BLOCK—2

দোলগতি, তরঙ্গ ও স্বণবিদ্যা

একক 8 : বিভিন্ন মাধ্যমে তরঙ্গ সঞ্চার (Propagation of Waves in different Media)

গঠন

8.1 প্রস্তাবনা
  উদ্দেশ্য
8.2 একমাত্রিক চলতরঙ্গ
  টানা তারে তরঙ্গ
  প্রবাহীতে তরঙ্গ
  একটি সুষম দণ্ডের মধ্যে তরঙ্গ
8.3 তরঙ্গ প্রবাহ ও প্রতিরোধ
  তার দ্বারা সৃষ্ট প্রতিরোধ : অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ
  গ্যাস দ্বারা সৃষ্ট প্রতিরোধ : শব্দ তরঙ্গ
8.4 দ্বিমাত্রিক এবং ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ
8.5 প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত (transmitted) তরঙ্গ বিস্তারের গুণাঙ্ক
  অনুপ্রস্ত এবং অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ
8.6 প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত শক্তির গুণাঙ্ক
8.7 সারাংশ
8.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী
8.9 উত্তরমালা

8.1 প্রস্তাবনা

ইতিমধ্যে আপনি তরঙ্গের সৃষ্টি এবং তরঙ্গগতির সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন।

এই প্রসঙ্গে আপনি লক্ষ্য করে থাকবেন যে, তরঙ্গ সঞ্চরণের মাধ্যম এবং তরঙ্গায়িত রাশি নানা ধরনের হতে পারে। বায়ু বা যে কোনও স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে যে অনুদৈর্ঘ্য চাপতরঙ্গ প্রবাহিত হয় তা আমাদের শব্দের অনুভূতি সৃষ্টি করে। এজন্য এই তরঙ্গগুলিকে আমরা শব্দতরঙ্গ বলি। টান করে রাখা তারের বিভিন্ন বিন্দুতে অনুপ্রস্থ সরণ ঘটতে পারে। এই সরণ তারের দৈর্ঘ্য বরাবর তরঙ্গের রূপে সঞ্চারিত হয়। আবার কঠিন ধাতব দণ্ডের মধ্যেও মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতার ফলে সেটির দৈর্ঘ্য বরাবর সঙ্কোচন ও প্রসারণের তরঙ্গ চলতে পারে। এই বিশেষ তরঙ্গগুলির সম্বন্ধে কিছুটা আলোচনা এই এককে স্থান পাবে। অবশ্য এগুলি ছাড়াও আরও অনেক ধরনের তরঙ্গের সঙ্গে আমাদের পরিচয় আছে, যেমন তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ, ভূপৃষ্ঠ বা পৃথিবীর অভ্যন্তরে চলমান ভূকম্প-তরঙ্গ ও জলতলের তরঙ্গ। এর কোনটি সম্বন্ধে আপনি পরে আরও জানার সুযোগ পাবেন, আবার কোনটি জটিলতার জন্য আমরা এই পাঠক্রমের অন্তর্ভুক্ত করব না।

তরঙ্গ সঞ্চরণের সঙ্গে মাধ্যমের প্রতিরোধ এবং তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ অতি ঘনিষ্ঠভাবে জড়িত। এগুলি শুধু তাত্ত্বিক কারণেই গুরুত্বপূর্ণ নয়, তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের অজস্র উদাহরণ আমরা দৈনন্দিন জীবনে দেখতে পাই। এই এককে আপনি তরঙ্গের এসব ধর্মগুলির সম্বন্ধে নতুনভাবে কিছুটা জানতে পারবেন।

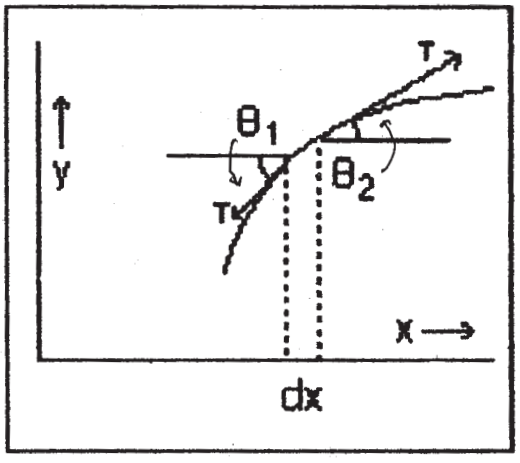
উদ্দেশ্য : এই এককটি পড়লে অপনি

- একমাত্রিক, দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণ লিখতে পারবেন।
- বিভিন্ন মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করতে পারবেন।
- বিশিষ্ট প্রতিরোধ (characteristic impedance) এবং শব্দে প্রতিরোধের মান নির্ণয় করতে পারবেন।
- প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত (transmitted) বিস্তার গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে সক্ষম হবেন।

8.2 একমাত্রিক চলতরঙ্গ

সঙ্গীত আমরা সকলেই ভালবাসি। কিন্তু আপনি কি ভেবে দেখেছেন, ঠিক কোন প্রক্রিয়ায় সঙ্গীতের শব্দতরঙ্গ আপনার কানে এসে পৌঁছয়? তরঙ্গের সঞ্চরণের জন্য কি কোন মাধ্যমের প্রয়োজন আছে? এবং যখন তরঙ্গ সঞ্চারিত হয় তখন তরঙ্গের বেগ কোন্ কোন্ বিষয়ের উপর নির্ভর করে? যখন দূরে ঘন্টা বাজে তখন ঘন্টাধ্বনির মধ্যে যে বিভিন্ন কম্পাঙ্গের শব্দতরঙ্গ থাকে সেগুলি একসঙ্গে আমাদের কানে পৌঁছয়। এ থেকে বোঝা যায় যে, বায়ুতে শব্দতরঙ্গের বেগ শব্দের কম্পাঙ্ক বা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে না। কাজেই এটি স্পষ্টই বোঝা যায় যে, শব্দতরঙ্গের বেগ মাধ্যমের ভৌত ধর্মের উপরেই নির্ভরশীল। শুধু বায়ুতে শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রেই নয়, অন্য মাধ্যমে ও অন্য ধরনের তরঙ্গের ক্ষেত্রেও এই একই কথা খাটে। এই তথ্যের সত্যতা যাচাই করার জন্য আমরা টানা তারে তরঙ্গ সৃষ্টির প্রক্রিয়ার আলোচনা করব।

8.2.1 টানা তারে তরঙ্গ



চিত্র 8.1 টানা তারের একটি ক্ষুদ্র অংশের উপর প্রযুক্ত বল।

প্রতি একক দৈর্ঘ্যে m ভর যুক্ত একটি সুষম তারকে T বল দ্বারা অনুভূমিক দিকে টেনে রাখা হল। তারটির দৈর্ঘ্য বরাবর x-অক্ষ নেওয়া হল। ধরা যাক, তারটিকে কোন জায়গায় y অক্ষ বরাবর টানা হল। এবার তারটিকে ছেড়ে দিলে তারের মধ্যে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সৃষ্টি হবে। এই তরঙ্গের বেগ জানতে গেলে মাধ্যমের জড়ত্ব এবং স্থিতিস্থাপকতা সম্বন্ধে ধারণা থাকা দরকার।

টানা তারের ক্ষেত্রে তারের টানের থেকে স্থিতিস্থাপকতার এবং m থেকে জড়ত্বের মাপ পাওয়া যায়। আমরা এখানে তারের একটি ছোট্ট অংশ নিলাম। ধরে নিন যে, তারটি অতি সামান্য বিকৃতি ঘটল যাতে তারের ওপর টানের মানের কোনও পরিবর্তন না ঘটে। 8.1 চিত্রে বর্ধিত আকারে বিকৃত তারের একটি ছোট অংশকে দেখানো হয়েছে।

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, এই ছোট অংশ বরাবর বলের দিক পরিবর্তন হচ্ছে। এর কারণ হচ্ছে যে, তারটি এখন সোজা নয়। এর ফলে ছোট অংশটির দুই প্রান্তে একই মানের টান বল T, T প্রযুক্ত হলেও বল দুটি পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করছে না। x এবং y এর দিকে প্রযুক্ত লব্ধিবল F নির্ণয় করার জন্য T বলকে দুটি উপাংশে ভাগ করতে হবে। ক্ষুদ্র খণ্ডটির ডান এবং বাম দিকে টানের x ও y উপাংশের পার্থক্যগুলি হল:

$$F_x = T \cos\theta_2 - T \cos\ _1$$

এবং $$F_x = T \sin\ _2 - T \sin\ _1$$

$_1$ এবং $_2$ ক্ষুদ্র অংশটির দুই প্রান্তে অঙ্কিত স্পর্শক এবং x অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ।

ক্ষুদ্র দোলনের জন্য $_1$ ও $_2$ অতি ক্ষুদ্র কোণ। এই অবস্থায় cos $_1$ cos $_2$ 1

অর্থাৎ, x অক্ষ বরাবর কোন লব্ধি বল কাজ করবে না, $F_x = 0$ এবং তারটি প্রায় অনুভূমিক অবস্থায় থাকে। এই অর্থ এই যে, কোণগুলির সাইনের মান এবং ট্যানজেন্টের মান প্রায় এক, অর্থাৎ sin $_1 \approx$ tan $_1$। sin $_2$ $\approx$ tan $_2$

$$\left(\frac{(y,x)}{xb}\Big|_{x+\Delta x} - \frac{(y,x)}{xb}\Big|_{x} \right) xb$$

কিন্তু কোণ দুটির ট্যানজেন্ট হচ্ছে ক্ষুদ্র অংশটির দুই প্রান্তের অবকল এর সমান। অতএব ক্ষুদ্র অংশটির উপর প্রযুক্ত বলের y উপাংশ F_y= T (tan $_2$ − tan $_1$)

$$= T \qquad \qquad ......8.1$$

বন্ধনীর মধ্যের সংখ্যাগুলি এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত অবকলের পরিবর্তন নির্দেশ করছে। এই পরিবর্তনকে দিয়ে ভাগ করলে, সীমার মধ্যে এটি প্রথম অবকলের পরিবর্তনের হার নির্দেশ করবে। কিন্তু আমরা জানি যে, তারের সরণ অবস্থান এবং সময় উভয়ের উপরেই নির্ভর করে। এই দুটির কোনও একটির পরিবর্তন ঘটলেই সরণের পরিবর্তন হয়। কাজেই সমীকরণ 8.1 যে কোনও একটি বিশেষ সময়ের জন্য সত্য। অতএব, আমাদের সময়কে স্থির ধরে নিয়ে এই সমীকরণে অবকল নির্ণয় করতে হবে। আপনি জানেন, অন্য চলরাশিদের স্থির রেখে কেবল একটি চলরাশির সাপেক্ষে অবকলন করাকে আংশিক অবকলন

বলে। এবং আংশিক অবকলনের ক্ষেত্রে d চিহ্নের বদলে চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। তাহলে 8.1 সমীকরণকে নিম্নরূপে লেখা যায়:

$$F_y = T$$

এখানে আমরা $\left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right)_{x+\Delta x}$ কে x বিন্দুর সাপেক্ষে সম্প্রসারণ করেছি।

$$\left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} = \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right)_{x} + \left(\frac{\partial^2 y(x,t))}{\partial x^2}\right)_{x} \Delta x$$

এই সমীকরণটি Δx এর উপর প্রদত্ত বল প্রকাশ করছে। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী আমরা ভর এবং ত্বরণের গুণফলকে এই বলের সমান হিসাবে লিখতে পারি। অংশের ভর m । অতএব,

m

অথবা, ...8.2

এই সমীকরণটি তারের একটি ক্ষুদ্র অংশের ওপর নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে পাওয়া গেছে। তবে সমীকরণে অনুপস্থিত থাকায় সমীকরণটি সম্পূর্ণ তারের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য হবে। আমাদের উদ্দেশ্য তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করা। সেজন্য নিচে বর্ণিত একটি সরল দোল তরঙ্গ নেওয়া যাক :

$y(x, t) = a\sin(\ _0t - kx)$

যেটি তারের ওপর সৃষ্টি হয়েছে। এই সমীকরণ যদি নিউটনের সূত্র অর্থাৎ 8.2 সমীকরণ মেনে চলে, তাহলে আমরা নিশ্চিতরূপে বলতে পারি যে, তারের মধ্যে এই ধরনের চলমান তরঙ্গ সৃষ্টি হতে পারে। এটি হয় কিনা দেখার জন্য আমরা কণার সরণের দ্বিতীয় আংশিক অবকল নির্ণয় করব।

$= - k^2a\sin(\ _0t - kx)$ এবং $= -\ _0^2a\sin(\ _0t - kx)$

8.2 সমীকরণে এই মান বসিয়ে

$-k^2a\ \sin(\ _0t - kx) =$ $_0^2\ a\sin(\ _0t - kx)$

অথবা, $k^2 =$ $_0{}^2$

অথবা, অথবা তরঙ্গের বেগ v = $\frac{\omega_0}{k} = \sqrt{\frac{T}{m}}$ ...8.3

এই সম্পর্ক থেকে আমরা বলতে পারি, টানা তারে উৎপন্ন সরল দোলতরঙ্গের তরঙ্গবেগ হবে $\sqrt{\frac{T}{m}}$ ।

8.3 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, তারে সঞ্চরমান অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বেগ, টান এবং তারের একক দৈর্ঘ্যের ভরের উপর নির্ভর করে, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অথবা পর্যায়কালের উপর নির্ভর করে না।

8.3 সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা 8.2 তরঙ্গ সমীকরণটিকে লিখতে পারি

....8.4

এই সমীকরণটি কেবলমাত্র x দিক বরাবর সঞ্চরমান তরঙ্গ নির্দেশ করে অর্থাৎ, এটি একমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণ। এই সমীকরণটি ক্ষুদ্র বিস্তারের তরঙ্গের পক্ষেই প্রযোজ্য। বিস্তার বেশি হলে $_1$ ও $_2$ কোণগুলি বড় হয় এবং আগের গণনার অনেক অঙ্গীকার আর খাটে না। তরঙ্গের বেগ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল হয়ে পড়ে। এই অবস্থায় এখন আপনি সহজেই নীচের অনুশীলনীর উত্তর দিতে পারবেন।

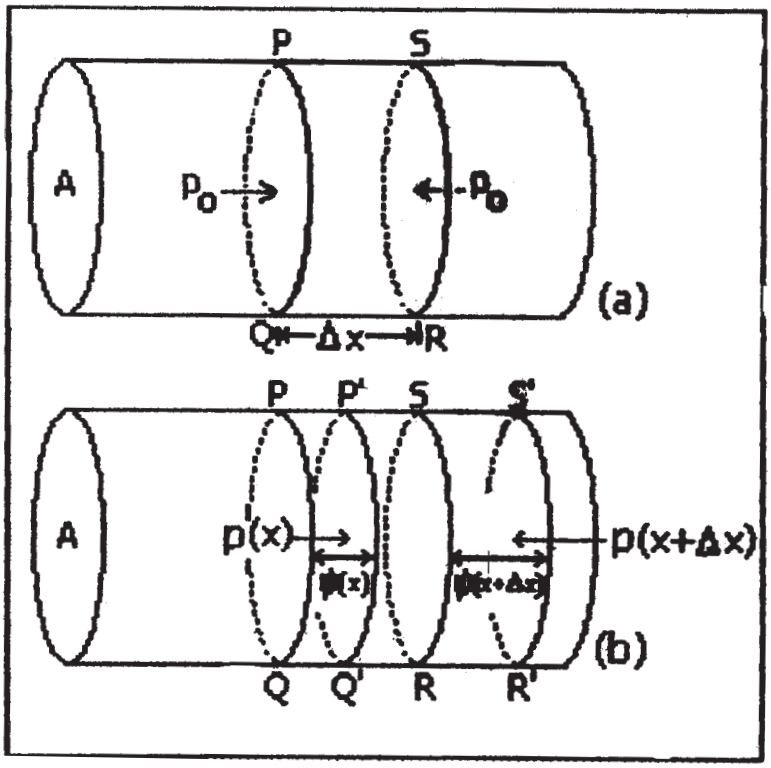
অনুশীলনী - 1

1 *gm* ভর সম্পন্ন একটি 1m লম্বা তারকে 10N বল দিয়ে টেনে রাখা হল। এই তারে যে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সৃষ্টি হবে তার বেগ নির্ণয় করুন।

তরঙ্গের বেগ মাধ্যমের জড়ত্ব এবং স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে। স্থিতিস্থাপকতা প্রত্যানয়ক বলের (restoring force) সৃষ্টি করে এবং তার ফলে মাধ্যমের কী প্রতিক্রিয়া হবে তা স্থির করে জড়ত্ব। কোন মাধ্যমে অনুপ্রস্থ স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ সৃষ্টি হতে মাধ্যমটির কৃন্তন পীড়ন সহ্য করার ক্ষমতা থাকা চাই কিন্তু যেহেতু প্রবাহীতে (তরল অথবা গ্যাস) দৃঢ়তা নেই, সেই কারণে অনুপ্রস্থ স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ কেবল কঠিন পদার্থেই সঞ্চারিত হতে পারে। কিন্তু অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ গ্যাস,তরল এবং কঠিন পদার্থ সবের মধ্যেই অনুভবন এবং ঘনীভবনের আকারে প্রবাহিত হয়। এখন আমরা প্রবাহীতে তরঙ্গের প্রবাহের কথা আলোচনা করব।

8.2.2 প্রবাহীতে তরঙ্গ সৃষ্টি

ধরে নিন, A প্রস্থচ্ছেদ যুক্ত একটি লম্বা নলে একটি নির্দিষ্ট ভরের এবং ঘনত্বের প্রবাহী নেওয়া হল যার ওপর চাপ P_0। তারের মত এখানেও প্রবাহীর একটি ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য নেওয়া হল। ধরা যাক এই ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের প্রবাহী $PQRS\rho$ অংশটির মধ্যে আবদ্ধ আছে। এই অংশটি x এবং $x +$ তলের মধ্যে অবস্থিত। (চিত্র 8.2 (a) দেখুন)।



চিত্র 8.2 - (a) প্রস্থচ্ছেদযুক্ত একটি লম্বা নলের মধ্যে অবস্থিত *PQRS* স্তম্ভের একটি প্রবাহীর সাম্যাবস্থা। (b) চাপের পার্থক্যের জন্য স্তম্ভটির স্থানান্তরিত অবস্থা।

এই ছোট স্তম্ভ *PQRS*ρ টির ভর A । এখন এই প্রবাহীতে কী করে অনুদৈর্ঘ্যের তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায়? অজন্য আপনি একটি কম্পনশীল সুরশলাকাকে এই প্রবাহীর একদিকে ধরতে পারেন, অথবা একটি পিস্টন দিয়ে প্রাবহীকে ডানদিকে সরিয়ে দিতে পারেন। তরঙ্গ যখন এই ছোট স্তম্ভটির মধ্যে দিয়ে যাবে তখন স্তম্ভটির চাপ, ঘনত্ব এবং আয়তন পরিবর্তিত হবে। মনে করা যাক, t সময় পরে PQ এবং SR তল সরে $P'Q'$ এবং $S'R'$ -এ গেল (চিত্র 8.2 (b)) । যদি *PQ*, (x) দূরত্ব সরে এবং *SR* $(x +$) দূরত্ব সরে তাহলে স্তম্ভের বেধের বৃদ্ধি হবে

$l =$ $(x +$) – $(x) = -$ $(x) +$ – (x) (টেলরের শ্রেণীর প্রসারণের সাহায্য নিয়ে প্রথম দুইটি পদ নেওয়া হল)

=

অতএব, আয়তনের বৃদ্ধি v কে লেখা যায় :

$v = A \quad l = A \quad x$

আয়তনের বিকৃতি (volume strain) অর্থাৎ, প্রতি একক আয়তনে আয়তনের বৃদ্ধি

....8.5

8.5 সমীকরণ থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, স্তম্ভটির আয়তনের পরিবর্তন ঘটেছে। এর কারণ হল, স্তম্ভটির মধ্যে চাপ P_0 - এর সমান নয়। ধরা যাক চাপের মান P_0 থেকে বেড়ে (x) হয়েছে। স্তম্ভটির উপর x দিকে প্রযুক্ত বল হবে $A[- \quad (x + \quad) + \quad (x)]$

টেলরের শ্রেণীর সাহায্য নিয়ে এর কেবলমাত্র প্রথম ঘাতের পদটি রেখে আমরা লিখতে পারি,

$F = - A$

$= - A$

যেখানে P_0 সাম্যাবস্থায় চাপ এবং তরঙ্গজনিত অতিরিক্ত চাপ।

[সাম্যাবস্থার চাপ ধ্রুবক বলে

অতএব, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী স্তম্ভটির গতি সমীকরণ হবে ঃ

$A \quad = - A$ 8.6

আপনারা নিশ্চয়ই আয়তন গুণাঙ্ক (bulk modulus of elasticity) E এবং -র মধ্যে নীচের সম্পর্ক সম্বন্ধে অবগত আছেন:

$$E = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} =$$

চাপ বাড়লে আছতন কমবে এই ঘটনাটিকেই ঋণাত্মক চিহ্ন দিয়ে বোঝান হয়েছে।
কাজেই আমরা লিখতে পারি :

$\Delta \quad = - E$

8.5 সমীকরণ থেকে এর মান বসিয়ে পাই,

$= -E$

আবার মান 8.6 সমীকরণে বসিয়ে পাই,

অথবা, $\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$ ...8.7

আমরা যদি ...8.7(a)

কে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ বলি তাহলে, 8.7 সমীকরণকে একটি তরঙ্গের সমীকরণ বলা যায়।

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, তরঙ্গের বেগ কেবলমাত্র E এবং ρ দ্বারা প্রভাবিত হয়। যে মাধ্যমে তরঙ্গ প্রবাহিত হচ্ছে, এই E এবং সেই মাধ্যমের ধর্ম।

এবার আমরা গ্যাসের মধ্য দিয়ে শব্দতরঙ্গের প্রবাহেরকথা আলোচনা করি।

(a) গ্যাসের মধ্যে শব্দতরঙ্গ প্রবাহ

একটি গ্যাসীয় মাধ্যমের (ধরা যাক বাতাস) মধ্যে যখন অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সঞ্চারিত হয়, তখন মাধ্যমের আয়তন গুণাঙ্ক মাধ্যমের তাপ গতীয় পরিবর্তনের উপর নির্ভরশীল হয়ে পড়ে। এই পরিবর্তন সমোষ্ণ বা রুদ্ধতাপ, যে কোনওটি হতে পারে। (একটি প্রক্রিয়াকে সমোষ্ণ তখনই বলা হয়, যখন প্রক্রিয়া চলাকালীন উষ্ণতার কোনও পরিবর্তন হয় না। রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় তন্ত্রের মোট শক্তির কোনও পরিবর্তন হয় না।) শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে নিউটন ধরে নিয়েছিলেন যে, মাধ্যমের পরিবর্তন সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় হবে। সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় বয়েলের সূত্র অনুযায়ী = ধ্রুবক। এবং -এর সামান্য পরিবর্তন হলে আমরা লিখতে পারি।

$= 0$

অথবা, $E =$ অর্থাৎ, আয়তন গুণাঙ্ক চাপের সমান।

সমীকরণ 8.7a তে E - এর মান বসিয়ে আপনি পাবেন শব্দতরঙ্গের বেগ $\nu\sqrt{\frac{\rho}{\rho}}$ ...8.8

এটিকে নিউটনের শব্দের বেগের সূত্র বলা হয়।

বাতাসের ক্ষেত্রে প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে $= 1{\cdot}29\text{kgm}^{-3}$ এবং $= 1{\cdot}01 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

নিউটনের সূত্রের সাহায্যে নিয়ে বাতাসে শব্দের বেগ হবে

$= 280\text{ms}^{-1}$

কিন্তু পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে, প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বাতাসে শব্দের বেগ = $332 ms^{-1}$

উপরের দুটি ফল থেকে স্বাভাবতই প্রশ্ন জাগে যে, নিউটন কী করে সঠিক উত্তরের কাছাকাছি এসেও সঠিক মান থেকে প্রায় 15% কম মান পেলেন? এই পার্থক্য বাতাসের চাপ বা ঘনত্বের পরিমাপগত সুক্ষ্মতার অভাবের জন্য হতে পারে না। স্বাভাবতই আপনাদের মনে হবে যে, নিউটনের সূত্রে নিশ্চয়ই কোনও তত্ত্বগত ত্রুটি আছে। ফরাসী গণিতবিদ লাপ্লাস নিউটনের সূত্রের সংশোধনের প্রস্তাব করেন। তিনি এই যুক্তি দেন যে, যখন শব্দতরঙ্গ একটি মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে যায় তখন মাধ্যমের কণাগুলি খুব দ্রুত আন্দোলিত হয়। মাধ্যমের ঘনীভবন ও তনুভবন; উভয়েই ঘটে রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায়। ফলে ঘনীভবনের স্থানগুলি গরম হয়ে ওঠে এবং তনুভবনের স্থানগুলি ঠাণ্ডা হয়। এর অর্থ শব্দতরঙ্গ বাতাসের যে অংশ দিয়ে প্রবাহিত হয় সেই স্থানে উষ্ণতার পরিবর্তন ঘটে।

রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ার জন্য আদর্শ গ্যাস বয়েলের সূত্র না মেনে $P_{V}{}^{\gamma}$ = ধ্রুবক, এই সূত্রটি মেনে চলে। এখানে নির্দিষ্ট গাসের ক্ষেত্রে একটি ধ্রুবক এবং এর মান স্থির চাপ ও স্থির আয়তনে গ্যাসের দুটি আপেক্ষিক তাপের অনুপাতের সমান।

P = ধ্রুবক সূত্র থেকে সুরু করে এবং এর সামান্য পরিবর্তনের জন্য আমরা লিখতে পারি,

অথবা,

$0 =$ [illegible]

অতএব, 8.7a সমীকরণ থেকে শব্দের বেগ হবে $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ ...8.9

এক গ্রাম অণুগ্যাসের ক্ষেত্রে $\rho V = RT$, R = গ্যাস ধ্রুবক, T = পরম উষ্ণতা, V = আণবিক আয়তন,

M যদি আণবিক ভর হয় তাহলে $V =$ অর্থাৎ, $V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ 8.9a

বাতাসের জন্য $\gamma = 1{\cdot}4$। কাজে কাজেই 8.9 থেকে পাবেন প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বাতাসে শব্দের বেগ $331 ms^{-1}$। পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গে এই মানের মিল সুস্পষ্ট এবং এর দ্বারা লাপ্লাসের সংশোধনের যথার্থতা প্রমাণিত হয়।

8.9 ও 8.9a সূত্র আমাদের কাছে খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এই দুই সূত্র থেকে আমরা শব্দের বেগ চাপ, উষ্ণতা প্রভৃতির উপর কীভাবে নির্ভর করে তা বার করতে পারি।

চাপের প্রভাব : যে-কোন উষ্ণতায় একটি গ্যাসের ক্ষেত্রে = ধ্রুবক। অতএব, 8.9 সমীকরণ থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ চাপের উপর নির্ভরশীল নয়।

উষ্ণতার প্রভাব : কোনও গ্যাসের উষ্ণতা পরিবর্তিত হলে চাপ সমান থেকেও ঘনত্ব পরিবর্তিত হয়। উষ্ণতা বাড়লে আয়তন বাড়ে, সুতরাং ঘনত্ব কমে। উষ্ণতা কমলে ঘনত্ব বাড়ে। 8.9a সূত্র অনুযায়ী নির্দিষ্ট গ্যাসে শব্দের বেগ পরম উষ্ণতার বর্গমূলের সমানুপাতী। অর্থাৎ

শব্দের বেগ পরিমাপের পদ্ধতি আমাদের প্রতিরক্ষা বাহিনীতে বহুভাবে ব্যবহৃত হয়েছে। এর সাহায্যে প্রথম মহাযুদ্ধের সময় শত্রুপক্ষের কামানের অবস্থান নির্ণয় সম্ভব হয়েছিল। এই পদ্ধতির নাম শব্দের উৎস সন্ধান (Sound ranging)

(b) তরলে শব্দের প্রবাহ — তরলের আয়তন গুণাঙ্ক সাধারণত এত বেশি হয় যে, তরলকে প্রায় অসংনম্য (incompressible) বলে ধরা হয়। জলের জন্য $E = 2{\cdot}22 \times 10^9 \mathrm{Nm}^{-2}$ এবং $= 10^3 \mathrm{kgm}^{-3}$। এই দুই মান থেকে 8,7a সূত্রের সাহায্যে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করলে পাওয়া যায় $= 15000 ms^{-1}$। এই মানের সঙ্গে প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় বাতাসে শব্দের বেগের মানের তুলনা করুন। দেখা যাবে যে, যদিও বাতাস জল অপেক্ষা প্রায় সহস্র গুণ কম ঘন, তথাপি শব্দ বাতাসের থেকে জলে প্রায় 4 গুণ দ্রুত যায়। এর কারণে বাতাসের তুলনায় জলের অসংনম্যতা। জলের মধ্যে শব্দতরঙ্গের অধিক গতিবেগ এবং অন্য কয়েকটি কারণে, যেমন জলে শব্দের প্রতিরসণ, অল্প শোষণ ও বিক্ষেপণ, বাতাসের তুলনায় সমুদ্রের জলের মধ্য দিয়ে শব্দ প্রেরণ অনেক সুবিধাজনক। এ জন্যেই সমুদ্রে এক জাহাজ থেকে অন্য জাহাজে বার্তা পাঠাতে এবং শব্দের উৎসের সন্ধান করতে সোনার (SONAR = Sound Navigation and Ranging) ব্যবস্থা ব্যবহার করা হয়। এই ব্যবস্থায় উচ্চ কম্পাঙ্কের শব্দ সৃষ্টি করে সমুদ্রের জলের মধ্যে প্রেরণ করা হয় এবং প্রতিফলিত শব্দের দিক ও বিলম্বের পরিমাপ করে তার থেকে সমুদ্রের গভীরতা, মাছের ঝাঁক, ডুবোজাহাজ এমন কি শত্রুপক্ষের ছোঁড়া টর্পেডোর অবস্থান ও দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।

প্রবাহীর ক্ষেত্রে আমরা 8.7a সমীকরণটিতে শব্দের বেগের কঠিন যে রাশিমালাটি পেয়েছি সেটি আমরা এবার একটি দণ্ডের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করব।

8.2.3 একটি কঠিন সুষম দণ্ডের মধ্যে তরঙ্গ

একটি কঠিন স্থিতিস্থাপক দণ্ডের ক্ষেত্রে পরিবর্তন কেবলমাত্র দৈর্ঘ্যেই হয়। দৈর্ঘ্যের প্রসারণ বা সঙ্কোচন ঘটলে প্রস্থে যথাক্রমে সঙ্কোচন ও প্রসারণ ঘটে, ফলে আয়তন প্রায় স্থির থাকে। কাজেই প্রবাহীর ক্ষেত্রে ব্যবহৃত আয়তন গুণাঙ্কের স্থানে এখানে আমরা নেব ইয়ং-গুণাঙ্ক অর্থাৎ $Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ তাহলে 8.7 সমীকরণের পরিবর্তিত রূপ হবে

.....8.10

এটিই দণ্ডের মধ্যে প্রবাহিত তরঙ্গের সমীকরণ। এর থেকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের গতিবেগ

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad \text{....8.10a}$$

দেখা যাচ্ছে যে, v এর মান দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের উপর নির্ভরশীল নয়।

অনুশীলনী - 2

একটি ইস্পাতের দণ্ডের ক্ষেত্রে $Y = 1{\cdot}95 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$ এবং $\quad = 7800\text{kgm}^{-3}$ দণ্ডের মধ্যে শব্দের বেগ নির্ণয় করুন।

উপরের অনুশীলনীটি করলে আপনি দেখতে পাবেন যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ তরল কিংবা গ্যাস অপেক্ষা কঠিন পদার্থের দ্রুত প্রসারিত হয়। এই কারণে লম্বা লোহার নলের একপ্রান্তে আঘাত করলে তার শব্দ বায়ুবাহিত হয়ে আসার আগেই নলের ধাতুর মধ্য দিয়ে বাহিত হয়ে আসে এবং শ্রুতিগোচর হয়।

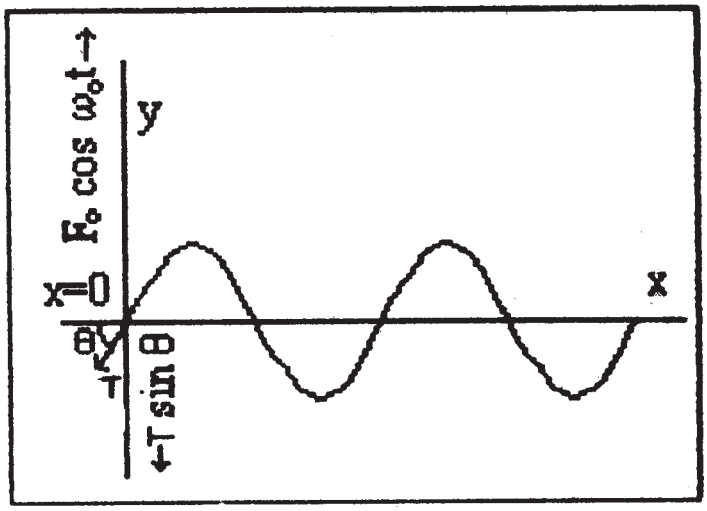
8.3 তরঙ্গপ্রবাহ এবং প্রতিরোধ (Impedance)

কোন মাধ্যমে যখন তরঙ্গের সৃষ্টি হয়, তখন মাধ্যমের বস্তুকণার তরঙ্গগতির ফলে উৎপন্ন বেগ ঐ তরঙ্গ উৎপাদনের জন্য প্রযুক্ত বলের সমানুপাতী হয়। আপনি হয়ত জানেন যে, বৈদ্যুতিক বর্তনীতে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করলে বর্তনীর মধ্যে পরবর্তী প্রবাহের সৃষ্টি হয়। এবং প্রযুক্ত তড়িচ্চালক বলও প্রবাহের অনুপাতকে বর্তনীর প্রতিরোধ (Impedance) বলা হয়। বৈদ্যুতিক বর্তনীর প্রতিরোধ বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহে কতটা বাধা দেয় তারই পরিমাপ। অনুরূপভাবে, তরঙ্গ উৎপাদনকারী বলও বস্তুকণার বেগের বিস্তারের অনুপাতকে তরঙ্গ প্রতিরোধ (wave impedance) বলা হয় এবং এই তরঙ্গ প্রতিরোধ মাধ্যমটি তরঙ্গ সঞ্চারণ কতটা বাধার সৃষ্টি করে তারই পরিমাপ। টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের এক্ষত্রে এই প্রতিরোধকে আমরা তারের বিশিষ্ট (characteristic) প্রতিরোধ বলি। অনুপ্রস্থ শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে এটি হয় মাধ্যমের শব্দ (acoustic) প্রতিরোধ।

প্রশ্ন উঠতে পারে, এই প্রতিরোধের সৃষ্টি হয় কেন? আসলে মাধ্যমের প্রতিটি বস্তুকণার গতি তার পরবর্তী বস্তুকণাকে প্রভাবিত করে। যে কণাটি অন্দোলিত হচ্ছে সেটি পরবর্তী কণাটিকে-গতিশীল করার জন্য সেটিতে শক্তি হস্তান্তর করে, আবার যে কণা স্থির আছে সেটি পরবর্তী কণার গতি মন্দিত করে। এইভাবে প্রতিটি কণা একটি পশ্চাৎকর্ষণ (drag) অনুভব করে। এই বলই প্রতিরোধের কারণ এবং এটি বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের সমমান।

আমরা এখন কতকগুলি বিশেষ উদাহরণ আলোচনা করব।

8.3.1 অনুপ্রস্থ তরঙ্গে টানা তারের প্রতিরোধ



চিত্র 8.3-দোলগতি বল $F = F_0\cos\ _0t$ প্রভাবে আন্দোলিত একটি তারের চিত্র

ধরুন, x অক্ষ বরাবর একটি টানা তারের $x = 0$ বিন্দুতে একটি দোলগতি বল $F = F_0 \cos\ _0t$ প্রয়োগ করে ঐ তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ সৃষ্টি করা হল (8.3 চিত্র) । যে কোনও সময় t তে x অবস্থানে তারের কণার সরণের সমীকরণ হবে।

$$y(x, t) = a \sin(\ _0t - kx) \qquad ...8.11$$

এই সমীকরণটির সঙ্গে নিশ্চয়ই আপনার পরিচয় আছে।

ধরা যাক, তারের টান T। অতএব, $F_0 \cos\ _0t = -T\sin$

যেহেতু $x = 0$ বিন্দুতে তারের বস্তুকণার উপর লব্ধি বল শূন্য হবে

অতএব, $F_0 \cos\ _0t + T \sin\ _{x\,=\,0} = 0$

এর মান ক্ষুদ্র হলে ধরা যায় $\sin \approx \tan$

সেক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি $F_0\cos\ _0t = -T\tan\ _{x\,=\,0}$ ...8.12

এই নতির (tan) মানটি $x = 0$ তে প্রযোজ্য।

8.11 সমীকরণের সাহায্যে আমরা এবং এর মধ্যে সম্বন্ধ পাই:

$= -ka \cos(\ _0t - kx)$ এবং $= \ _0a \cos(\ _0t - kx)$

অর্থাৎ,

এই মান 8.12 এ বসিয়ে আমরা পাই

$F_0 \cos \omega_0 t\ =$

কিন্তু যেহেতু $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=0} = a\ \ _0 \cos\ \ _0 t.$

আমরা লিখতে পারি $F_0\ \cos\ \ _0 t =\ \ \ a\ \ _0 \cos\ \ _0 t =\ \ \ a\ \ _0 \cos\ \ _0 t$, যেখানে

যদি লেখা যায় $a\,\omega_0 =\ \ _o$ যেখানে $\ _o$ = তরঙ্গের বেগের বিস্তার (velocity amplitude)

তাহলে, $F_0 \cos\ \ _0 t\ =$

অথবা, $F_0 =$ কিংবা, ...8.13

উপরের সমীকরণটি প্রযুক্ত বলের বিস্তার এবং কণার অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বেগের বিস্তারের অনুপাতকে তারের টান এবং কণার বেগের অনুপাত রূপে প্রকাশ করছে। এই সমীকরণ থেকে তারের বিশিষ্ট প্রতিরোধ পাওয়া যায়। Z এর সংজ্ঞা অনুযায়ী

$$Z = \frac{\text{প্রযুক্ত বলের বিস্তার } (F_0)}{\text{ধরঙ্গে তির্যগ বেগের বিস্তার } (V_0)}$$

8.13 সমীকরণ থেকে মান বসিয়ে

Z = ...8.14

8.7a সূত্র থেকে, যেখানে, m = তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর

সুতরাং, 8.14 সমীকরণকে আপনি লিখতে পারেন :

$Z = \frac{T}{v} = \sqrt{Tm}$ ...8.15a

অথবা T কে অপসারণ করতে চাইলে

$$Z = \frac{mv^2}{v} = mv \qquad \text{...8.15b}$$

8.15a সূত্র থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে, বিশিষ্ট প্রতিরোধ তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর এবং তারের টানের উপর নির্ভর করে। এর অর্থ এই যে, একটি সোনোমিটারের (Sonemeter) তারের প্রান্তে বিভিন্ন ভর চাপালে তার প্রতিরোধও বিভিন্ন হব। 8.15b সমীকরণ থেকে আর জানতে পারছি যে, Z তরঙ্গের বেগের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বলে, Z মাধ্যমের জড়ত্ব এবং স্থিতিস্থাপকতার ওপরও নির্ভরশীল।

লক্ষ্য করুন প্রতিরোধ Z এর একক $\mathrm{Nm^{-1}}s$ অথবা $\mathrm{kgs^{-1}}$।

অনুশীলনী - 3

একটি তারকে 80N বলের সাহায্যে টেনে রাখা আছে। তারটির বিশিষ্ট প্রতিরোধ নির্ণয় করুন। তারের প্রতি মিটারের ভর 2g। এই তারে $25cms^{-1}$ বিস্তারের অনুপ্রস্থ বেগ সৃষ্টি করতে কত বিস্তারের বল লাগবে?

8.3.2 শব্দতরঙ্গে গ্যাসীয় মাধ্যমের প্রতিরোধ

গাসের ভিতর দিয়ে যখন শব্দতরঙ্গ প্রবাহিত হয়, তখন তরঙ্গের অতিরিক্ত চাপই অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বলের ভূমিকা গ্রহণ করে।

অতএব, শব্দপ্রতিরোধকে বলা যায়

$$Z = \frac{\text{শব্দতরঙ্গ জনিত অতিরিক্ত চাপ}}{\text{কনার গতিবেগ}} = \frac{\Delta p}{\partial\psi/\partial t} \qquad \text{...8.16}$$

যখন একটি মাধ্যম দিয়ে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সঞ্চারিত হয়, তখন মাধ্যমে অনুভূত অতিরিক্ত চাপ

এখানে E = মাধ্যমের আয়তন গুণাঙ্ক। এই সম্পর্কটি আমরা 8.2.2. অংশে আগেই প্রতিষ্ঠিত করেছি। কাজেই Z এর মান নির্ণয় করতে হলে আমাদের এবং ং উভয়ই নির্ণয় করতে হবে। তা করতে হলে আমাদের মনে রাখতে হবে যে, + x দিকে সঞ্চারিত অনুধৈর্ঘ্য-তরঙ্গের কণার সরণ

$$(x, t) = a\sin$$

x এবং t এর সাপেক্ষে অবকলন করলে

...8.17

এবং ...8.19

Δp এর রাশিমালার থেকে পাই,

...8.19

8.19 এবং 8.18-এর মান 8.16 এ বসিয়ে পাওয়া যায় শব্দ প্রতিরোধ

Z = ...8.20

এখানে v = তরঙ্গ বেগ।

উপরের সূত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে শব্দ প্রতিরোধের একক হল $Nm^{-3}s$(8.7a) অনুসারে আপনারা নিশ্চয় জানেন যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ

এখানে ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব।

অতএব, শব্দ প্রতিরোধকে এভাবেও প্রকাশ করা যায়:

Z = ...8.21

দেখা যাচ্ছে যে, শব্দ প্রতিরোধকে মাধ্যমের ঘনত্ব এবং তরঙ্গবেগের গুণফলরূপে প্রকাশ করা যায়। শব্দ প্রতিরোধের এককটি আপনি নির্ণয় করে দেখতে পারেন। এই এককটি হল $Nm^{-3}s$। এর পরে আপনারা উপরের লব্ধ ফলগুলি একটি তরঙ্গের প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত বিস্তার এবং শক্তির গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে ব্যবহার করবেন।

অনুশীলন - 4

প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বায়ুমাধ্যমের শব্দ প্রতিরোধ নির্ণয় করুন। দেওয়া আছে, $\rho = 1{\cdot}29kgm^{-3}$ এবং = $332ms^{-1}$। শব্দ প্রতিরোধের মান জল অথবা বাতাস, কোন্ মাধ্যমের ক্ষেত্রে বেশি হবে? আপনার উত্তরের কারণ লিখুন।

8.4 দ্বিমাত্রিক এবং ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ

আমরা এ পর্যন্ত টানা তারে সৃষ্ট একমাত্রিক তরঙ্গের কথা আলোচনা করেছি। সে ক্ষেত্রে তরঙ্গ তার বরাবর প্রবাহিত হয় এবং কণাগুলি অনুপ্রস্থভাবে আন্দোলিত হতে থাকে। কিন্তু সব বাদ্যযন্ত্র তারের তৈরি হয় না। আপনারা নিশ্চয়ই তবলা বাজানো দেখেছেন এবং শুনেছেন। যখন একটি তবলা অথবা একটি ঢাকের পর্দায় (membrane) সেই পর্দার তলের লম্ব বরাবর ঘা দেওয়া হয়, তখন পর্দার কণাগুলি প্রযুক্ত বলের অভিমুখে স্পন্দিত হতে থাকে। কিন্তু পর্দার টানের জন্য এই বিক্ষোভ সারা তলে ছড়িয়ে যায়। এর অর্থ, একটি প্রসারিত পর্দার (stretched membrane) উপরে যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তা দ্বিমাত্রিক। এই সব ক্ষেত্রে সরণ x, y এবং t এর অপেক্ষক হবে, অর্থাৎ = (x, y, t) । এখন আপনাদের মনে প্রশ্ন জাগতে পারে যে, দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণ কী রকম হবে? ভৌত কারণগুলি বিবেচনা করে আমরা অনায়াসে 8.4 সমীকরণকে একটি দ্বিমাত্রিক সমীকরণে পরিবর্তিত করতে পারি। x এবং y অক্ষ বরাবর বল যখন নিরপেক্ষভাবে কাজ করে, তখন প্রত্যেকের জন্যই সমীকরণে সদৃশ রাশি উপস্থিত থাকবে। অতএব, 8.4 সমীকরণকে সংযোজন ও পরিবর্তন করে লিখতে পারি,

$$(x, y, t) = \qquad (x, y, t) \qquad \text{...8.22}$$

উপরোক্ত সমীকরণের সমাধান হচ্ছে,

$(x, y, t) = a\sin(\omega t - k\cdot r)$, যেখানে ...8.23

= এবং $r^2 = x^2+y^2$

আপনার মনে হতে পারে যে, শব্দ এবং আলোকতরঙ্গ একটি উৎস থেকে দ্বিমাত্রিক তলে ব্যাসার্ধ বরাবর (radially) ছড়িয়ে পড়ে না। এগুলি আসলে ত্রিমাত্রিক তলে সঞ্চারিত হয়। ভূকম্প তরঙ্গ অথবা কোনও স্থিতিস্থাপক কঠিন পদার্থের মধ্যে সঞ্চারিত ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের বর্ণনা কী করে দেওয়া যায়? আমাদের দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণের সম্প্রসারণ করে ত্রিমাত্রিক সমীকরণে যেতে হয়। এ কাজটি আপনার জন্য একটি অনুশীলনী হিসাবে রইল।

অনুশীলনী - 5

8.22 সমীকরণটিকে ত্রিমাত্রিক সমীকরণে রূপান্তরিত করুন।

এবার আমরা তরঙ্গের কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্মের কথা আলোচনা করব। আলোকতরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ঘটনা আপনাদের কাছে নিশ্চয়ই অতি পরিচিত। শব্দতরঙ্গের প্রতিফলনের ফলে উৎপন্ন প্রতিধ্বনিও আপনাদের কাছে অপরিচিত নয়। কাজেই সাধারণভাবে তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ সম্বন্ধে আপনি নিশ্চয়ই জানতে চাইবেন। আসুন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণের বিষয়গুলি আমরা গাণিতিকভাবে দেখার চেষ্টা করি।

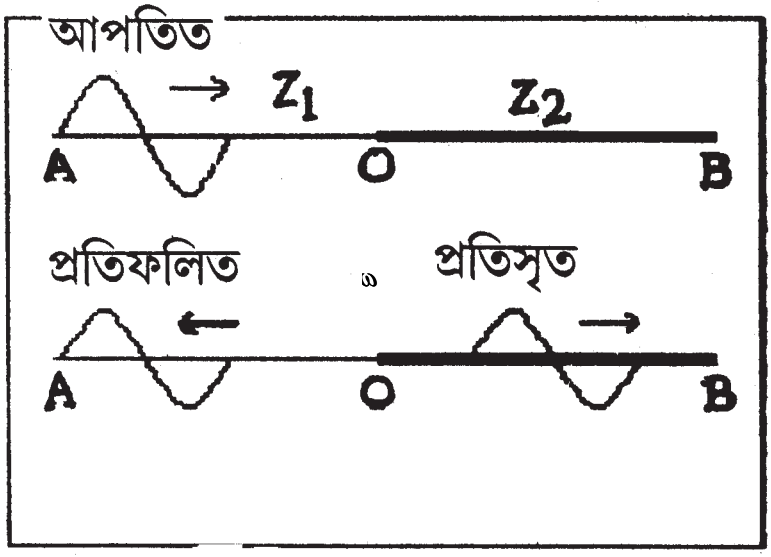
8.5 প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত (transmitted) তরঙ্গ বিস্তারের গুণাঙ্ক

একটি তরঙ্গ যখন দুটি বিভিন্ন মাধ্যমের বিভেদতলে আঘাত করে, তখন এর কিছুটা অংশ প্রতিফলিত হয় এবং কিছু অংশ প্রতিসৃত হয়। বিভিন্ন মাধ্যম তাদের মধ্যে প্রবাহিত তরঙ্গে বিভিন্ন প্রতিরোধ সৃষ্টি করে। এখন আমরা দেখব যে, দুটি মাধ্যমের বিভেদতলে প্রতিরোধের হঠাৎ পরিবর্তনের ফলে তরঙ্গের কিরূপ পরিবর্তন হয়। এজন্য প্রথমে আমরা অনুপ্রস্থ তরঙ্গের কথা আলোচনা করব।

8.5.1 অনুপ্রস্থ তরঙ্গ

একটি সরু তার AO এবং আর একটি মোটা তার OB কে O বিন্দুতে জুড়ে টান করে রাখা হল। দুটি তারের টানই (T) এখন সমান। ধরা যাক, তার দুটির বিশিষ্ট প্রতিরোধ Z_1 এবং Z_2

চিত্র 8.4 - প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ভিন্ন ভরযুক্ত দুটি বিভিন্ন তারের মধ্যে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ।



ধরুন, একটি তরঙ্গ x অক্ষ বরাবর অগ্রসর হয়ে O বিন্দুতে আংশিক প্রতিফলিত এবং আংশিক প্রতিসৃত হল। আপতিত, প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের সরণ এইভাবে লেখা যায়,

$$y_i(x, t) = a_i \sin({}_0t - k_1x) \qquad ...8.24$$

$$y_i(x, t) = a_r \sin({}_0t + k_1x) \qquad ...8.25$$

এবং $$y_t(x, t) = a_t \sin({}_0t - k_2x) \qquad ...8.26$$

যেখানে সরণ এবং বিস্তারের পদাঙ্ক (Subscripts) i, r এবং t আপতিত প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গ বোঝায়। আপনারা নিশ্চয় লক্ষ্য করে থাকবেন যে, এই তরঙ্গগুলির কৌণিক কম্পাঙ্ক সমান রয়েছে। এছাড়া আপতিত এবং প্রতিফলিত তরঙ্গের সঞ্চরণ ধ্রুবক (propagation constant) একই, কিন্তু প্রতিসৃত তরঙ্গের ক্ষেত্রে এটি আলাদা। আপনি কি এর কারণ বোঝার চেষ্টা করেছেন? এর কারণ হচ্ছে যে, মাধ্যমের পরিবর্তন হলেই তরঙ্গের বেগের ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে। আপনি নিশ্চয় আরও লক্ষ্য করেছেন যে, প্রতিফলিত তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা k_1x এর আগে ধনাত্মক চিহ্ন দিয়েছি। এর কারণ, এই তরঙ্গটি x এর ঋণাত্মক দিকে অগ্রসর হচ্ছে।

প্রতিফলন ও প্রতিসরণ গুণাঙ্কের প্রকৃত অর্থ বুঝতে হলে আমাদের সীমান্ত শর্তাবলী (boundary conditions) ব্যবহার করতে হবে।

দুই মাধ্যমের সংযোগস্থলে প্রথম মাধ্যমে কণার মোট সরণ এবং টানের অনুপ্রস্থ উপাংশের মোট মান যথাক্রমে দ্বিতীয় মাধ্যমের কণার মোট সরণ ও টানের অনুপ্রস্থ উপাংশের সমান হবে। যেহেতু আপতনের দিকের মাধ্যমে আপতিত ও প্রতিফলিত এই দুই তরঙ্গ এবং অন্য দিকের মাধ্যমে কেবলমাত্র প্রতিসৃত তরঙ্গ আছে, এক্ষেত্রে সীমান্ত শর্তগুলি হল:

দুই মাধ্যমের সংযোগস্থলে, অর্থাৎ $x = 0$ বিন্দুতে

1. আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের সরণের যোগফল = প্রতিসৃত তরঙ্গের সরণ,

2. আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের টানের অনুপ্রস্থ উপাংশগুলির যোগফল = প্রতিসৃত তরঙ্গের টানের অনুপ্রস্থ উপাংশ।

এই দুটি শর্ত থেকে পাই,

$$y_i(x, t)_{x=0} + y_r(x, t)_{x=0} = y_t(x, t)_{x=0} \qquad ...8.27$$

এবং ...8.28

সমীকরণ 8.24, 8.25, 8.26 ব্যবহার করে 8.27 শর্ত থেকে পাওয়া যায়,

$$a_i \sin \omega_0 t + a_r \sin \omega_0 t = a_t \sin \omega_0 t$$

অথবা $$a_i + a_r = a_t \qquad ...8.29$$

আবার 8.28 শর্ত ব্যবহার করে পাবেন,

$$a_i k_1 T \cos \omega t - a_r k_1 T \cos \omega t = a_r k_2 T \cos \omega t$$

অথবা $$k_1 T(a_i - a_r) = k_2 T a_t \qquad ...8.30$$

আমরা জানি যে,

$k_1 T =$ (8.15a সমীকরণ অনুযায়ী)

এখানে Z_1 = প্রথম মাধ্যমের প্রতিরোধ। একইভাবে আমরা লিখতে পারি

$k_2T = 2\pi$ Z_2 যেখানে Z_2 দ্বিতীয় মাধ্যম কর্তৃক প্রদত্ত প্রতিরোধ

এই ফলগুলি ব্যবহার করে আমরা সমীকরণ 8.30 - কে লিখতে পারি,

2 $Z_1(a_i - a_r) = 2$ $Z_2 a_t$

অথবা $Z_1(a_i - a_r) = Z_2 a_t$ ...8.31

(8.29) এবং (8.31) সমীকরণ থেকে আপনি সহজেই এবং অনুপাত নির্ণয় করতে পারেন। এই

অনুপাতগুলি থেকে আমরা আপতিত বিস্তারের কতটা অংশ প্রতিফলিত হচ্ছে আর কতটা অংশ প্রতিসৃত হচ্ছে তার মান জানতে পারি। এই অনুপাতগুলিকে বলা হয় প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের (transmission) বিস্তার গুণাঙ্ক। আমরা এ দুটিকে R_{12} এবং T_{12} দ্বারা প্রকাশ করব:

$R_{12} =$ ...8.32

এবং $T_{12} =$ ...8.33

আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, প্রতিফলন ও প্রতিসরণ বিস্তার গুণাঙ্ক মাধ্যম দুটির প্রতিরোধের উপর নির্ভর করে।

এখন 8.32 এবং 8.33 সমীকরণগুলি থেকে প্রাপ্ত ফলগুলির অর্থ নির্ণয়ের চেষ্টা করা যাক।

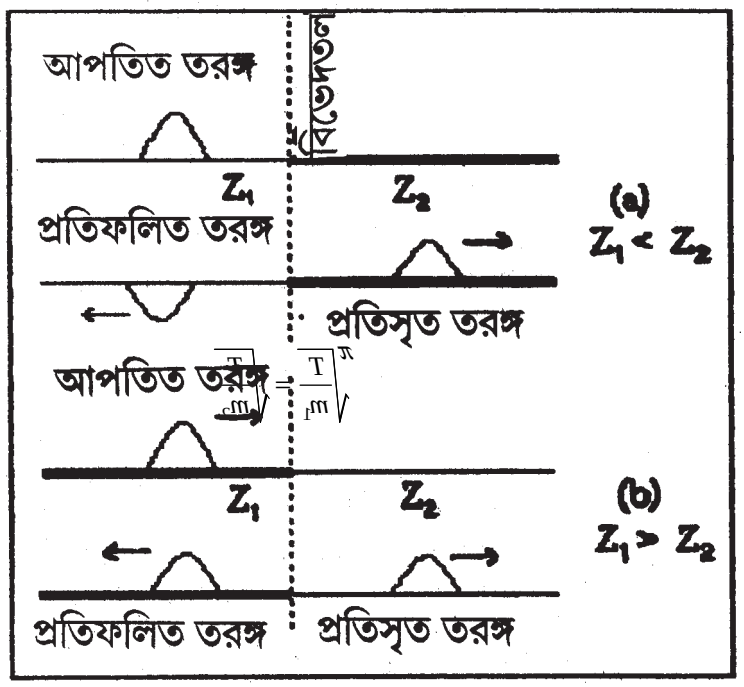
(i) মনে করা যাক, তারটির একপ্রান্ত দেওয়ালে আটকানো আছে। এরঅর্থ হল, দ্বিতীয় মাধ্যমটি অত্যন্ত ভারী অর্থাৎ $Z_2 = \infty$। এক্ষেত্রে $R_{12} = -1$ এবং $T_{12} = 0$। ফলস্বরূপ আমরা লিখতে পারি, $a_r = -a_i$ এবং $a_t = 0$ অর্থাৎ, প্রতিফলিত এবং আপতিত বিস্তারের মান একই কিন্তু চিহ্ন বিপরীত এবং প্রতিসৃত কোনও তরঙ্গ নেই। এর অর্থ, আপতিত তরঙ্গ অত্যন্ত ঘন মাধ্যম থেকে প্রতিফলিত হলে দশার পরিবর্তন হয়।

(ii) যখন $Z_2 > Z_1$ অর্থাৎ, দ্বিতীয় তার মাধ্যমটি ঘনতর, R_{12} তখনও ঋণাত্মক হবে। এর অর্থ, এক্ষেত্রেও প্রতিফলেনর পরে দশা পরিবর্তন হবে। তবে এখানে আপতিত তরঙ্গ অংশত প্রতিফলিত এবং অংশত প্রতিসৃত হবে।

(iii) যখন $Z_2 < Z_1$, R_{12} ধনাত্মক অর্থাৎ, এক্ষেত্রে প্রতিফলনের পরে দশার কোনও পরিবর্তন হয় না। এক্ষেত্রেও তরঙ্গ প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত হয়।

(iv) যখন $Z_1 = Z_2$, $R_{12} = 0$ অর্থাৎ কোনও প্রতিফলন ঘটে না। এক্ষেত্রে $T_{12} = 1$ এবং $a_i = a_t$ এর অর্থ এই যে, প্রতিসৃত তরঙ্গের বিস্তার আপতিত তরঙ্গের বিস্তারের সমান। তরঙ্গটি এক্ষেত্রে দুই মাধ্যমের সীমান্তের অস্তিত্ব অনুভব করতে পারে না।

(i), (ii), (iii) থেকে এটি সুস্পষ্ট হচ্ছে যে, কম প্রতিরোধযুক্ত একটি মাধ্যমে প্রবাহী তরঙ্গ উচ্চ প্রতিরোধযুক্ত কোনও মাধ্যমের (বাতাস থেকে জল) বিভেদতল পৌঁছলে প্রতিফলিত তরঙ্গের দশার পরিবর্তন ঘটে। কিন্তু উচ্চ প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যমে প্রবাহী তরঙ্গ যখন কম প্রতিরোধযুক্ত কোনও মাধ্যমের বিভেদ তলে পৌঁছায় (জল থেকে বাতাস) তখন প্রতিফলিত তরঙ্গের কোনও দশার পরিবর্তন হয় না। আপনারা নিশ্চয় লক্ষ্য করেছেন যে, T_{12} সমসময় ধনাত্মক থাকছে। অর্থাৎ, কোন সময়েই আপতিত তরলের তুলনায় প্রতিসৃত তরঙ্গের দশার পরিবর্তন হয় না। চিত্র (8.5) এ এই ফলগুলি প্রতিফলিত হয়েছে।



চিত্র 8.5 - প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গের রূপ যখন (a) তরঙ্গ কম প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যম থেকে উচ্চপ্রতিরোধযুক্ত মাধ্যমে যাচ্ছে এবং (b) যখন বিপরীত ঘটনা ঘটছে।

8.14 সমীকরণে আপনি দেখেছেন যে, একটি নির্দিষ্ট টানে কম প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যমে তরঙ্গবেগ বেশি হবে। চতুর্থ ক্ষেত্রে, যখন $Z_1 = Z_2$ যদি দুইটি তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর m_1 ও m_2 হয়, তবে বা $m_1 = m_2$ । এক্ষেত্রে তার দুইটি হয় একই উপাদান ও প্রস্থচ্ছেদের অথবা আলাদা উপাদানের হলেও তাদের

ঘনত্ব ও প্রস্থচ্ছেদের এমন যে একক দৈর্ঘ্যের ভর সমান। এই অবস্থায় দুটি তারের কোনও বিভেদতলই থাকে না, ফলে প্রতিফলনও হয় না।

অনুশীলনী - 6

দুটি তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর m এবং $4m$। এই দুটি তারকে একসঙ্গে জুড়ে তাদের উপর T টান প্রয়োগ করা হল। ঐ তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ বিস্তার গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন।

8.5.2 অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ

অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের আলোচনায় আমরা অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে যে উপায় ব্যবহার করেছি সেই একই পদ্ধতি অনুসরণ করব। ধরা যাক, দুটি মাধ্যম যাদের শব্দ প্রতিরোধ Z_1 এবং Z_2, তাদের বিভেদতলে ($x = 0$) একটি শব্দতরঙ্গ লম্বভাবে আপতিত হল। অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রের মত আমরা আপতিত প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের কণার সরণ 8.24, 8.25 এবং 8.26 সমীকরণের মত তিনটি সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করতে পারি:

$$\psi_i (x, t) = a_i \sin(\ _0 t - k_1 x) \qquad ...8.34$$

$$_r(x, t) = a_r \sin(\ _0 t - k_1 x) \qquad ...8.35$$

এবং

$$_t(x, t) = a_t \sin(\ _0 t - k_2 x) \qquad ...8.36$$

এক্ষেত্রে সীমান্ত শর্তাবলী হবে,

(i) কণার সরণ $_1(x, t)$ সীমান্তে অবিচ্ছিন্ন (continuous) অর্থাৎ, দুই মাধ্যমের বিভেদতলে ($x = 0$) ঠিক দুই দিকে সরণের মোট মান সমান হয়।

(ii) দুই মাধ্যমের বিভেদতলে ঠিক দুইদিকের মোট অতিরিক্ত চাপও সমান হয়।

প্রথম শর্তের অর্থ হল :

$a_i + a_r = a_t$

8.2.2 অংশ আপনি দেখেছেন যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে , যেখানে E = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক। আসলে $E = \gamma p_0$ যেখানে এবং p_0 = সাম্যাবস্থার চাপ (Equilibrium pressure) দ্বিতীয় শর্ত থেকে পাই যে,

$$-\gamma\rho_0 \frac{\partial \psi_i}{\partial x} - \gamma\rho_0 \frac{\partial \psi_r}{\partial x} = -\gamma\rho_0 \frac{\partial \psi_t}{\partial x}$$

অর্থাৎ, $\frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_r}{\partial x} = \frac{\partial \psi_t}{\partial x}$ ...8.38

(8.38) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$- a_i k_1 \cos\ {}_0t + a_r k_1 \cos\ {}_0t = - a_t k_2 \cos\ {}_0t$

অথবা, $k_1(a_i - a_r) = k_2 a_t$ ...8.39

আমরা জানি, k_1 =

দিয়ে গুণ এবং ভাগ করে k_1 =

(যেহেতু $Z_1 = \rho_1 v_1$এবং)

একইভাবে আপনি দেখাতে পারেন যে,

$$k_2 = \frac{\omega_0 Z_2}{\gamma \rho_0}$$

8.39 সমীকরণে এই ফল ব্যবহার করে আমরা পাই,

অর্থাৎ $Z_1\ (a_i - a_r) = Z_2 a_1$ ...8.40

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, 8.37 ও 8.40 সমীকরণ দুটি তারের অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা যে 8.29 ও 8.31 সমীকরণ দুটি পেয়েছিলাম, সেগুলির অনুরূপ। সুতরাং, সেগুলির সাহায্যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে 8.32 ও 8.33 সমীকরণদ্বয়ের অনুরূপ সম্পর্ক

$R_{12} = \frac{a_r}{a_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$ ও $T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$

পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে R_{12}ও T_{12}অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ বিস্তার গুণাঙ্ক।

8.6 প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত শক্তির গুণাঙ্ক

আমরা জানি যে, চলতরঙ্গ মাধ্যমের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে শক্তি স্থানান্তরিত করে। এই তরঙ্গ যখন ভিন্ন প্রতিরোধের দুই মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত হয়, তখন এই শক্তির কী হয় তা দেখাই এখন আমাদের

উদ্দেশ্য।

আপনারা জানেন যে, যখন প্রতি একক দৈর্ঘ্যে m ভর যুক্ত একটি তার a বিস্তার এবং ω_0 কৌণিক কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হয় তখন তার একক দৈর্ঘ্য পিছু শক্তি

$$E = \quad ma^2 \;{}_0^2 \qquad ...8.41$$

মনে করা যাক, তরঙ্গ   বেগে সঞ্চারিত হচ্ছে। তাহলে যে হারে তারের মধ্যে দিয়ে শক্তি প্রবাহিত হচ্ছে তা পেতে গেলে আমাদের শক্তির রাশিমালাকে (expression) বেগ দিয়ে গুণ করতে হবে। সুতরাং আপতিত তরঙ্গের সঙ্গে যে হারে শক্তি বিভেদ তলে এসে পড়ে তাকে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারি।

$${}_i = \quad m_1 a_i^2 \;{}_0^2 \; = \quad Z_1 \;{}_0^2 a_i^2 \qquad ...8.42$$

[সূত্র 8.15b তে দেখানো হয়েছে যে Z = mv]

একই ভাবে, যে হারে শক্তি প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের সঙ্গে বিভেদতল ছেড়ে যায়, সেগুলি যথাক্রমে

$$P_r = \quad Z_1 \;{}_0^2 a_r^2 \qquad ...8.43$$

এবং $P_t = \quad Z_2 \;{}_0^2 a_t^2$ ...8.44

আমরা আগেই দেখেছি $a_r = a_i$ এবং $a_t = a_i \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$ এই সম্পর্কগুলি ব্যবহার করে পাওয়া যায় :

$$P_r = \frac{1}{2} Z_1 \;{}_0^2 \qquad a_i^2 \qquad ...8.45$$

এবং $P_t = \quad Z_2 \;{}_0^2 \qquad a_i^2$ ...8.46

উপরের ফলগুলি প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত শক্তির গুণাঙ্ক R_E ও T_E নির্ণয়ে ব্যবহার করা যায়।

$$R_E = \frac{\text{মাধ্যমের বিভেদতল প্রতিফলিত শক্তির হার}}{\text{মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত শক্তির হার}} = \qquad ...8.47$$

$$T_E = \frac{\text{মাধ্যমের বিভেদতল প্রতিসৃত শক্তির হার}}{\text{মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত শক্তির হার}} = \qquad ...8.48$$

সমীকরণ 8.47 থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে $Z_1 = Z_2$ হলে $R_E = 0$; এর অর্থ, যখন প্রতিরোধ মিলন (impedance matching) হয়, তখন কোন, শক্তি প্রতিফলিত হয় না। শক্তি পরিবহনের ক্ষেত্রে এই প্রতিরোধ মিলন অত্যন্ত গুরুভূমিকা পালন করে। শক্তি পরিবহনকারী দীর্ঘ কেব্‌ল্ - এ প্রত্যেকটি জোড়ের) জায়গায় এই প্রতিরোধ মিলন অত্যন্ত জরুরী, না হলে প্রতিফলনের ফলে বহু পরিমাণ শক্তির ক্ষয় ঘটতে পারে। একটি লাউড স্পিকার থেকে কোনও ঘরের মধ্যে শব্দ ছড়িয়ে দেওয়ার জন্যও প্রতিরোধ মিলন প্রয়োজন।

অনুশীলনী - 7

বিশিষ্ট প্রতিরোধ Z_1 এবং Z_2 যুক্ত দুইটি মাধ্যমের বিভেদতলে একটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গ আপতিত হলে দেখান যে শক্তি সংরক্ষিত হয়।

অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে শক্তির হস্তান্তরের হিসাবে সচারচর তরঙ্গের তীব্রতা ব্যবহার করা হয়। গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের তীব্রতা:

$$I = \frac{1}{2} \ a^2 \ _0^2$$

$$= 2 \ ^2 \ ^2 a^2 Z \qquad \text{[তরঙ্গ প্রবাহের গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে]} \qquad ...8.49$$

যেখানে মাধ্যমের শব্দ প্রতিরোধ, [illegible] (সূত্র 8.21)

অতএব, আপতিত, প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের প্রাবল্য হয়ে যথাক্রমে

$$I_i = 2 \ ^2 \ ^2 a_i^2 Z_1 \qquad ...8.50$$

$$I_r = 2 \ ^2 \ ^2 a_r^2 Z_1 \qquad ...8.51$$

$$I_t = 2 \ ^2 \ ^2 a_r^2 Z_2 \qquad ...8.52$$

এই তিনটি সমীকরণে ব্যবহার করে দেখানো যায় যে প্রতিফলিত শক্তির গুণাঙ্ক :

$$R_E = \qquad ...8.53$$

এবং প্রতিসৃত শক্তির গুণাঙ্ক :

$$T_E = \qquad ...8.54$$

লক্ষ্য করে দেখুন, অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রেও আমরা একই সমীকরণ পেয়েছিলাম।

অনুশীলনী - 8

জল এবং কাচের বিভেদতলে শব্দতরঙ্গ আপতিত হলে দেখান যে, 66% শক্তি প্রতিফলিত হবে। জল এবং কাচের শব্দ প্রতিরোধ যথাক্রমে $1{\cdot}43 \times 10^6\ \mathrm{Nm^{-3}}s$ এবং $13{\cdot}9 \times 10^6\ \mathrm{Nm^{-3}}s$

8.7 সারাংশ

এই এককে আমরা একমাত্রিক চলতরঙ্গ হিসাবে টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ এবং স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের কথা বিবেচনা করেছি।

- একটি তারের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত একমাত্রিক অনুপ্রস্থ তরঙ্গকে নিচের সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করা যায়—

$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}$ যেখানে $\psi(x, t)$ হচ্ছে তারটির সরণ এবং তরঙ্গবেগ।

- টানা তারে সৃষ্ট তরঙ্গের বেগ যেখানে T = তারের টান এবং m = একক দৈর্ঘ্যের ভর।

স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ যেখানে E = মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক এবং = মাধ্যমের ঘনত্ব। বাতাসে শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের প্রসারণ ও অনুভবন রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় ঘটে। এই তরঙ্গের বেগ—

= স্থির চাপ ও স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপদ্বয়ের অনুপাত। কঠিন পদার্থের দণ্ডে প্রবাহিত শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে

যেখানে Y = মাধ্যমের ইয়ং গুণাঙ্ক।

- যখন একটি তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্যে অগ্রসর হয়, তখন মাধ্যম তাকে বাধা দেয়। তরঙ্গপথের এই বাধাকে তরঙ্গ প্রতিরোধ বলা হয়। টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের বিশিষ্ট প্রতিরোধের মান

Z =

স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে শব্দতরঙ্গের বিশিষ্ট প্রতিরোধের মান:

$Z =$

- দ্বিমাত্রিক তরঙ্গ প্রবাহের সমীকরণ :

এই সমীকরণের সমাধান:

$$\Psi (r, t) = a\sin(\ _0t - k.r)$$

এখানে $\quad k.r = k_x x + k_y y$ এবং $k^2 = k_x^2 + k_y^2$

- একটি মাধ্যমের মধ্যে প্রবাহিত তরঙ্গ যখন অন্য প্রতিরোধ সম্পন্ন একটি দ্বিতীয় মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত হয়, তখন তার কিছু অংশ প্রতিফলিত এবং কিছু অংশ প্রতিসৃত হয়। এই প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত বিস্তার গুণাঙ্ক হচ্ছে যথাক্রমে—

$R_{12} =$ [illegible] এবং $\dfrac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$

- নিম্ন প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যম থেকে প্রবাহিত একটি তরঙ্গ যখন উচ্চ প্রতিরোধযুক্ত একটি মাধ্যমতলে প্রতিফলিত হয় তখন প্রতিফলিত তরঙ্গের π দশা পরিবর্তন ঘটে।

8.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. 500Hz কম্পনযুক্ত একটি সুরের ঘরের উষ্ণতায় ($15°c$) তরঙ্গদৈর্ঘ্য 70m। প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বাতাসের ঘনত্ব 1.29kgm^{-3} হলে γ-এর মান নির্ণয় করুন।

2. ভূকম্পের ফলে একটি অনুদৈর্ঘ্য বিক্ষোভ 2.5 মিনিটে 10^3km গেল। যদি পাথরের (rock) ঘনত্ব $2{\cdot}7 \times 10^3\text{kgm}^{-3}$ হয়, তাহলে পাথরের আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন।

3. বাতাসে প্রবাহিত একটি শব্দতরঙ্গ লম্বভাবে জলপৃষ্ঠে আঘাত করল। দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রবিষ্ট শব্দতরঙ্গে বিস্তার এবং আপতিত তরঙ্গের বিস্তারের অনুপাত নির্ণয় করুন। দেওয়া আছে, বাতাসের ঘনত্ব

$1{\cdot}29\text{kgm}^{-3}$, জলের ঘনত্ব 1000kgm^{-3} এবং বাতাসে ও জলে শব্দের বেগ যথাক্রমে 350ms^{-1} এবং 1500ms^{-1}।

4. একটি টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন এবং তার থেকে ঐ তরঙ্গের বেগের রাশিমালাটিকে লিখুন।

5. দেখান যে, প্রবাহীতে অনুদৈর্ঘ্য শব্দতরঙ্গের সমীকরণ : যেখানে ψ = প্রবাহীর বস্তুকণার সরণ, E = আয়তন গুণাঙ্ক ও = ঘনত্ব। এই সমীকরণ থেকে বায়ুতে শব্দতরঙ্গের বেগের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

6. উপরের প্রশ্নের সমীকরণটি একটি সুষম ধাতব দণ্ডের ক্ষেত্রে কীভাবে লেখা যাবে?

7. মাধ্যমের তরঙ্গ-প্রতিরোধ কাকে বলে? টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ এবং স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে শব্দতরঙ্গ—এই দুই ক্ষেত্রে তরঙ্গ প্রতিরোধের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

8. একটি তরঙ্গ যখন এক মাধ্যম থেকে অন্য একটি মাধ্যমের উপর আপতিত হয়, তখন প্রতিফলন ও প্রতিসরণ গুণাঙ্ক মান কত হয়, দুই মাধ্যমের প্রতিরোধের হিসাবে নির্ণয় করুন।

8.9 উত্তরমালা

অনুশীলনী

1, অমরা জানি যে, টানা তারে তরঙ্গ বেগ,

। T ও m মান বসিয়ে পাওয়া যায় $\nu = \sqrt{\dfrac{10N}{10^{-3}\text{kgm}^{-1}}} = 100\text{ms}^{-1}$

2. আমরা জানি, $\nu = \sqrt{\dfrac{Y}{\rho}}$

মান বসিয়ে $\nu = \sqrt{\dfrac{1{\cdot}95\times10^{11}\text{Nm}^{-2}}{7800\text{kgm}^{-1}}} = 5 \times 10^3\text{ms}^{-1}$

3. $m = 2{\cdot}0 \times 10^{-3}\text{kgm}^{-1}$, $T = 80\text{N}$

(8.15a) সমীকরণ থেকে, $Z = \sqrt{Tm}$

মান বসিয়ে Z =

$= 0{\cdot}4 \mathrm{Nm^{-1}s}$

$F_0 = Z \times \upsilon_0 = 0{\cdot}4 \times 0{\cdot}25 = 0{\cdot}1$ N

4. 8.21 সমীকরণ অনুসারে,

$Z = \rho$

$Z = (1{\cdot}29 kgm^{-3}) \times (332 ms^{-1})$

$= (4{\cdot}28 \times 10^2) kgm^{-2}s^{-1}$

$= 428 Nm^{-3}s$

জলের শব্দ প্রতিরোধ বেশি হবে। কেননা, প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে জলের ঘনত্ব বাতাসের তুলনায় প্রায় 800 গুণ বেশি। জলে শব্দের বেগও বাতাসে শব্দের বেগের প্রায় 5 গুণ।

5. ত্রিমাত্রিক তরঙ্গে বল x, y এবং z অক্ষ বরাবর নিরপেক্ষভাবে কাজ করবে।

সমীকরণটি হবে

যেখানে, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

এবং,

6. প্রতিরোধ, টান এবং প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভরের মধ্যে সম্পর্ক নিম্নরূপ :

$Z =$ তার দুটির জন্য সম্পর্ক হলে $Z_1 =$ এবং $Z_2 =$

সমীকরণ 8.32 এবং 8.33 অনুসারে,

$R_{12} =$ এবং $T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 - Z_2}$

$\therefore R_{12} =$

এবং $T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{2 \, Z_1/Z_2}{Z_1/Z_2 + 1} = \frac{2}{3}$

R_{12} ঋণাত্মক হওয়ার অর্থ হল যে দুই মাধ্যমের বিভেদতলে π দশার পরিবর্তন হয়েছে।

7. 8.42 সমীকরণ থেকে পাই, যে হারে শক্তি দুই মাধ্যমের বিভেদতলে পৌঁছয় তা হচ্ছে,

$P_i = \quad Z_1 \quad {}_0^2 \; a_i^2$

এবং যে হারে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের সঙ্গে শক্তি দুই মাধ্যমের বিভেদতলে ছেড়ে যায়, তা হল :

$P_r + P_t = \quad Z_1 \quad {}_0^2 a_r^2 + \quad Z_2 \quad {}_0^2 a_t^2$

a_r এবং a_t র মান :

$a_i + a_r = a_t$ এবং $Z_1(a_i - a_r) = Z_2 a_t$

থেকে বসিয়ে

$P_r + P_t = \quad Z_1 \quad {}_0^2 \qquad a_i + \quad Z_2 \quad {}_0^2$

$$= \frac{1}{2} Z_1 \omega_0^2 \left[\left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 + \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \right] a_i^2$$

=

= $Z_1\ _0{}^2 a_i^2 = P_i$

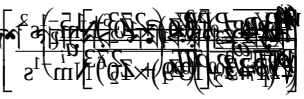
যেহেতু, যে হারে শক্তি বিভেদতলে পৌঁছাচ্ছে সেই হারেই বিভেদতল ছেড়ে যাচ্ছে, আমরা বলতে পারি যে, শক্তি সংরক্ষিত হচ্ছে।

8. প্রতিফলিত শক্তির গুণাঙ্ক হচ্ছে,

$R =$ $=$ $=$ $= 0{\cdot}66$

এর অর্থ, যখন শব্দতরঙ্গ জল ও কাচের সংযোগস্থলে আঘাত করে তখন শক্তির 66% প্রতিফলিত হয়।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী



1. আমরা জানি, আদর্শ [illegible] যেখানে পাদচিহ্নটি ঘরের অবস্থায় এবং o পাদচিহ্নটি প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় চাপ, আয়তন বা উষ্ণতা নির্দেশ করছে। যেহেতু আয়তন V ও ঘনত্ব ρ ব্যাস্তানুপাতী,

$\therefore$ $= 1{\cdot}055{\cdot}$

আবার শব্দের বেগ v = v =

$= (\ )^2 \div (\ )^{2\cdot}$

= × 1·29 (P_0= 1·013 ×10^5 Nm^{-2})

= 1·48

2. ভূকম্পন জনিত তরঙ্গের বেগ

= 6·7 × $10^{-3}$$ms^{-1}$

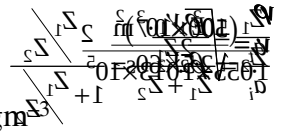
যেহেতু

আমরা লিখতে পারি $E = \nu^2$

মান বসিয়ে পাই

E = (6·7 × $10^3$$ms^{-1}$)^2 × 2·7 × $10^3$$kgm^{-3}$

= 1·2 × $10^{11}$$Nm^{-2}$

3. দেওয়া আছে 

$_1$ = 1·29kgm^{-3}

$_2$ = 1000kgm^{-3}

$_1$ = 350ms^{-1}

$_2$ = 1500ms^{-1}

যেহেতু শব্দতরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য, আমরা লিখতে পারি (8.33 থেকে)

যেহেতু $Z = \rho$, আমরা লিখতে পারি

$$= \frac{1{\cdot}29\text{kgm}^{-3} \times 350\text{ms}^{-1}}{1000\text{kgm}^{-3} \times 1500\text{ms}^{-1}}$$

$$= 3{\cdot}01 \times 10^{-4}$$

সুতরাং, $\frac{a_t}{a_i} = \frac{2\left(3{\cdot}01 \times 10^{-4}\right)}{1+\left(3{\cdot}01 \times 10^{-4}\right)} = 6{\cdot}02 \times 10^{-4}$

লক্ষ্য করুন যে, জলের প্রতিরোধ অনেক বেশি হওয়ায়, বাতাসের শব্দতরঙ্গের অতি অল্প অংশই জলের মধ্যে প্রবেশ করে।

4. এর উত্তর আপনি 8.2.1 অংশে পাবেন।

5. 8.2.2 অংশে এর উত্তরটি পাওয়া যাবে।

6. 8.2.3 অংশ দ্রষ্টব্য।

7. 8.3 অংশ দ্রষ্টব্য।

8. 8.5 অংশ দ্রষ্টব্য।