_2 উভয়েই ‘k’ এর সমান হয় এবং দৈর্ঘ্য CC'(=2k)ই হয় সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য।

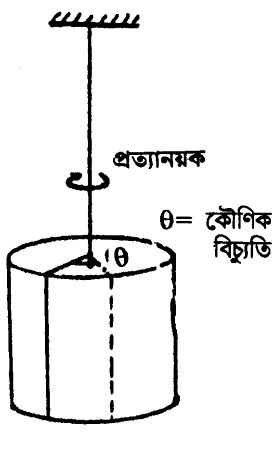


চিত্র 1.8
l-t লেখচিত্র

1.4.5 ব্যাবর্ত দোলক (torsional pendulum)

যদি একটি সরু লম্বা তারের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ করে উল্লম্বভাবে সেটিকে ঝোলানো যায় এবং তার নিম্নপ্রান্তে একটি ভারি চাকতি, গোলক বা বেলন এমনভাবে আবদ্ধ করা যায় যেন ঐ বস্তুটির ভারকেন্দ্র তারটির সরলরেখায় থাকে, তবে ঐ ব্যবস্থাটিকে একটি ব্যাবর্ত দোলক বলা যায়। 1.9 চিত্রে একটি তার ও বেলন

দ্বারা গঠিত ব্যাবর্ত দোলক দেখানো হয়েছে। বেলনটি উল্লম্ব অক্ষের উপর ঘুরতে পারে। সেটির কৌণিক বিচ্যুতির সঙ্গে সঙ্গে তারটির ব্যাবর্তন ঘটে এবং মোচড়ানো তারটি পূর্বাবস্থায় ফেরার জন্য বেলনটির উপর কৌণিক বিচ্যুতির বিপরীত দিকে বিচ্যুতি কোণের সমানুপাতী একটি টর্ক বা বলযুগ্ম প্রয়োগ করে। এই টর্কটিই বেলনের উপর প্রত্যানয়ক টর্ক হিসাবে কাজ করে।



চিত্র : 1.9

ধরা যাক, সাম্যাবস্থা থেকে বেলনটির θ কৌণিক বিচ্যুতি ঘটেছে। তারটি যে প্রত্যানয়ক টর্ক সৃষ্টি করবে তার পরিমাণ, ধরা যাক Tθ। T একটি সমানুপাত ধ্রবক যা তারের দৈর্ঘ্য, ব্যাসার্ধ ও উপাদানের স্থিতিস্থাপক ধর্মের ওপর নির্ভর করে। এই ধ্রবককে ব্যাবর্তন ধ্রবক (torsinal constant) বলা হয়। তখন বেলনের কৌণিক গতির অবকল সমীকরণ হবে

$$I\ddot{\theta} = -T\theta$$

যেখানে I ঘূর্ণনাক্ষের উপর বেলনের জড়তা -ভ্রামক।

এখন (যেখানে $\omega^2 = \frac{\tau}{I}$) 1.18

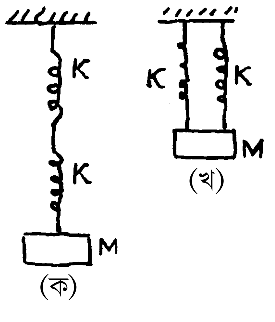
এই সমীকরণটি 1.1 সমীকরণের অনুরূপ। এর থেকে বোঝা যায় যে, কোনটি সরল দোলগতিতে

আন্দোলিত হবে এবং এর দোলন কাল হবে $\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\tau}}$ 1.19

সরল দোলকের সঙ্গে ব্যাবর্ত দোলকের একটি মৌলিক পার্থক্য কি আপনি লক্ষ্য করেছেন? সরল দোলকের বা যৌগিক দোলকের ক্ষেত্রে $\theta \approx \sin\theta$ এই সম্পর্কটি ধরে নিতে হয়েছিল। কিন্তু ব্যাবর্ত দোলকের ক্ষেত্রে এরূপ কোনও অঙ্গীকারের প্রয়োজন হয়নি। অর্থাৎ, ব্যাবর্ত দোলকের গতি θ কোণের যে কোনও মানের জন্যই সরল দোলগতি। অবশ্য এক্ষেত্রে θ কোণটিকে এমন হতে হবে যাতে তারের মোচড় স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে থাকে।

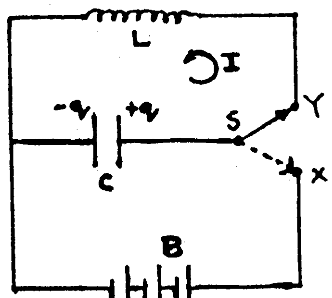
এবার দুইটি অনুশীলনীর সাহায্যে কতটা শিখলেন তা পরখ করে নিন।

অনুশীলনী - 3 : একটি ভর M ক ও খ চিত্রে যেমন দেখানো আছে সেইভাবে দুইটি অনুরূপ স্প্রিং দ্বারা ঝোলানো আছে। দুই ক্ষেত্রে উপর-নিচে দোলনের কম্পাঙ্ক কত হবে? (স্প্রিং ধ্রবক =k)



অনুশীলনী - 4 : একটি তারের ব্যাবর্তন ঘটাতে 0.1 Nm/rad টর্ক প্রয়োজন হয়। তারের উপর প্রান্ত আবদ্ধ রেখে নিচের প্রান্ত একটি 0.5 kg ওজনের 50cm লম্বা অনুভূমিক দণ্ডের মধ্যবিন্দুতে লাগানো হল। তার ও দণ্ডের ব্যাবর্ত দোলনের পর্যায়কাল কত? (M ভর ও 2l দৈর্ঘ্যের দণ্ডের ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে আড়াআড়ি অক্ষের উপর জড়তা -ভ্রামক

1.4.6 বৈদ্যুতিক আবেশ-ধারক বর্তনী (electric inductance-capacitance circuit)



চিত্র 1.10
আবেশ ধারক বর্তনী

এ পর্যন্ত আমরা কয়েকটি যান্ত্রিক বস্তুতন্ত্রের সরল দোলগতির সম্বন্ধে আলোচনা করলাম। এবার আমরা এমন একটি উদাহরণ বিবেচনা করব যেখানে কোনও যান্ত্রিক গতি না থাকলেও তড়িৎ আধান ও তড়িৎ প্রবাহ সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়।

1.10 চিত্রে বৈদ্যুতিক আবেশ L, ধারক C ও ব্যাটারি B দেখানো হয়েছে। S সুইচের মেরুটি X বিন্দুতে যুক্ত করলে ধারকটি আহিত হয়। এই অবস্থায় সুইচের মেরু Y বিন্দুতে যুক্ত করলে L-C বর্তনীটি সম্পূর্ণ হয় এবং ধারকের আধান আবেশের মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি করে। ধরা যাক, ধারকের আধান q (প্রাথমিক অবস্থায় q_0) এবং L-C বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ I, এই তড়িৎ প্রবাহ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তনশীল এবং এর ফলে আবেশের উপর যে বিভব পতন ঘটে তার পরিমাণ

আবার ধারকের উপর বিভব পতন $$\frac{d^2q}{dt^2}\ \frac{q}{C}\ \frac{1}{L}\frac{dI}{dt}\ \omega^2 q = 0$$

যেহেতু বর্তনীতে কোনও বিভব -উৎস নেই, বর্তনীতে কার্যকরী তড়িৎচালক বল (net c.m.f.) হবে।

যেহেতু ধারক থেকে আধানের প্রবাহই তড়িৎ প্রবাহ সৃষ্টি করে, $I = \frac{dq}{dt}$ । এই সম্পর্ক ব্যবহার করে উপরের সমীকরণটিকে সাজিয়ে লেখা যায় :

(যেখানে) 1.19

এটি 1.1 সমীকরণের অনুরূপ এবং এর সমাধানও 1.4 এর অনুরূপ অর্থাৎ

q = q0 cos(ωt + θ) অথবা q = q_0 cos(ωt) যদি আদি দশা θ = 0 হয়। অবশ্য যদি $t = 0$ সময়ে S সুইচের মেরু Y - তে যোগ করা হয় তবে ঐ মুহূর্তেই q এর মান সর্বোচ্চ হবে এবং সমাধানটি লেখা যাবে এই ভাবে:

$q = q_0$ ....1.20(a)

স্পষ্টতই q আধান সরল দোল গতি অনুসরণ করে। এই দোলগতির কম্পাঙ্ক ও

পর্যায়কাল $2\pi\sqrt{LC}$ আবার তড়িৎ প্রবাহ $I = \frac{dq}{dt} = -q_0\omega \sin\omega t = q_0\omega\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ ....1.20 (b)

অর্থাৎ তড়িৎ প্রবাহও বিস্তারে সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয় এবং এটির দশা ধারকে তড়িৎ

আধানের, তুলনায় কোণে এগিয়ে থাকে।

1.3 অংশে আপনি যান্ত্রিক সরল দোলগতির ক্ষেত্রে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির আন্দোলনের বিষয়ে জেনেছেন। আপনার মনে হতে পারে, বৈদ্যুতিক আবেশ-ধারক বর্তনীর ক্ষেত্রে শক্তির অনুরূপ আন্দোলন ঘটে কি না। আপনি হয়ত জেনে থাকবেন যে, আহিত অবস্থায় ধারকের শক্তি এবং তড়িৎ প্রবাহ চলাকালীন বৈদ্যুতিক আবেশে সঞ্চিত শক্তি । 1.20 সমীকরণ অনুযায়ী এবং 1.21 সমীকরণ অনুযায়ী অর্থাৎ মোট শক্তি

এক্ষেত্রে ধারকের শক্তি স্থিতিশক্তির মত (সমীকরণ 1.7) এবং আবেশের শক্তি গতিশক্তির মত (সমীকরণ

[illegible] $\sin^2\omega t = \frac{q_0^2}{2C}\sin^2\omega t$

1.8) আচরণ করে। ধারকের আধান q যখন সর্বাধিক, তখন [illegible] এবং । অপর পক্ষে, যখন $q = 0,$ তখন $E_L = \frac{q_0^2}{2C}$ এবং । এই বর্তনীতে কোনও রোধ না থাকায় তড়িৎ প্রবাহের জন্য শক্তি ক্ষয় হয় না এবং মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে।

একটি সাধারণ সংরক্ষণ সূত্র :

1.3 এবং 1.4.6 অংশে যথাক্রমে যান্ত্রিক শক্তি ও বৈদ্যুতিক শক্তির সংরক্ষণ পৃথকভাবে দেখানো হয়েছে। সহজেই দেখানো যায় যে, সাধারণভাবে যে কোনও সরল দোলগতিতেই একটি অনুরূপ সংরক্ষণ সূত্র থাকবে। দোলগতিসম্পন্ন রাশিটিকে y দিয়ে নির্দেশ করে আমরা লিখতে পারি

$$\ddot{y} = -\omega^2 y$$

উপরের সমীকরণটিকে দিয়ে গুণ করে পাওয়া যায়

$$\ddot{y}\dot{y} = -\omega^2 y\dot{y}$$

অথবা, $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{y}^2\right) = -\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\omega^2 y^2\right)$ অথবা, $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{y}^2 + \frac{1}{2}\omega^2 y^2\right) = 0$

এটিকে সমাকলন করলে আপনি পাবেন

$$\frac{1}{2}\dot{y}^2 + \frac{1}{2}\omega^2 y^2 = \text{ ধ্রবক।} \qquad \text{........ 1.21}$$

এই সমীকরণটিকে আপনি নিশ্চয়ই একটি সংরক্ষণ সূত্র হিসাবে চিনতে পারবেন। অবশ্য y রাশিটি এমন হতে পারে যে, সমীকরণের রাশিগুলিকে শক্তি হিসাবে চিহ্নিত করা যাবে না। উল্লেখ করা যেতে পারে যে, অনেক সময় 1.21 সমীকরণটিকে সরল দোলগতির বিশিষ্ট সমীকরণ বলে মনে করা হয়।

নিচের অনুশীলনটি আপনাকে আলোচিত বিষয়টি বুঝতে সাহায্য করবে।

অনুশীলনী-5 : একটি $32\mu F$ ধারককে 6V ব্যাটারির সাহায্যে আহিত করে 500mH আবেশের মধ্য দিয়ে ক্ষরিত (discharged) করা হল। আধানের দোলগতির পর্যায়কাল ও তড়িৎপ্রবাহের সর্ব্বোচ্চ মান কত হবে?

1.4.7 স্প্রিং দ্বারা যুক্ত ভরযুগ্ম

1.4.1 অংশে আপনি যে উদাহরণটি দেখেছেন সেটিতে স্প্রিং -এর এক দিক আবদ্ধ ও অন্য দিক একটি ভরের সঙ্গে যুক্ত ছিল। এখন আমরা দেখব, যদি স্প্রিংটির দুই প্রান্তই এক একটি ভরের সঙ্গে যুক্ত থাকে, তবে সেটির সংকোচন ও প্রসারণ কীভাবে হবে।

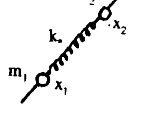
ধরা যাক, k স্প্রিং ধ্রবকের স্প্রিংটির দুই প্রান্তে m_1 ও m_2 ভর যুক্ত আছে। আমরা m_1 ও m_2 ভরের ভরকেন্দ্র দুটির মধ্যদিয়ে x অক্ষ কল্পনা করব। ভরকেন্দ্রদুটির নির্দেশাংক যথাক্রমে x_1 ও x_2 ধরা যা। $\frac{d^2}{dt^2}(x_2-x_1) = -k\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)y$ স্প্রিং -এর স্বাভাবিক দৈর্ঘ্য যদি l_0 হয়, তবে যে কোনও মুহূর্তে স্প্রিং -এর দৈর্ঘ্য যেহেতু x_2-x_1, স্প্রিং -এর প্রসারণ $y= (x_2-x_1) -l_0$ প্রসারিত স্প্রিংটি m_1 এর উপর x দিকে এবং m_2 এর উপর তার বিপরীত অর্থাৎ -x দিকে ky পরিমাণ বল প্রয়োগ করবে। এখন আমরা m_1 ও m_2 ভরের গতি সমীকরণগুলি লিখতে পারি:

বা, ...1.22(a)

এবং বা, ...1.22(b)

সমীকরণ 1.22 (a) থেকে 1.22 (b) বিয়োগ করে

......1.23



চিত্র 1.11 স্প্রিং যুক্ত ভর যুগ্ম

ধরা যাক, $\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{\mu}$ । μ রাশিটিকে m_1 ও m_2 ভরযুগ্মের সমানীত ভর (reduced mass)বলা হয়।

এছাড়া 1.23 সমীকরণের বামদিকের রাশিটি এর সমান। সুতরাং, এই সমীকরণটির সরলীকৃত রূপ :

.............1.24

যেটি y রাশির সরল দোলগতি সূচিত করে। অর্থাৎ $(x_2 - x_1)$ রাশি, যেটি m_1 ও n_2 এর পারস্পরিক দূরত্ব, সেটি মানের উপর নীচে কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হয়।

আপনি হয়ত 1.4.1 অংশে আলোচিত স্প্রিং -ভর ব্যবস্থার সঙ্গে এই স্প্রিং যুক্ত ভরযুগ্মের তুলনা করতে চাইবেন। লক্ষ্য করুন, যদি হয়, তবে লেখা যায় । এই ব্যবস্থা স্প্রিং এর m_1 প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ থাকার সমতুল্য এবং এক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক হবে , যা স্প্রিং ভর ব্যবস্থারই অনুরূপ।

প্রকৃতিতে বিভিন্ন দ্বি-পরমাণুকে অণু স্প্রিং যুক্ত ভরযুগ্মের মত আচরণ করে। উদাহরণ হিসাবে CO (কার্বন মনোক্সাইড) অণুটি নেওয়া যাক। ^{12}C ও পরমাণুর ভর যথাক্রমে kg ও । CO অণুর সমানীত ভর

N/

m এই ধ্রুবকটিকে 'বল ধ্রুবক' (force constant) বলা হয়। এই তথ্য থেকে CO অণুর কম্পাঙ্ক পাওয়া যায় বা $204\times10^{13}H_z$

পরবর্তী অনুশীলনীতে এ ধরনের আর একটি উদাহরণ দেখতে পাবেন।

অনুশীলনী - 6 : হাইড্রোক্লোরিক অ্যাসিড (HCl) অণুর কম্পাঙ্ক 8.57×10^{13}Hz। অণুটির হাইড্রোজেন ও ক্লোরিন পরমাণুর মধ্যস্থ বন্ধনীর স্প্রিং ধ্রবকের মান কত?

1.5 সরল দোলগতির গুরুত্ব ও ব্যাপকতা

প্রকৃতিতে অনেক গতিই সরল দোলগতির বৈশিষ্ট্য মেনে চলে। এটি কেন হয় তা আপনি সহজেই বুঝতে পারবেন। মনে করুন, একটি কণা x_0 স্থানাঙ্কে সাম্যাবস্থায় আছে। অর্থাৎ ঐ অবস্থানে কণাটির ওপর বলের মান শূন্য। এখন বল F-কে একটি টেলর শ্রেণী প্রসারণ করে লেখা যায় :

আমাদের শর্ত অনুযায়ী, $F(x_0)=0$। এছাড়া যদি $(x-x_0)$ এমন ক্ষুদ্র হয় যাতে তার উচ্চতর ঘাতগুলি উপেক্ষা করা চলে, তবে আমরা লিখতে পারি :

$$F(x)=\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=x_0}(x-x_0)$$

অর্থাৎ, বল F সরণের সমানুপাতী। এখন $\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=x_0}$ যদি ঋণাত্মক হয়, তাহলে গতিটি সরল দোলগতি হবে। এটাই সরল দোলগতির ব্যাপকতার কারণ।

অবশ্য $\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=x_0}$ যদি ধনাত্মক হয় তবে বলটি প্রত্যানয়ক হবে না, বরং তার প্রভাবে প্রসারণ বেগ বেড়ে

যাবে, শেষে $(x-x_0)$ -এর উচ্চতর ঘাতগুলি মোটেই উপেক্ষণীয় হবে না। আবার যদি শূন্য হয়, সেক্ষেত্রেও প্রত্যানয়ক বল থাকবে না। এই দুই ক্ষেত্রে গতি সরল দোলগতি হবে না। $(x-x_0)+\frac{1}{2}\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_{x=x_0}(x-x_0)^2+\ldots\ldots$

সরল দোলগতির গুরুত্বের আর একটি কারণ এই যে, কোনও পর্যাবৃত্ত গতি সীমিত বা অসীম সংখ্যক সরল দোলগতির মিশ্রণ হিসাবে প্রকাশ করা যায়। ধরুন, সরণ x সময় t এর একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক যার পর্যায়কাল T (কম্পাঙ্ক $v=\frac{1}{T}$), তাহলে

$=$ (n = পূর্ণ সংখ্যা)

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n\sin 2\pi nvt+B_n\cos 2\pi nvt\right)$$ [υ = কম্পাঙ্ক]

x -এর রাশিমালা থেকে সহজেই বুঝতে পারবেন যে, এটি অনেকগুলি সরল দোলগতির মিলিত ফল। কোন পর্যাবৃত্ত গতি বা অপেক্ষক এভাবে লিখলে, তার বিশ্লেষণ সহজ হয়।

1.6 সারাংশ

এই এককটিতে আমরা প্রথমেই সরল দোলগতির শর্তগুলির আলোচনা করেছি। এই গতি সরলরৈখিক এবং ঐ সরলরেখার উপর নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে ঐ বিন্দু থেকে দূরত্বের সমানুপাতী একটি প্রত্যানয়ক বল থেকে উদ্ভুত। সরল দোলগতির সাধারণ গতি সমীকরণ $\ddot{x} = -\omega^2 x$ এবং এর সাধারণ সমাধান । এই গতির কম্পাঙ্ক , দোলনকাল , বিস্তার a এবং দশা ।

তবে সাধারণভাবে যে কোনও রাশি x যদি অন্য কোনও রাশি y-এর সাপেক্ষে সাইন অপেক্ষক অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়, তাহলেই বলা হয় যে y -এর সাপেক্ষে x সরল দোলগতি অনুসরণ করে। অবশ্য প্রাথমিক দশা পরিবর্তন করে সাইনকে কোসাইন দিয়েও প্রকাশ করা যায়। x এবং y যে কোনও ভৌত বা গাণিতিক রাশি হতে পারে। মোটের উপর, যদি হয়, যেখানে a,k এবং α ধ্রবক, অর্থাৎ যদি $\frac{d^2x}{dy^2} = -k^2 x$ হয়, তাহলেই বলা যায় y-এর সাপেক্ষে x সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়।

সরল দোলগতিতে বস্তুতন্ত্রের যান্ত্রিক শক্তি পর্যায়ক্রমে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির মধ্যে আন্দোলিত হয়। তবে সময়ের সাপেক্ষে গড় গতিশক্তি ও গড় স্থিতিশক্তি উভয়ই মোট শক্তির অর্ধেকের সমান।

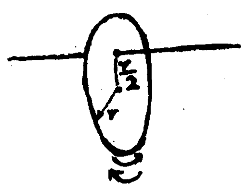
এই এককে সরল দোলগতির উদাহরণ হিসাবে বিভিন্ন বস্তুতন্ত্রের গতির বর্ণনা দেওয়া হয়েছে। এখানে বস্তুতন্ত্রগুলি ও তাদের গতির দোলন কালের তালিকা দেওয়া হলো।

বস্তুতন্ত্র	**দোলন কাল**
1. স্প্রিং -ভর (স্প্রিং-ধ্রবক = k, ভর = m)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
2. স্প্রিং দ্বারা আলম্বিত ভর (স্প্রিং -ধ্রবক = k, ভর = M)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$
3. সরল দোলক (দোলকের দৈর্ঘ্য = l, অভিকর্ষজ ত্বরণ = g)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
4. যৌগিক দোলক (সমতুল সরল দোলকের দৈর্ঘ্য = L, অভিকর্ষজ ত্বরণ = g)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
5. ব্যাবর্তন দোলক (I = জড়তা ভ্রামক, C = ব্যাবর্তন ধ্রবক)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\tau}}$
6. বৈদ্যুতিক আবেশ-ধারন বর্তনী (L = আবেশ, C = ধারকত্ব)	

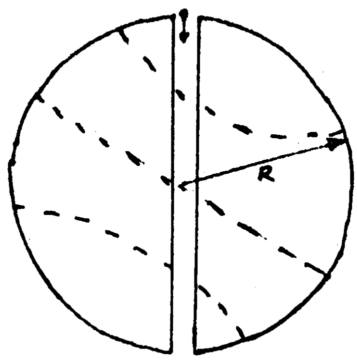
সরল দোলগতির গুরুত্ব ও এ ধরনের গতির ব্যাপকতার সংক্ষিপ্ত ব্যাখ্যা দিয়ে এককটির আলোচনা শেষ হয়েছে।

1.6 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একটি সরল দোলকের পিণ্ডের ভর 5 kg এবং সেটি 10m দীর্ঘ সরু তার দিয়ে ঝোলানো আছে। পিণ্ডটি সাম্যাবস্থা থেকে xm(x<<10) বিচ্যুত হলে সেটির উপর কি পরিমাণ প্রত্যানয়ক বল কাজ করে? ধরে নিন $g=10m/s^2$।

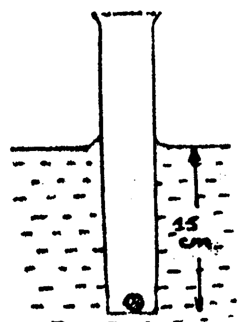


2. m ভর ও r ব্যাসার্ধের একটি চাকতি সেটির কেন্দ্র থেকে $\frac{r}{2}$ দূরত্বে সেটিকে লম্বভাবে ছেদ করে এমন একটি অক্ষের উপর দুলছে। চাকতিটির দোলনকাল ও দোলনকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় করুন।



3. পৃথিবীর একটি ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করে তার মধ্যে একটি গোলক ফেলা হল। দেখান যে, গোলকটি সরল দোলগতিতে ওঠানামা করবে এবং তার পর্যায়কাল হবে $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$, যেখানে R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও g ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ। ধরে নিন পৃথিবী একটি সমসত্ত্ব গোলক।

4। একটি বেলনাকৃতি টেস্ট টিউবের মধ্যে একটি ধাতব গোলক রেখে সেটিকে জলে উল্লম্বভাবে ভাসানো হল। দেখা গেল সেটির 15 cm দৈর্ঘ্য জলে নিমজ্জিত রয়েছে। এখন যদি টেস্ট টিউবটিকে উপর দিকে বা নিচের দিকে সামান্য বিচ্যুত করা যায় তবে সেটির উল্লম্ব দোলগতির পর্যায়কাল কত হবে? ধরে নিন জলের রোধ উপেক্ষণীয়।



5. সরল দোলগতিসম্পন্ন কোন বস্তু যখন সাম্যবিন্দু থেকে x_1 ও x_2 দূরত্বে থাকে তখন তার বেগ হয় যথাক্রমে v_1 ও v_2। দোলগতির কৌণিক কম্পাঙ্ক ও বিস্তার নির্ণয় করুন।

6. দুইটি অণুর পারস্পরিক স্থৈতিক শক্তি $V(r) = -V_0\left[2\left(\frac{r_0}{r}\right)^6 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{12}\right]$

এখানে r = অণু দুইটির মধ্যে ব্যবধান, V_0ও r_0 দুইটি ধ্রবক। অণুদ্বয় অল্প বিস্তারে কম্পিত হলে কম্পাঙ্ক কত হবে?

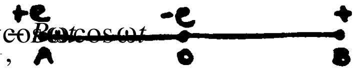
7. একটি দ্বি-পরমাণুক অণুর পরমাণুদ্বয়ের ব্যবধান যখন r, তখন স্থিতিশক্তি এখানে

K ও C দুইটি ধ্রুবক। প্রথম রাশিটি অর্থাৎ $-\frac{K}{r}$ পরমাণুদ্বয়ের মধ্যে আকর্ষণ ও দ্বিতীয় রাশি অর্থাৎ , বিকর্ষণ সূচিত করে। সাম্যাবস্থায় পরমাণু দুটির মধ্যে ব্যবধান r_0 হলে তাদের মধ্যে বল ধ্রুবকের রাশিটি নির্ণয় করুন। (বল ধ্রবক =অতিক্ষুদ্র বিচ্যুতির ফলে উদ্ভূত প্রত্যানয়ক বলের সঙ্গে বিচ্যুতির অনুপাত।)

8. A ও B বিন্দুতে দুইটি সমান আধান + e স্থিরভাবে অবস্থিত এবং মধ্যবিন্দু O তে আর একটি আধান -e মুক্ত অবস্থায় আছে। নিচের দুই অবস্থায় মুক্ত আধানটির স্থিতিশক্তি নির্ণয় করুন :

(i) -e আধানটি AB এর লম্ব -বরাবর সামান্য সরে আছে।

(ii) -e এর সরণ AB রেখার দৈর্ঘ্য বরাবর।



উভয় ক্ষেত্রেই সরণ অতি ক্ষুদ্র। এর মধ্যে কোনও ক্ষেত্রে -e আধানের গতি সরল দোলগতি হবে কি? যুক্তি দিয়ে বুঝিয়ে বলুন।

1.7 উত্তরমালা

অনুশীলনী

1.(ক)

যখন, t = 0, $x=x_0$ = B এবং

সুতরাং,

2. **স্থৈতিক শক্তির দূরত্ব সাপেক্ষ গড় মান**

(এখানে U এর প্রতিসাম্য হেতু x = 0 থেকে x = a সীমার জন্য গড় নির্ণয় করা হল)

$$=\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{2}k\frac{a^3}{3}$$

$$=\frac{1}{6}ka^2$$

গতিশক্তির ক্ষেত্রে অনুরূপভাবে

3. (ক) চিত্রের ক্ষেত্রে M ভরটির নিচের দিকে x বিচ্যুতি ঘটলে স্প্রিং দুটির প্রসারণ ধরা যাক x_1, x_2 । যেহেতু দুটি স্প্রিং এর টান F সমান হবে,

$F = kx_1 = kx_2$। অতএব, $x_1 = x_2$ $k\left(a^3-\frac{a^3}{3}\right)=\frac{1}{3}ka^2$

কিন্তু, । অতএব,

ভর M এর গতি সমীকরণ $M\ddot{x} = -F=$

$$\therefore\ \ddot{x}=\frac{k}{2M}x$$

সরল দোলগতির সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে । অর্থাৎ $T=2\pi\sqrt{\frac{2M}{k}}$ ।

(খ) চিত্রের ক্ষেত্রে M ভরটির নিচের দিকে x বিচ্যুতি ঘটলে উভয় স্প্রিং -এর একই প্রসারণ হবে এবং মোট প্রত্যানয়ক বল হবে 2kx। এখন আপনি দেখাতে পারবেন যে, $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}}$

4. জড়তা -ভ্রামক $I = \frac{1}{3}Ml^2 = \frac{1}{3}\times 0.5\times(0.25)^2 = \frac{1}{96}kgm^2$

$\therefore$ পর্যায়কাল = $2\pi\sqrt{\frac{I}{T}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{96x0.1}} = 2.028S$

5. এক্ষেত্রে $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \left(500x10^{-3}\times 32\times 10^{-6}\right)^{-1/2} = 250/S$

$\therefore$ পর্যায়কাল $= \frac{2\pi}{\omega} = 25.\,lms$

তড়িৎ প্রবাহের সর্বোচ্চ মান , যেখানে q_0 = তড়িৎ আধানের সর্বেচ্চ মান।

$\therefore\ q_0\omega = 192\times 10^{-6}\times 250 = 0.048A$ বা 48mA

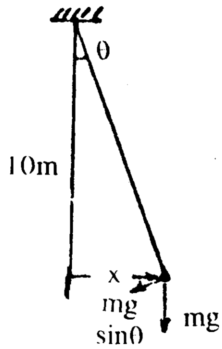
6. HCI অণুর সমানীত ভর $\mu = \frac{35\times 1}{35+1}\times 1.66\times 10^{-27}kg$

$mg\sin\theta \approx mg\theta$ $q_0 = 32\times 10^{-6}\times 6V = 192\times 10^{-6}C$ $5\times\frac{x}{10}$ $k = 4\pi^2\nu^2\mu = 4\times 9.87\times\left(8.57\times 10^{13}\right)^2\times\frac{35}{36}\times 1.66\times 10^{-27}$

= $468Nm^{-2}$

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. পিণ্ডের কৌণিক বিচ্যুতি θ = $\frac{x}{10}rad$



প্রত্যানয়ক বল = কেননা θ অতি ক্ষুদ্র কোণ

= 5N, যদি x = 1m

2. আমরা জানি চাকতির তলের লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে সেটির জড়তা ভ্রামক । সমান্তরাল অক্ষ

উপপাদ্য অনুযায়ী দোলনের অক্ষের সাপেক্ষে জড়তা -ভ্রামক

চাকতিটির দোলনের গতি সমীকরণ

অথবা, θ অতি ক্ষুদ্র কোণ ধরে নিলে, $\frac{3}{4}mr^2\ddot{\theta} = -mg\frac{r}{2}\theta$

বা, $\ddot{\theta} = -\frac{2g}{3r}\theta$

1.12 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে দেখা যায় দোলনকাল = $2\pi\sqrt{\frac{2g}{3r}}$

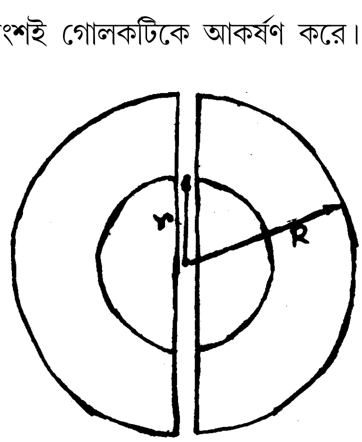
এবং সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য = $\frac{3}{2}r$

সুতরাং, দোলনকেন্দ্র আলম্বন বিন্দু থেকে নি[illegible] অবস্থিত।

3. ধরে নিন, পৃথিবীর ঘনত্ব = p1। গোলকটি যখন পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে তখন গোলকটির উপর অভিকর্ষজ আকর্ষণ

কেননা কেবলমাত্র পৃথিবীর অভ্যন্তরের r ব্যাসার্ধের গোলকাকৃতি অংশই গোলকটিকে আকর্ষণ করে। ভূ-পৃষ্ঠ এই আকর্ষণ

mg = m . $\frac{4}{3}\pi R^3 pG$ । $R^2 = m\frac{4}{3}\pi pG.R$



$\therefore \quad F = mg.\frac{r}{R}$

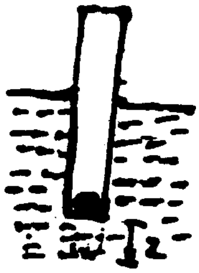
এখন গোলকটির গতি সমীকরণ

বা

এই সমীকরণটি সরল দোলগতি সূচিত করে এবং এর পর্যায়কাল .

4. ধরা যাক টেস্ট টিউবের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল = a, জলের ঘনত্ব ρ। টেস্ট টিউবের মোট ভর = 0.15×aρ। এটিকে যদি z দৈর্ঘ্যে নামিয়ে দেওয়া যায় তবে যে বাড়তি পরিমাণ জল স্থানচ্যুত হবে তার জন্য ঊর্ধ্বমুখী প্রত্যানয়ক বল হবে zaρg। সুতরাং টেস্ট টিউবের গতি সমীকরণ

$0.15ap \quad \ddot{z} = -za\rho g$ (এখানে z নেগেটিভ রাশি)



বা,

এটি একটি সরল দোলগতি সূচিত করে যার পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{.15}{g}}$

এখন g = 9.8ms^{-2} মান ব্যবহার করলে, T = 0.78s

5. ধরা যাক , বস্তুটির সরল দোলগতির সমীকরণ

$$x = a\cos(\omega t + \theta)$$

বস্তুটির বেগ $+\theta) = -\omega\sqrt{a^2 - x^2}$

$\therefore \; v_1 = -\omega\sqrt{a^2 - x_1^2}$

ও

$\therefore$ = । এর থেকে পাওয়া যায় a =

আবার = $x_2^{\,2} - x_1^{\,2}$। অর্থাৎ

6. অণুদ্বয়ের মধ্যে পারস্পরিক বল F = − =

সাম্যাবস্থায় $F = 0$ অর্থাৎ $r = r_0$। সাম্য থেকে সামান্য বিচ্যুত অবস্থায় যদি $r = r_0 + \Delta r$ হয় তবে প্রত্যানয়ক বল

$$= 12V_0\left(7r_0^6 r^{-8} - 13r_0^{12} r^{-14}\right)_{r=r_0} \Delta r$$

= অর্থাৎ বল ধ্রুবক =

অনুদ্বয়ের সমানীত ভর, ধরা যাক, μ। একক বিচ্যুতির ফলে ত্বরণ =

1.4.7 অংশের সঙ্গে তুলনা করে পাওয়া যায়

কম্পাঙ্ক $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{72V_0}{\mu r_0^2}} =$

7. যেহেতু $U(r) =$

পারস্পরিক বল $F = \quad = \frac{K}{r^2} - \frac{9C}{r^{10}}$

যদি সাম্যাবস্থায় r এর মান r_0 হয় তবে $F(r = r_0) = 0$

অর্থাৎ, $\frac{K}{r_0^2} - \frac{9C}{r_0^{10}} = 0$ বা $r_0^8 = \frac{9C}{K}$

এখন $r = r_0 + \Delta r$ হলে প্রত্যানয়ক বল

$$F(r = r_0 + \Delta r) = F(r = r_0) + \left(\frac{dF}{dr}\right)_{r=r_0} .\Delta r$$

$$= O + \left(-\frac{2K}{r^3} + \frac{90C}{r^{11}}\right)_{r=r_0} .\Delta r$$

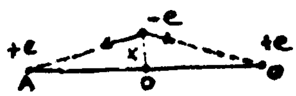
$$= \frac{1}{r_0^3}\left(\frac{90C}{r_0^8} - 2K\right).\Delta r$$

$$= \frac{8K}{r_0^2}.\Delta r$$

সুতরাং, বল ধ্রুবক = $\frac{F}{\Delta r}$ =

8. (i) ধরুন, $AO = BO = l$

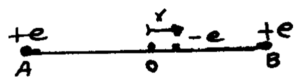
প্রতি $+e$ আধান $-e$ আধানকে বলে আকর্ষণ করে। এগুলির লব্ধি O অভিমুখী ও মান



$$\frac{e^2}{4\pi\in}\frac{x}{\left(l^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{e^2}{4\pi\in}\cdot\frac{x}{l^3}$$ কেননা $x << l$।

লব্ধিবলটি প্রত্যানয়ক এবং সরণের সমানুপাতী হওয়ায় $-e$ আধানটি AB রেখার লম্ব বরাবর সরল দোলগতিতে কম্পিত হতে থাকবে।

(ii) এক্ষেত্রে $-e$ আধানটির উপর মোট বল B অভিমুখে $\frac{e^2}{4\pi\in}\left[\frac{1}{(l-x)^2} - \frac{1}{((1+x)^2}\right]$



কেননা $x << l$

এই বল $-e$ আধানকে B অভিমুখে চালিত করবে, O অভিমুখে প্রত্যানয়ন করবে না। কাজেই এক্ষেত্রে $-e$ আধানটির সরল দোলগতি ঘটবে না।

$$= \frac{e^2}{4\pi\in}\frac{4lx}{\left(l^2-x^2\right)^2} = \frac{4e^2}{4\pi\in}\frac{x}{l^3}$$