একক 1 ❑ আলোকের চরিত্র

গঠন

1.1 প্রস্তাবনা

বিশ্বের রূপ ও রঙের বার্তা যে দূত আমাদের কাছে বহন করে আনে তা হল আলো। আলো কী, আলো কি কণিকার স্রোত না তরঙ্গ, তা কোন মাধ্যমে কেমন করে সঞ্চারিত হয় আর আলোর সাহায্যে আমরা কীভাবে

দোখ—এ প্রশ্নগুলি বহু শতাব্দী ধরে মানুষের মনে উদিত হয়েছে। আলোকের চরিত্র উদ্‌ঘাটনে বিজ্ঞানীরা নানা পরীক্ষা নিরীক্ষা করেছেন। তাঁরা কেউ ভেবেছেন আলো কণিকার সমষ্টি, আলোর যে সব ধর্ম তাঁরা প্রত্যক্ষ করেছেন, সেগুলি ব্যাখ্যা করতে চেয়েছেন এই কণিকার উপর নানা ধর্ম আরোপ করে। আবার কখনও তাঁরা ধাক্কা খেয়েছেন যুক্তির দেওয়ালে, পরীক্ষা করতে গিয়ে এমন ঘটনা তাঁরা লক্ষ্য করেছেন যা আলোকে তরঙ্গ ধরলে তবেই ব্যাখ্যা করা যায়। পদার্থবিদ্যার অগ্রগতির সঙ্গে কণিকা আর তরঙ্গের সীমারেখা অস্পষ্ট হয়ে গেছে। তাই আধুনিক যুগের বৈজ্ঞানিক ধারণায় আলো কণিকাও বটে, তরঙ্গও বটে, এক এক অবস্থায় তার এক এক রূপ প্রতীয়মান হয়।

আলোকে আমরা তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ হিসাবে চিনতে পেরেছি। কিন্তু সেটি ঠিক কোন ধরনের তরঙ্গ তা জানার আগেই তরঙ্গ সঞ্চারের পদ্ধতিটি অনুমান করে নিয়ে আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণের মত জ্যামিতীয় ধর্মগুলির ব্যাখ্যা করা যায়। অপর দিকে ব্যতিচার, ব্যবর্তন ও সমবর্তন ধর্মগুলির থেকে আলোর অনুপ্রস্থ তরঙ্গের রূপ প্রতিষ্ঠিত হওয়ার পরও আলোক তড়িৎক্রিয়ার মত কোন কোন ঘটনা আবার তার কণিকাচরিত্রের দিকে অঙ্গুলি নির্দেশ করে। এইভাবে নানা পরীক্ষা নিরীক্ষা, প্রকল্প ও তত্ত্বের মধ্যে কীভাবে আলোর কণিকাবাদ ও তরঙ্গবাদের সংশ্লেষণ ঘটেছে তা এই এককে পড়তে আপনি নিশ্চয়ই আগ্রহী হবেন।

আলোক বিদ্যার ইতিহাস আজ পদার্থবিদ্যার দীর্ঘ ইতিকথার অঙ্গীভূত হয়েছে। এই ইতিহাসের প্রথম কয়েকটি পাতা বর্তমান পর্যায়ের প্রথম এককের বিষয়বস্তু। এটি জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যা ও ভৌত আলোকবিদ্যা, উভয়েরই উপক্রমণিকা।

উদ্দেশ্য

এককের নাম থেকে এটি স্পষ্ট যে এই এককের উদ্দেশ্য আলোকের সার্বিক চরিত্রের সঙ্গে আপনাকে পরিচিত করা। আমরা আশা করব এই এককটি পড়ার পর আপনি

- আলোকের কণিকাতত্ত্বের সমর্থনে ও বিপক্ষে যুক্তি দিতে পারবেন এবং আলোকণিকার উপর কিছু বিশেষ ধর্ম আরোপিত করে কীভাবে কিছু ভৌত ঘটনার ব্যাখ্যা দেওয়া হয়েছিল তা বিবৃত করতে পারবেন।
- আলোকের তরঙ্গ তত্ত্বের স্বপক্ষে যুক্তি দিতে পারবেন এবং আলোক যে তড়িৎচুম্বকীয় অনুপ্রস্থ তরঙ্গ, কোন কাল্পনিক মাধ্যমে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ নয় তা বোঝাতে পারবেন।
- তরঙ্গ সঞ্চারণের হাইগেন-নীতি ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং হাইগেন নীতির সাহায্যে প্রতিফলন, প্রতিসরণ ও অভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলনের ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ফারমাট বা ফের্মার নীতি ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ক্ষেত্রে এই নীতির যথার্থতা প্রতিপন্ন করতে পারবেন।
- আধুনিক কোয়াণ্টাম তত্ত্বে কীভাবে আলোক ও সেইসঙ্গে যে কোন বস্তুর কণিকা ও তরঙ্গধর্মের একীভবন ঘটেছে তার সংক্ষিপ্ত বিবরণ দিতে পারবেন।

1.2 আলোক কণিকা না তরঙ্গ?

বিজ্ঞানের যে সব প্রশ্ন বহু শতাব্দী ধরে বৈজ্ঞানিকদের ব্যস্ত রেখেছে, এটি নিঃসন্দেহে সেগুলির একটি। আলোর চরিত্র সম্বন্ধে প্রাচীন গ্রীক দার্শনিক ও গণিতবিদ্‌ এমপিডো ক্লিস (খ্রিষ্টপূর্বাব্দ 490-430) ও ইউক্লিডের

(প্রায় খ্রি. পূ. 300) রচনা থেকে বোঝা যায় সেযুগের দার্শনিকরা আলোর সরলরৈখিক গতি, প্রতিফলন, প্রতিসরণ, এমন কি আতস কাচের কথা জানতেন।

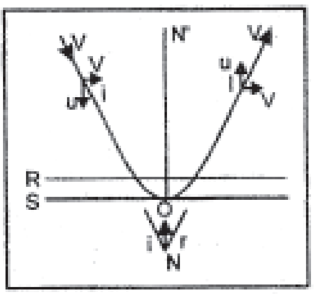
গাণিতিক পদার্থবিদ্যার দৃষ্টিভঙ্গি থেকে আলোর চরিত্র বিচারের চেষ্টা হয় এর অনেক পরে। ষোড়শ শতাব্দীতে দেকার্তে(Descartes) আলোর একটি ভৌত বর্ণনা দেওয়ার চেষ্টা করেন। তিনি ধরে নিয়েছিলেন আলো এক ধরনের চাপ, যেটি এক সর্বব্যাপী স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চারিত হয়। এই সময় থেকেই আলোক বিজ্ঞানের উন্নতি হতে থাকে। গ্যালিলিও তাঁর নির্মিত টেলিস্কোপ দিয়ে সৌরজগতের রহস্য উন্মোচন করার পথে অগ্রসর হন। 1621 খ্রিস্টাব্দে স্নেল (Snell) আলোর প্রতিসরণের সূত্র আবিষ্কার করেন। 1657 খ্রিষ্টাব্দে ফের্মা (Fermat) তাঁর প্রখ্যাত স্বল্পতম কালের নীতি বিবৃত করেন এবং তার সাহায্যে প্রতিফলন ও প্রতিসরণের নিয়মগুলি ব্যাখ্যা করতে সমর্থ হন। এ সম্বন্ধে আপনি এই এককেই কিছুটা জানতে পারবেন। এই শতকের একটি উল্লেখযোগ্য আবিষ্কার হল 'নিউটনের বলয়' যার কৃতিত্ব রবার্ট বয়েল (Robert Boyle) এবং রবার্ট হুক (Robert Hooke) উভয়েরই। আপনি নিশ্চয়ই ভাবছেন, এই ঘটনাটির নামকরণ নিউটনের নামে হয়েছিল কেন। নিউটন (Isaac Newton) এই ঘটনার ব্যাখ্যা দিয়েছিলেন আলোকে কণিকার স্রোত ধরে নিয়ে। নিউটনের তত্ত্ব সঠিক না হলেও ঐতিহাসিক কারণে আমরা নিউটনের বলয় নামটি এখনও ব্যবহার করি। নিউটনের কণিকাতত্ত্বটি কী সেটি এবার দেখা যাক।

1.2.1 আলোকের কণিকাতত্ত্ব

নিউটন তাঁর কণিকাতত্ত্বে ধরে নিয়েছিলেন যে, যে কোন দীপ্ত বস্তু থেকে আলো কণিকার স্রোতের রূপে নির্গত হয়। এই কণিকাগুলি প্রচণ্ড বেগে প্রথম গতিসূত্র অনুযায়ী সরলরেখায় ধাবিত হয়। কণিকাগুলি অত্যন্ত হাল্কা ও স্থিতিস্থাপক এবং আকারে এত ছোট যে, সেগুলি স্বচ্ছ বস্তুর আন্তরাণবিক শূন্যস্থানের মধ্য দিয়ে চলে যেতে পারে। প্রতিফলন ব্যাখ্যা করার জন্য সেগুলি মসৃণ তল থেকে বিকর্ষণী বলের প্রভাবে প্রতিক্ষিপ্ত হয়, এমনও ধরা হয়েছিল। এই কণিকাগুলি যখন চক্ষুর রেটিনায় পড়ে তখনই আলোকের অনুভূতি সৃষ্ট হয়।

দেখা যাক, কণিকাতত্ত্ব থেকে আলোকের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ কীভাবে ব্যাখ্যা করা যায়।

ধরুন, আলোককণিকা c, V বেগে প্রতিফলক s তলের উপর আপতিত হল (চিত্র 1.1)। কণিকাটি s এর সমান্তরাল R তলে পৌঁছালে সেটির উপর s এর লম্বমুখী বিকর্ষণী বল কাজ করে। এর ফলে কণিকাটি যখন s তলের O বিন্দুতে এসে পৌঁছায় তখন তার বেগের যে উপাংশ (u) s এর সমান্তরাল সেটি অপরিবর্তিত থাকলেও, s এর লম্ব অভিমুখী উপাংশ v থেকে কমে শূন্য হয়। এর পর ঐ একই বিকর্ষণী বলের প্রভাবে কণিকাটি R তলে পৌঁছে s এর লম্ব অভিমুখে v গতির উপাংশ লাভ করে। প্রতিফলনের আগে ও পরে কণিকার বেগ s তলের লম্ব NON′ এর সঙ্গে যে কোণগুলি রচনা করে সেগুলিই আপতন কোণ i এবং প্রতিফলন কোণ r। স্পষ্টই বোঝা যায়

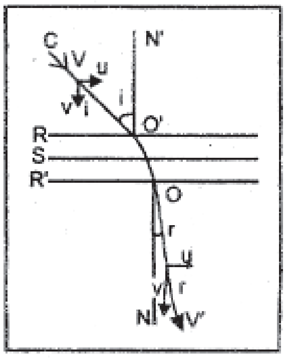


চিত্র 1.1

$v = V \cos i = V \cos r$ এবং $u = V \sin i = V \sin r$ সুতরাং $i = r$।

যেহেতু আপতনের আগে V ও NN′ যে তল রচনা করে, প্রতিফলনের ফলে তার লম্ব অভিমুখে কণিকাটি কোন গতিবেগ লাভ করে না; অতএব আপতিত রশ্মি, প্রতিফলিত রশ্মি ও লম্বটি একই তলে থাকবে। এইভাবে কণিকাতত্ত্ব থেকে প্রতিফলনের ব্যাখ্যা দেওয়া সম্ভব।

আলোর প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করার জন্য আমাদের ধরে নিতে হবে যে আলোক কণিকা প্রতিসারক তল S দ্বারা আকৃষ্ট হয়। S তলের দুই পাশে দুই সমান্তরাল তল R ও R′ এর মধ্যবর্তী অঞ্চলে এই বল ক্রিয়া করে। এই আকর্ষণী বলের প্রভাবে S তলের লম্ব বরাবর কণিকার বেগের উপাংশ v থেকে বেড়ে v′ হয় (চিত্র 1.2) এবং বেগ V থেকে বেড়ে V′ হয়। কিন্তু বেগের সমান্তরাল উপাংশ u প্রতিফলনের ক্ষেত্রের মত অপরিবর্তিত থাকে। প্রতিসরণের আগে ও পরে কণিকার বেগ S তলের লম্বের সঙ্গে যে কোণগুলি রচনা করে সেগুলি যথাক্রমে আপতন কোণ i ও প্রতিসরণ কোণ r। সুতরাং



চিত্র 1.2

$$u = V \sin i = V' \sin r$$

অর্থাৎ $\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{V'}{V}$ = $\dfrac{\text{দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোকের বেগ}}{\text{প্রথম মাধ্যমে আলোকের বেগ}}$

= প্রথম মাধ্যমের সাপেক্ষে দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক μ_{21}, যেটি একটি ধ্রুবক। ... (1.1)

আপনি নিশ্চয়ই জানেন, যে sin i / sin r = ধ্রুবক, এই সূত্রটিই হল স্নেলের সূত্র। এছাড়া প্রতিফলনের মত প্রতিসরণের ক্ষেত্রেও আলোক কণিকা আপতন তলের লম্বের দিকে কোন বেগ লাভ করে না। সুতরাং আপতিত রশ্মি, প্রতিসৃত রশ্মি আর প্রতিসারক তল S এর উপর লম্ব O′N′ বা ON একই তলে থাকবে। এইভাবে কণিকাতত্ত্ব থেকে প্রতিফলনের মত প্রতিসরণও ব্যাখ্যা করা যায়।

কণিকাতত্ত্বের অসঙ্গতি

কণিকাতত্ত্বের সাহায্যে আলোকের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের যে ব্যাখ্যা দেওয়া হল, তার মধ্যে কয়েকটি গুরুতর অসঙ্গতি হয়ত আপনার চোখে পড়েছে। এগুলি হল ঃ

(i) বিভিন্ন মাধ্যমে আলোকের বেগ মেপে দেখা গেছে ঘন মাধ্যমে এই বেগ লঘু মাধ্যম অপেক্ষা কম। দেখা যায়, লঘু মাধ্যমের সাপেক্ষে ঘন মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক '1' এর চেয়ে বেশি। কিন্তু কণিকাতত্ত্ব অনুযায়ী, ঘন মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক 1 অপেক্ষা কম হওয়া উচিত। স্পষ্টত, এটি পর্যবেক্ষণের সম্পূর্ণ বিরোধী।

(ii) আলোক কণিকার উপর যে আকর্ষণী ও বিকর্ষণী বলের কল্পনা করা হয়েছে, সেগুলির উদ্ভব কীভাবে হয়? কোন মাধ্যম কণিকাগুলিকে আকর্ষণ করে, আবার অন্য কোন মাধ্যম কণিকাগুলিকে বিকর্ষণ করে, এরই বা কারণ কী?

(iii) যদি ধরে নেওয়া হয় মাধ্যম আলোক কণিকার উপর যে বল প্রয়োগ করে তা আকর্ষণী না বিকর্ষণী হবে তা মাধ্যমের চরিত্রের উপর নির্ভর করে, তাহলেও কাচ বা জলের তল থেকে আলো একই সঙ্গে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত হয় কেন? এর ব্যাখ্যা দেওয়ার জন্য নিউটন কল্পনা করেছিলেন যে কণিকাগুলির মাঝে মাঝেই চরিত্রের পরিবর্তন ঘটে এবং আলোকরশ্মির মধ্যে কণিকাগুলির কতকগুলি প্রতিফলনের এবং কতকগুলি প্রতিসরণের পক্ষে সুবিধাজনক অবস্থায় থাকে। এই ব্যাখ্যা নিশ্চয়ই আপনার কাছে সহজগ্রাহ্য বলে মনে হচ্ছে না।

(iv) একটি সমতল প্রতিফলক আর তার উপরে রাখা একটি উত্তল লেন্সের মধ্যে যে সূক্ষ্ম বায়ুস্তর থাকে তার উপর আলো পড়লে আলোর ব্যতিচারের ফলে অনেকগুলি বলয়াকৃতি পটি দেখা যায়। নিউটন কণিকার চরিত্রের এই নিরন্তর ঘটতে থাকা পরিবর্তনের কল্পনা করে এই ঘটনার ব্যাখ্যা দিতে চেষ্টা করেছিলেন, যার জন্য ঐ পটিগুলির নাম হয়েছিল 'নিউটনের বলয়' (Newton's rings)। পরে দেখা গিয়েছিল যে কণিকাতত্ত্বের সাহায্যে আলোর ব্যতিচার, ব্যবর্তন বা সমবর্তনের কোন সুষ্ঠু ব্যাখ্যাই দেওয়া যায় না। এই পর্যায়ের পরবর্তী এককগুলিতে আপনি আলোকের তরঙ্গতত্ত্ব থেকে এসব ঘটনার সম্বন্ধে বিশদভাবে জানতে পারবেন।

1.2.2 আলোকের তরঙ্গতত্ত্ব

আলোর তরঙ্গ তত্ত্বের প্রথম প্রবক্তা ছিলেন রবার্ট হুক। আলো ঠিক কী ধরনের তরঙ্গ সে সম্বন্ধে কিছু না বললেও তাঁর মত ছিল এই যে আলো এক অত্যন্ত দ্রুত কম্পন যা নিমেষে সঞ্চারিত হয়। তিনি এও মনে করতেন যে সমসত্ত্ব মাধ্যমে প্রতি কম্পনশীল বিন্দু থেকে একটি গোলকাকার তরঙ্গ উৎপন্ন হয় যা সময়ের সঙ্গে আকারে বৃদ্ধি পায়। এই ধারণা থেকে হুক প্রতিসরণ এবং আলোকের বর্ণের ব্যাখ্যা দিতে চেষ্টা করেছিলেন। হুকের এই তত্ত্বের অনেকটা উন্নতি ও পরিবর্ধন ঘটিয়েছিলেন হাইগেন্স্ (Huygens)। হাইগেন্স্-এর প্রখ্যাত নীতি (1690) অনুযায়ী আলোকতরঙ্গ 'ইথার (Aether)' নামের এক কাল্পনিক মাধ্যমে সঞ্চারিত হয়। ইথারের যে বিন্দুতে এই তরঙ্গ আপতিত হয় সেটিকেই কেন্দ্র করে নূতন গোলকাকৃতি গৌণ তরঙ্গের উৎপত্তি হয়। এই গৌণ-তরঙ্গগুলি আবার আকারে বৃদ্ধি পায় এবং সেগুলিকে স্পর্শ করে থাকা মোড়কটিই তরঙ্গমুখ (Wave-front) হিসাবে এগিয়ে চলে। 1.3 অনুচ্ছেদে আপনি হাইগেন্সের নীতির প্রয়োগের সঙ্গে পরিচিত হবেন। হাইগেন্স্ তাঁর তরঙ্গ সঞ্চারণের নীতির সাহায্যে ক্যালসাইট কেলাসের মধ্যে আলোর দ্বৈধ (double) প্রতিসরণও ব্যাখ্যা করেছিলেন, যা আপনি এই পাঠক্রমের অষ্টম এককে দেখতে পাবেন। আলোর এই দ্বৈধ প্রতিসরণ সম্বন্ধে পরীক্ষা করতে গিয়ে হাইগেন্স্ দেখতে পেলেন যে ক্যালসাইটের মধ্যে প্রতিসরণে যে দুটি রশ্মি উৎপন্ন হয় তার যে কোনটিকে ক্যালসাইটের অপর একটি কেলাসের মধ্য দিয়ে চালনা করে এবং ঐ কেলাসটিকে ঘুরিয়ে সম্পূর্ণ লুপ্ত করা যায়। আমরা জানি যে আলোর সমবর্তনই এই ঘটনার কারণ এবং হাইগেন্স্ এইভাবে আলোর সমবর্তন আবিষ্কার করেছিলেন। কিন্তু হাইগেন্স্ যে তরঙ্গের কল্পনা করেছিলেন তা ছিল পরিচিত শব্দতরঙ্গের মত অনুদৈর্ঘ্য, যার মধ্যে কম্পন কেবলমাত্র একদিকে, অর্থাৎ অগ্রপশ্চাতে হওয়া সম্ভব। তাই হাইগেন্সের তরঙ্গতত্ত্ব সমবর্তনের ব্যাখ্যা দিতে ব্যর্থ হয়েছিল।

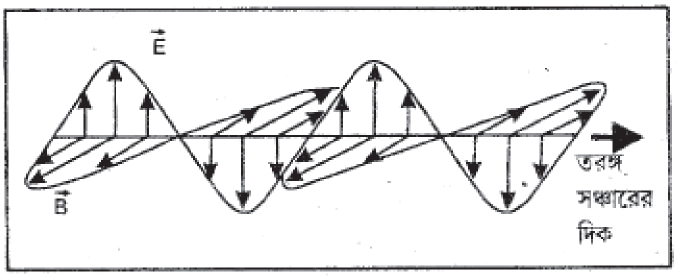
এর পর প্রায় গোটা অষ্টাদশ শতাব্দীতে আলোর চরিত্র সম্বন্ধে গবেষণার বিশেষ অগ্রগতি হয়নি। 1801 খ্রিষ্টাব্দে ইয়ং (Young) আলোক তরঙ্গের উপরিপাতন ও ব্যতিচারের তত্ত্ব বিবৃত করেন। তিনি সূক্ষ্মস্তরের (thin film) যে রং দেখতে পাওয়া যায়, তার ব্যাখ্যাও দেন। ইয়ং-এর তত্ত্ব কিছুটা গুণগত হওয়ায় সেটি ততটা গুরুত্ব পায়নি। এবং এরপর ম্যালাস (Malus) যখন 1809 খ্রিষ্টাব্দে প্রতিফলনের ফলে উৎপন্ন সমবর্তনের খোঁজ পেলেন তখন তার ব্যাখ্যা দেওয়ার কোন প্রচেষ্টা হয়নি। আলোর তরঙ্গ তত্ত্বের সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য অগ্রগতি ঘটল যখন 1816 খ্রিষ্টাব্দে ফ্রেনেল (Fresnel) হাইগেন্স্-এর তরঙ্গমুখের ধারণা আর ইয়ং-এর উপরিপাতনের ফলে তরঙ্গের ব্যতিচারের ধারণা একত্রিত করে আলোর ব্যবর্তনের চমৎকার ব্যাখ্যা দিলেন। ফ্রেনেলের তত্ত্ব থেকে ব্যবর্তন সংক্রান্ত গণনার ফল ও পরীক্ষার পর্যবেক্ষণের মধ্যে সুন্দর মিল দেখা গেল। এবং এর ফলে কণিকাতত্ত্বকে নস্যাৎ করে আলোর তরঙ্গতত্ত্ব প্রতিষ্ঠা লাভ করল। হাইগেন্স্-এর তরঙ্গমুখের ধারণা থেকে কীভাবে প্রতিফলন, প্রতিসরণ প্রভৃতির ব্যাখ্যা দেওয়া যায় তা আমরা পরের অনুচ্ছেদে আলোচনা করব। কিন্তু তার আগে আলোক তরঙ্গ ঠিক কী ধরনের তরঙ্গ, সেটি আপনি নিশ্চয়ই জানতে চাইবেন। এ বিষয়টি সংক্ষেপে দেখে নেওয়া যাক।

1.2.3 আলোকতরঙ্গের প্রকৃতি

হাইগেন্‌স্ যে ইথার মাধ্যমের কল্পনা করেছিলেন তার উপর কিছু বিশেষ গুণাবলি আরোপ করা হয়েছিল। মনে রাখুন, যে যুগে স্থিতিস্থাপক শব্দতরঙ্গ ছাড়া আর কোন ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের কথা জানা ছিল না। স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের বেগ $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$, যেখানে E = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব। 1675 খ্রিষ্টাব্দে রোমার (Römer) বৃহস্পতির উপগ্রহের গ্রহণ লক্ষ্য করে মোটামুটিভাবে শূন্যে আলোর বেগ নির্ণয় করেছিলেন। আপনি জানেন, এই বেগ 3×10^5 km s^{-1}, যা বাতাসে শব্দের বেগের প্রায় নয় লক্ষ গুণ। কোন মাধ্যমে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের বেগ এমন প্রচণ্ড হতে হলে তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক খুব বেশি, অথচ ঘনত্ব অত্যন্ত অল্প হতে হবে। ইথারকে এমনই একটি মাধ্যম বলে কল্পনা করা হয়েছিল। যেহেতু আলো সমস্ত স্বচ্ছ ও অর্ধস্বচ্ছ মাধ্যম, এমন কি শূন্য এবং সাধারণভাবে অনচ্ছ ধাতুর সূক্ষ্ম পাতের মধ্য দিয়েও যেতে পারে, এই মাধ্যমকে হতে হবে সর্বব্যাপী। উপরন্তু অত্যন্ত দৃঢ় হওয়া সত্ত্বেও তার মধ্য দিয়ে আমাদের চলাফেরা করতে কোন বাধা ঘটে না, কাজেই তাকে বস্তুর ক্ষেত্রেও আদর্শ প্রবাহীর মত ভেদ্য হতে হবে। আপনি নিশ্চয়ই অনুভব করছেন যে কল্পিত ইথার মাধ্যমটি খুবই অসাধারণ। 1881-87 খ্রিষ্টাব্দে মাইকেলসন (Michelson) ও মর্লি (Morley) ইথার মাধ্যমের অস্তিত্ব বা অলীকতা প্রমাণ করার জন্য একটি পরীক্ষা করেন।

আমরা জানি পৃথিবী সূর্যকেন্দ্রিক কক্ষপথে প্রায় 3×10^4 ms^{-1} বেগে ছুটে চলেছে। এই বেগ শূন্যে আলোকের বেগের 10^{-4} অংশ। ধরে নেওয়া যায়, পৃথিবীর এই বেগের ফলে ইথার মাধ্যম যেন পৃথিবীর সাপেক্ষে এই বেগের বিপরীত দিকে সমান দ্রুতিতে ধাবিত হচ্ছে। স্থির বায়ুতে আপনি যদি সাইকেল বা মোটর বাইক চড়ে যান, তাহলে আপনার পাশ দিয়ে যেমন বিপরীতমুখী বায়ুপ্রবাহ চলতে থাকে, এই ইথারের ঝড় কতকটা সেরকম। ইথারের এই আপাতপ্রবাহের ফলে আলোর বেগ প্রবাহের দিকে কিছুটা বেশি এবং প্রবাহের বিপরীতমুখে কিছুটা কম হবে বলে আশা করা যায়। এই দুই বেগের পার্থক্য থেকে ইথার প্রবাহের বেগও নির্ণয় করা যেতে পারে। মাইকেলসন ও মর্লি ইথার ঝড়ের বেগ নির্ণয় করার জন্য যে পরীক্ষা করেন তার সূক্ষ্মতা ইথারের প্রত্যাশিত বেগ পর্যবেক্ষণ ও পরিমাপের জন্য যথেষ্ট ছিল। কিন্তু সেই পরীক্ষায় ইথারের প্রবাহের কোন লক্ষণই দেখা যায়নি। এই পরীক্ষা থেকে ইথারের অলীকতা প্রমাণিত হল, কিন্তু আসল প্রশ্নটি রয়েই গেল — আলোক তাহলে কোন্ জাতীয় তরঙ্গ?

এই প্রশ্নের উত্তর তড়িৎ ও চুম্বকত্ব সম্বন্ধে সম্পূর্ণ পৃথক যে গবেষণা চলছিল তার থেকে। গাউস (Gauss), ফ্যারাডে (Faraday) ও অ্যাম্পিয়ার (Ampere) তড়িৎক্ষেত্র ও চৌম্বকক্ষেত্র সম্বন্ধীয় যে সব সূত্র প্রতিষ্ঠা করেন, ম্যাক্সওয়েল (Maxwell) সেগুলিকে চারটি ভেক্টর সমীকরণের সাহায্যে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করেন। ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ থেকে প্রমাণিত হয় যে তড়িৎচুম্বকীয় ক্ষেত্র তরঙ্গের রূপে সঞ্চারিত হয়। এই তরঙ্গের বেগ কত হবে তা তড়িৎ আধান, রোধ, ধারকের ধারকত্ব প্রভৃতি কোন একটি ভৌতরাশিকে একবার স্থিরতড়িতীয় (electrostatic) এবং আর একবার তড়িৎচুম্বকীয় (Electromagnetic) পদ্ধতিতে মেপে নির্ণয় করা যায়। এইভাবে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের বেগ গণনা করে দেখা গেল তা হুবহু শূন্যে আলোকের বেগের সমান। এ থেকেই বোঝা গেল, আলোক তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ। এ ধরনের তরঙ্গ সঞ্চারিত হতে কোন মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না, সুতরাং ইথারের মত কোন মাধ্যমের কল্পনার কোন প্রয়োজন রইল না। উপরন্তু, ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলি



চিত্র 1.3

থেকে প্রতিপন্ন হল যে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ অনুপ্রস্থ তরঙ্গ। এতে তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$ এবং চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$ তরঙ্গ যে দিকে সঞ্চারিত হয় তার সঙ্গে সমকোণে থাকে। আবার এ দুটি পরস্পরের সঙ্গেও সমকোণ রচনা করে। 1.3 চিত্রে $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ এর দিকগুলি দেখানো হয়েছে। তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের অনুপ্রস্থ চরিত্র প্রমাণিত হওয়ার ফলে আলোকের সমবর্তনের ব্যাখ্যায় আর কোন বাধা রইল না।

আপনার মনে হতে পারে যে আলোকতরঙ্গ একই সঙ্গে তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$ ও চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$ এর তরঙ্গ। আলো আমাদের চোখে যে অনুভূতির সৃষ্টি করে, তার কারণ $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যে কোন্‌টি ? সপ্তম পাঠক্রমে আপনি যখন তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ সম্বন্ধে বিশদভাবে পড়বেন তখন দেখতে পাবেন, যে তড়িৎক্ষেত্রের বিস্তার E_o আর চৌম্বক আবেশের বিস্তার B_o এর মধ্যে সম্পর্ক $B_o = E_o/C$ (C = শূন্যে আলোকের বেগ)। তড়িৎচুম্বকীয় ক্ষেত্রে কোন আহিত কণা, যেমন ইলেকট্রন, থাকলে তার উপর তড়িতীয় বল হয় $q\,\vec{E}$ আর চৌম্বক বল হয় $q\,(\vec{v} \times \vec{B})$। এখানে q ও $\vec{v}$ যথাক্রমে আহিত কণার আধান ও বেগ। E_o ও B_o এর মধ্যে আমরা যে সম্পর্ক দেখলাম তা থেকে বোঝা যায় চৌম্বক বলের পরিমাণ তড়িতীয় বলের $\frac{v}{c}$ গুণ। আলো আমাদের চোখের মধ্যে যে সমস্ত আহিত কণাকে প্রভাবিত করে দৃষ্টির অনুভূতি ঘটায় সেগুলির বেগ সর্বদাই c এর তুলনায় নগণ্য। সুতরাং দৃষ্টির ক্ষেত্রে তড়িৎক্ষেত্রই কার্যকরী, চৌম্বকক্ষেত্রের কোন ভূমিকা নেই বলে ধরা যায়। আমরা আলোক সম্বন্ধীয় যাবতীয় আলোচনায় তরঙ্গের সরণ বলতে তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$ কেই বোঝাব।

আলোকের তরঙ্গপ্রকৃতি সম্বন্ধে এখন আমরা নিঃসন্দেহ হয়েছি। এবার আমরা হাইগেন্‌সের নীতিতে ফিরে যাব এবং তার হাতেকলমে প্রয়োগ করে দেখব। তবে তার আগে একটি সহজ অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী 1

পাশে দেওয়া শব্দগুলির কোন একটি ব্যবহার করে শূন্যস্থানগুলি পূর্ণ করুন ঃ

(i) আলোর কণিকাতত্ত্বের প্রধান প্রবক্তা ছিলেন ------------। (বয়েল / হুক / নিউটন / হাইগেন্‌স্)

(ii) কণিকাতত্ত্বে আলোর প্রতিফলনের ব্যাখ্যায় ধরে নেওয়া হয়েছিল যে প্রতিফলকটি আলোক কণিকাকে ----------------। (প্রভাবিত করে না / আকর্ষণ করে / বিকর্ষণ করে / শোষণ করে)

(iii) ইথার নামে আলোক তরঙ্গের যে মাধ্যম এক সময় কল্পনা করা হয়েছিল, তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ও ঘনত্বকে ধরা হয়েছিল যথাক্রমে -------------। (অল্প ও খুব বেশি / অল্প ও খুবই সামান্য / অতিউচ্চ এবং বেশি / অতি উচ্চ এবং অতি অল্প)

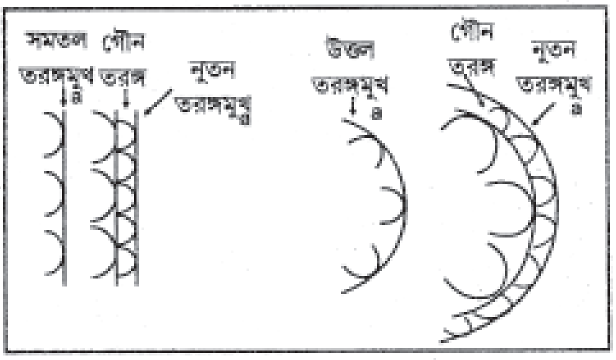
(iv) হাইগেন্‌স্ এর নীতি অনুযায়ী গৌণ তরঙ্গগুলির মোড়কটিই হয় -------------।(নতুন তরঙ্গমুখ / প্রতিফলিত রশ্মি / প্রতিসৃত রশ্মি / প্রতিফলক তল)

(v) মাইকেলসন ও মর্লির পরীক্ষাদ্বারা প্রমাণিত হয়েছিল যে -------------। (ইথারই আলোক তরঙ্গের মাধ্যম / ইথারের অস্তিত্ব নেই / আলোকের কণিকাতত্ত্ব সঠিক নয় / পৃথিবী ইথার মাধ্যমের মধ্যে বেগে ধাবমান)

(vi) ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলি থেকে দেখানো যায় যে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ -------------- (আলোর সমান বেগে চলে / একপ্রকার অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ / সমান্তরাল দুই ভেক্টর $\vec{E}$ ও $\vec{H}$ দ্বারা গঠিত / শূন্যে সঞ্চারিত হয় না)

1.3 হাইগেন্‌স্-এর নীতির প্রয়োগ

হাইগেন্‌স্‌এর নীতি সম্বন্ধে আপনি আগেই কিছুটা জেনেছেন। 1.4 চিত্রে আপনি দেখতে পাবেন কীভাবে একটি সমতল বা উত্তল তরঙ্গমুখের প্রতিটি বিন্দু থেকে গোলক আকৃতির গৌণ তরঙ্গ উৎপন্ন হয় এবং সেগুলির স্পর্শতল বা মোড়ক নতুন তরঙ্গ মুখ হিসাবে কাজ করে। মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ যদি v হয় তবে Δt সময়ে তরঙ্গমুখ $v\Delta t$ দূরত্ব অগ্রসর হয়।

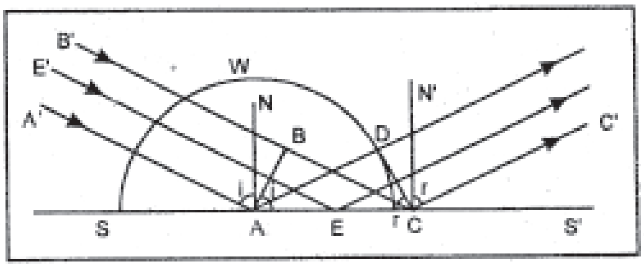


চিত্র 1.4

দেখা যাক, হাইগেন্‌স্‌এর এই নীতি প্রয়োগ ক'রে কীভাবে আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করা যায়।

1.3.1 আলোকের প্রতিফলন

ধরে নিন একটি সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছের AB তরঙ্গমুখ SS′ (চিত্র 1.5) প্রতিফলক সমতলের উপর আপতিত হল। A ও B বিন্দু একই সঙ্গে SS′ তলে পৌঁছাবে না। ধরা যাক A বিন্দু $t = o$ সময়ে এবং B বিন্দু $t = \Delta t$ সময়ে SS′ তলে এসে পৌঁছাল। A বিন্দু SS′ তলে আপতিত হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে ঐ বিন্দু থেকে গোলকাকৃতি গৌণ তরঙ্গ উৎপন্ন হবে। এবং যতক্ষণে তরঙ্গমুখের B বিন্দু SS′ তলে C-তে এসে পৌঁছাবে অর্থাৎ যখন $t = \Delta t$, ততক্ষণে ঐ গৌণ তরঙ্গমুখের ব্যাসার্ধ হবে $v\Delta t$। এখানে v মাধ্যমে আলোর বেগ। লক্ষ্য করুন BC দৈর্ঘ্যও $v\Delta t$ এর সমান। W অর্ধবৃত্তটি $t = \Delta t$ সময়ে তরঙ্গমুখের প্রস্থচ্ছেদ নির্দেশ করছে। এখন যদি C থেকে Wএর উপর স্পর্শক CD টানা যায় তবে এই CD ই হবে প্রতিফলিত তরঙ্গমুখ।



চিত্র 1.5

এবার A ও C বিন্দুতে SS′এর উপর AN ও CN′ লম্ব আঁকলে,

আপতন কোণ $\angle i = \angle A'AN = \angle BAC$ (কেননা $A'A \perp AB$, $AN \perp AS'$)

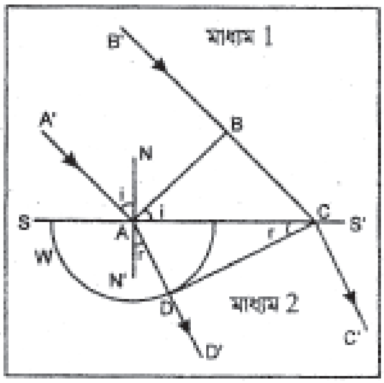
এবং প্রতিফলন কোণ $\angle r = \angle C'CN' = \angle DCA$ (কেননা $C'C \perp CD$, $CN' \perp CS'$)

আবার ΔABC ও ΔADC এর AC সাধারণ বাহু, $\angle ABC$ ও $\angle ADC$ উভয়ই সমকোণ এবং $BC = v\Delta t = AD$। সুতরাং ত্রিভুজ দুটি সর্বসম এবং $\angle BAC = \angle DCA$, অর্থাৎ $\angle i = \angle r$।

আপনি ইচ্ছা করলে SS′ এর আপতিত অন্য রশ্মির (যেমন E′E) বিবেচনা করেও দেখাতে পারেন যে সেটির আপতন বিন্দু থেকে উৎপন্ন তরঙ্গমুখও CDকে স্পর্শ করবে। এছাড়া চিত্রে আপতিত রশ্মি A′A, প্রতিফলিত রশ্মি AD এবং লম্ব AN একই তলে অবস্থিত। সুতরাং হাইগেন্‌স্-এর নীতি থেকে প্রতিফলনের দুটি সূত্রই প্রমাণিত হল।

1.3.2 আলোকের প্রতিসরণ

আলোকরশ্মি যখন দুটি ভিন্ন মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত হয় তখনই তার প্রতিসরণ ঘটে। ধরে নেওয়া যাক SS' দুই মাধ্যমের বিভেদতল (চিত্র 1.6) আলোর বেগ তার উপরের প্রথম মাধ্যমে u, নীচের দ্বিতীয় মাধ্যমে v। প্রথম মাধ্যম থেকে AB তরঙ্গ মুখ SS' তলে আপতিত হয়েছে। আগের মত ধরে নিন A বিন্দু $t = o$ সময়ে এবং B বিন্দু $t = \Delta t$ সময়ে SS' তলে এসে পৌঁছায়। যেহেতু BC দৈর্ঘ্য u বেগে অতিক্রম করতে আলোর Δt সময় লাগে, অতএব $BC = u\Delta t$। এই Δt সময়ে A বিন্দু থেকে উৎপন্ন গৌণ তরঙ্গমুখের ব্যাসার্ধ হবে $v\Delta t$। A কে কেন্দ্র করে $v\Delta t$ ব্যাসার্ধের অর্ধবৃত্ত W অঙ্কন করলে সেটিই হবে দ্বিতীয় মাধ্যমে $t = \Delta t$ সময়ে ঐ গৌণ তরঙ্গমুখের প্রস্থচ্ছেদ। এবার C বিন্দু থেকে W এর উপর স্পর্শক CD টানা হলে সেটি প্রতিসৃত তরঙ্গ মুখ নির্দেশ করবে। স্পষ্টত, গৌণ তরঙ্গমুখের ব্যাসার্ধ $AD = v\Delta t$।



চিত্র 1.6

এবার দেখা যাক তরঙ্গগুলি প্রতিসরণের নিয়ম পালন করে কি না। A বিন্দুতে SS' তলের উপর NN' লম্ব হলে আপতন কোণ $\angle i = \angle A'AN = \angle BAC$ এবং প্রতিসরণ কোণ $\angle r = \angle DAN' = \angle DCA$।

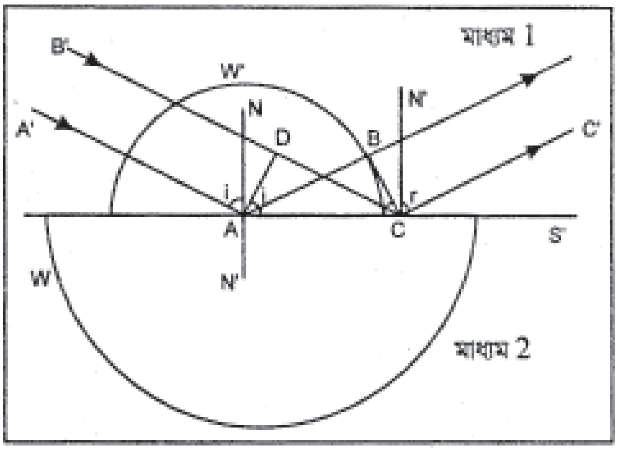
এখন, $$\sin \angle i = \frac{BC}{AC} \text{ এবং } \sin \angle r = \frac{DA}{AC}$$

সুতরাং $$\frac{\sin \angle i}{\sin \angle r} = \frac{BC}{DA} = \frac{u\Delta t}{v\Delta t} = \frac{u}{v} = \text{ধ্রুবক } \mu_{21} \qquad \dots (1.2)$$

এটি আপনার পরিচিত স্নেলের সূত্র। এখানে μ_{21} = প্রথম মাধ্যমের সাপেক্ষে দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক (refractive index)। স্পষ্টই বোঝা যাচ্ছে যে এটি প্রথম ও দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোকের বেগের অনুপাত। এছাড়া আগের মত বলা যায় যে আপতিত রশ্মি $A'A$, প্রতিসৃত রশ্মি AD' এবং আপতন বিন্দুতে লম্ব NN' একই তলে অবস্থিত, সুতরাং প্রতিসরণের দুটি নিয়মই হাইগেন্স্-এর নীতি থেকে পাওয়া গেল।

1.3.3 পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন

এবার একটি সমস্যার কথা ভেবে দেখুন। 1.6 চিত্রে আমরা A বিন্দুকে কেন্দ্র করে $v\Delta t$ ব্যাসার্ধের যে অর্ধবৃত্ত অঙ্কন করেছি, C বিন্দু তার বাইরে থাকায় CD স্পর্শক টানা সম্ভব হয়েছিল। কিন্তু যদি $v\Delta t > AC$ হত? এমন একটি অবস্থা 1.7 চিত্রে দেখতে পাবেন। এক্ষেত্রে C থেকে গৌণ-তরঙ্গমুখ W এর উপর স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব নয়। সুতরাং কোন প্রতিসৃত রশ্মিও পাওয়া যাবে না। বরং প্রথম মাধ্যমেই A কে কেন্দ্র করে $u\Delta t$ ব্যাসার্ধের গৌণ-তরঙ্গমুখ অঙ্কন করলে C থেকে তার উপর স্পর্শক CD অঙ্কন করা যাবে এবং আমরা প্রতিফলিত তরঙ্গমুখ CD



চিত্র 1.7

পাব। আপনি নিশ্চয়ই অনুমান করতে পারছেন যে এটি হল পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন (total internal reflection) কেননা এক্ষেত্রে কোন প্রতিসৃত রশ্মি নেই।

1.6 চিত্র থেকে আপনি পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের শর্ত নির্ণয় করতে পারবেন। সেখানে

$$AC \sin i = BC = u\Delta t$$

∴ পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের শর্ত হল

$$v\Delta t > AC, \text{ বা } v\Delta t > \frac{u\Delta t}{\sin i}, \text{ বা } \sin i > \frac{u}{v} \text{ বা } \sin i > \mu_{21} \qquad \dots (1.3)$$

যেহেতু $\sin i$ এর মান 1 অপেক্ষা কম, μ_{21} কে 1 অপেক্ষা কম হতে হবে, অর্থাৎ দ্বিতীয় মাধ্যমের তুলনায় প্রথম মাধ্যমে আলোর বেগ কম হতে হবে বা প্রথম মাধ্যমকে দ্বিতীয় মাধ্যমের তুলনায় ঘনতর হতে হবে। যদি দ্বিতীয় মাধ্যমটি বায়ু বা শূন্য হয় এবং প্রথম মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক μ হয় তবে 1.3 সূত্রকে লেখা যায়,

$$\sin i > \frac{1}{\mu} \quad (\text{কেননা } \mu = \mu_{12} = 1/\mu_{21}) \qquad \dots (1.4)$$

1.4 সূত্র থেকে বোঝা যায় $\angle i$ যখন $\sin^{-1}\frac{1}{\mu}$ কে অতিক্রম করে তখনই পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন ঘটে। এই কোণকে আমরা সঙ্কট কোণ (critical angle) বলি।

হাইগেন্‌স্‌-এর নীতির প্রয়োগে আপনি নিশ্চয়ই কিছুটা অভ্যস্ত হয়েছেন। এবার এ সম্বন্ধে একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী 2

1.6 চিত্রে AB = 2 cm, $\angle i = 30^o$, প্রথম ও দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোর বেগ যথাক্রমে $u = 3 \times 10^8$ ms^{-1} ও $v = 2 \times 10^8$ ms^{-1} ধরে নিন। এবার নীচের রাশিগুলির মান লিখুন ঃ

BC = __________ ; AD = ___________ ; BC অথবা AD অতিক্রম করতে আলোর সময় লাগে

Δt = ____________ ; $\angle r$ = __________;

দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক = ___________ ;

দ্বিতীয় মাধ্যম থেকে প্রথম মাধ্যমে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে সঙ্কট কোণ = ____________।

1.4 ফের্মার নীতি (Fermat's Principle)

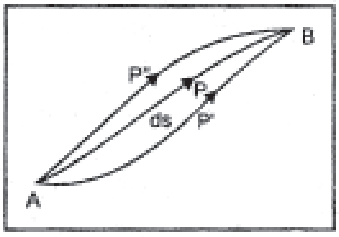
এবার আমরা ইতিহাসের কয়েক পাতা পিছনে ফিরে যাব। আপনি আগেই জেনেছেন যে নিউটনের যুগে (1642-1727) আলোর কণিকাতত্ত্বই ছিল প্রচলিত মতবাদ। কিন্তু প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্রগুলি জানার পর ফরাসী গণিতবিদ্‌ ফের্মা আলোর গতির একটি ধর্ম আবিষ্কার করেন যা কেবলমাত্র প্রাকৃতিক ঘটনার পর্যবেক্ষণ প্রসূত, আলোর কণিকা বা তরঙ্গধর্মের উপর নির্ভরশীল নয়। ফের্মার নীতি অনুযায়ী 'আলো সর্বদাই এমন পথে চলে যাতে সেটি গন্তব্যস্থলে সর্বনিম্ন সময়ে পৌঁছাতে পারে।' এই নীতিকে 'সর্বনিম্ন সময়ের নীতি' বলা হত। পরে অবশ্য

দেখা গিয়েছে যে কোন কোন ক্ষেত্রে সেটি সর্বনিম্ন সময় না হয়ে সর্বোচ্চ সময়ও হয়। সুতরাং ফের্মার নীতিকে ঈষৎ পরিবর্তিত করে লেখা যায় 'আলো সর্বদাই এমন পথে চলে যাতে সেটি গন্তব্যস্থলে পৌঁছাতে যে সময় লাগে তা সন্নিহিত অন্য পথের তুলনায় সর্বনিম্ন বা সর্বোচ্চ, অর্থাৎ চরম মান সম্পন্ন হয়।'

আমরা বরং নীতিটিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করি। ধরা যাক, কোন একটি অসমসত্ত্ব (inhomogeneous) মাধ্যমে (x, y, z) বিন্দুতে প্রতিসরাঙ্ক n। এই মাধ্যমে ds দূরত্ব যেতে আলোর সময় লাগে

$$dT = \frac{ds}{c/n} \quad (\ c = \text{শূন্যে আলোর বেগ}\ )$$

$$= \frac{1}{c}\, n\, ds$$



চিত্র 1.8

সুতরাং কোন একটি পথ P ধরে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যেতে আলোর সময় লাগবে

$$T = \frac{1}{c}\int_{A(P)}^{B} n\, ds\ ,$$ যেখানে (P) নির্দেশ করছে, যে সমাকলনের পথ P (চিত্র 1.8)। P পথের সন্নিহিত P′,P″ প্রভৃতি পথে A থেকে B তে যেতে আলোর কত সময় লাগবে সেগুলিও একইভাবে নির্ণয় করা যায়। P পথটিই যদি আলোর প্রকৃত পথ হয় তবে T সময়টি সন্নিহিত অন্যান্য পথের ক্ষেত্রে যে সব সময়গুলি লাগবে সেগুলির মধ্যে চরম হবে। গাণিতিক ভাষায় লেখা যায়, আলোকরশ্মির প্রকৃত পথের ক্ষেত্রে $\delta T = 0$

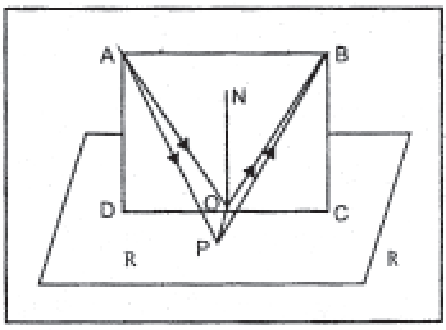
$$\text{অথবা}\quad \delta \int_{A}^{B} n\, ds = 0 \qquad \dots (1.5)$$

1.5 সূত্রটিই ফের্মার নীতির গাণিতিক রূপ।

এবার আমরা ফের্মার নীতি প্রয়োগ করে আলোকের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্রগুলি প্রতিষ্ঠিত করার চেষ্টা করব।

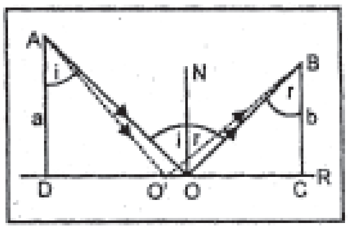
1.4.1 আলোকের প্রতিফলনের সূত্র

ধরে নিন R একটি সমতল, ABCD তল R-এর উপর লম্ব। A থেকে আলোকরশ্মি R তলে প্রতিফলিত হয়ে B বিন্দুতে পৌঁছায় (চিত্র 1.9)। R তলে দুটি আপতন বিন্দু কল্পনা করা যাক, যার একটি R ও ABCD তলের ছেদরেখার উপরে অবস্থিত O বিন্দু আর অন্যটি CD সরলরেখায় O বিন্দুতে টানা লম্ব বরাবর একটি বিন্দু P। এখানে ΔAOP সমকোণী ত্রিভুজ, সুতরাং অতিভুজ AP)AO। একইভাবে দেখা যায় BP)BO। সুতরাং AP + PB) AO + OB। মাধ্যমটি সমসত্ত্ব হওয়ায় (AO + OB) পথে যেতে আলোর (AP + PB) পথের তুলনায় বেশি সময় লাগবে। এইভাবে P এর মত ABCD তলের বাইরে যে কোন বিন্দু ধরে দেখানো যাবে যে AO+OB পথে A থেকে B তে যেতে সর্বনিম্ন সময় নেয়। সুতরাং আলোকের আপতন বিন্দু ABCD তলে থাকবে এবং আপতিত রশ্মি, প্রতিফলিত রশ্মি ও আপতন বিন্দুতে R তলের উপর লম্ব ON একই সমতলে থাকবে। এটি প্রতিফলনের প্রথম সূত্র।



চিত্র 1.9

এবার ধরা যাক ABCD তলে A বিন্দু থেকে আলোকরশ্মি O বিন্দুতে প্রতিফলিত হয়ে B তে পৌছাল (চিত্র 1.10)। AD, BC ও ON CD রেখার উপর লম্ব। রশ্মির আপতন ও প্রতিফলন কোণ যথাক্রমে $\angle i = \angle AON = \angle OAD$ এবং $\angle r = \angle BON = \angle OBC$। যদি AD দৈর্ঘ্য = a, BC দৈর্ঘ্য = b হয় তবে $AO = a \sec i$, $BO = b \sec r$।



চিত্র 1.10

সুতরাং আলোকরশ্মির A থেকে B তে পৌছাতে সময় লাগবে

$$T = \frac{AO + OB}{C} = \frac{1}{C}\,(a \sec i + b \sec r)$$

ফের্মার নীতি অনুযায়ী O বিন্দুর সন্নিহিত অন্য কোন বিন্দু O′ থেকে আলোকরশ্মি প্রতিফলিত হলে প্রয়োজনীয় সময়ে যদি δT পরিমাণ হেরফের হত, তবে $\delta T = O$

বা $\frac{1}{C}\,(a \sec i \tan i\, di + b \sec r \tan r\, dr) = 0$

$$\therefore\ \frac{di}{dr} = -\,\frac{b \sec r \tan r\, dr}{a \sec i \tan i\, di} \qquad \text{... (1.6)}$$

যেহেতু A ও B নির্দিষ্ট দুটি বিন্দু, দৈর্ঘ্য DC = DO + OC = ধ্রুবক।

এখন $DO = a \tan i$, $CO = b \tan r$, সুতরাং $DC = a \tan i + b \tan r$

$\therefore\quad \delta\,(a \tan i + b \tan r) = 0$

বা $\quad a \sec^2 i\, di + b \sec^2 r\, dr = 0$

$$\text{বা}\quad \frac{di}{dr} = -\,\frac{b \sec^2 r}{a \sec^2 i} \qquad \text{... (1.7)}$$

1.6 ও 1.7 থেকে $\frac{di}{dr}$ এর দুই মান সমানীত করে

$$\frac{b \sec r \tan r\, dr}{a \sec i \tan i\, di} = \frac{b \sec^2 r}{a \sec^2 i}$$

বা, সরল করে, $\sin i = \sin r$

বা, $i = r$, যেহেতু উভয়ই সূক্ষ্মকোণ।

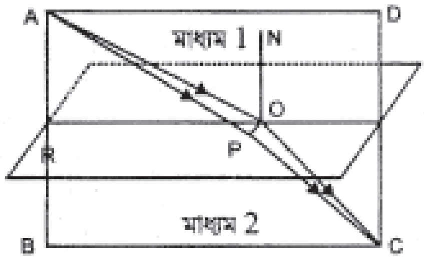
অর্থাৎ আপতন কোণ = প্রতিফলন কোণ।

দেখুন, ফের্মার নীতি থেকে আমরা আলোর প্রতিফলনের দুটি সূত্রই প্রতিষ্ঠিত করতে পারলাম।

এবার দেখা যাক প্রতিসরণ সূত্রগুলি ফের্মার নীতি থেকে পাওয়া যায় কি না।

1.4.2 আলোকের প্রতিসরণের সূত্র

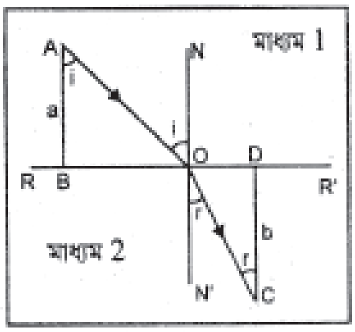
আগের মত ধরে নিন R প্রতিসারক তল, ABCD তল তাকে লম্বভাবে ছেদ করেছে (চিত্র 1.11)। R তলের উপরে প্রথম মাধ্যমে আলোর বেগ u এবং নীচে দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোর বেগ v। R তলে দুটি আপতন বিন্দু কল্পনা করুন, যাদের একটি O ABCD তলে অবস্থিত আর অন্যটিP, যেটি O বিন্দুর সন্নিহিত। OP রেখাটি ABCD তলের উপর লম্ব। এখন যদি আপনি মনে রাখেন যে ∠AOP এবং ∠COP কোণ দুটি সমকোণ হওয়ায় AP⟩AO এবং CP ⟩ CO, তবে আপনি সহজেই দেখাতে পারবেন যে আলোকরশ্মির AOC পথে A থেকে C বিন্দুতে পৌঁছাতে যে সময় লাগবে APC পথে পৌঁছাতে সর্বদাই তার চেয়ে বেশি সময় লাগবে, OP দৈর্ঘ্য যাই হোক না কেন। এই কাজটি আপনার জন্য রাখা রইল। মোটের উপর বোঝা যাচ্ছে যে ফের্মার নীতি পালন করলে আপতিত রশ্মি AO এবং প্রতিসৃত রশ্মি OC একই তলে থাকবে। আপতন বিন্দুতে লম্ব ON, ABCD তলে অবস্থিত। সুতরাং সেটিও আপতন তলেই অবস্থিত।



চিত্র 1.11

এবার দেখা যাক ফের্মার নীতি থেকে আমরা কীভাবে প্রতিসরণের স্নেলের সূত্রে পৌঁছাতে পারি।

ধরুন একটি নির্দিষ্ট তলে A বিন্দু থেকে আলোকরশ্মি O বিন্দুতে আপতিত হয়ে প্রতিসরণের পর C বিন্দুতে পৌঁছায় (চিত্র 1.12)। RR′ সরলরেখাটি এখানে দুই মাধ্যমের বিভেদতল নির্দেশ করছে এবং AB ও CD এই রেখার উপর লম্ব। NN′ আপতন বিন্দু O তে RR′ এর উপর লম্ব। ধরুন আপতন কোণ ∠AON = ∠i, প্রতিসরণ কোণ ∠CON′ = ∠r, AB = a এবং CD = b। এছাড়া প্রথম ও দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোকের বেগ যথাক্রমে u ও v।



চিত্র 1.12

আলোকরশ্মির A থেকেO বিন্দু হয়ে C বিন্দুতে পৌঁছাতে প্রয়োজনীয় সময়

$$T = \frac{AO}{u} + \frac{OC}{v} = \frac{a \sec i}{u} + \frac{b \sec r}{v}$$

ফের্মার নীতি অনুযায়ী i এবং r এর সামান্য পরিবর্তন ঘটলে,

$$\delta T = O, \text{ অর্থাৎ } \frac{a}{u} \sec i \tan i \, di + \frac{b}{v} \sec r \tan r \, dr = O$$

$$\text{বা, } \quad \frac{di}{dr} = -\frac{bu \sec r \tan r}{av \sec i \tan i} \qquad \dots (1.8)$$

আবার A ও C নির্দিষ্ট দুটি বিন্দু হওয়ায়, দৈর্ঘ্য BD = BO + OD = ধ্রুবক।

যেহেতু BO = a tan i, OD = b tan r,

$$\delta (a \tan i + b \tan r) = O$$

বা $\quad a \sec^2 i \, di + b \sec^2 r \, dr = O$

$$\text{বা} \quad \frac{di}{dr} = -\frac{b \sec^2 r}{a \sec^2 i} \qquad \text{... (1.9)}$$

1.8 ও 1.9 সমীকরণ দুটি থেকে $\frac{di}{dr}$ এর মান সমানীত করে,

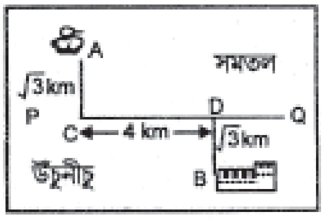
$$\frac{b\,u \sec r \tan r}{a\,v \sec i \tan i} = \frac{b \sec^2 r}{a \sec^2 i}$$

অথবা, $\quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{u}{v} = \mu_{21}$ যা প্রথম মাধ্যমের সাপেক্ষে দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক (1.2 সূত্রটি দেখুন)। এইভাবে, ফের্মার নীতি থেকে আমরা স্নেলের সূত্রে উপনীত হলাম।

ফের্মার নীতি নিশ্চয়ই আপনার কৌতূহল সৃষ্টি করছে। এই নীতি কি শুধু আলোকরশ্মির ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য? আমরাও কি অনেক সময় এক বিন্দু থেকে আর এক বিন্দুতে যেতে সবচেয়ে কম সময়ের পথে যাই না? এ ধরনের একটি অনুশীলনী আপনার নিশ্চয়ই ভাল লাগবে।

অনুশীলনী 3

একটি ট্যাঙ্ককে A বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে B বিন্দুতে অবস্থিত দুর্গে সবচেয়ে কম সময়ে পৌঁছাতে হবে। A বিন্দুটি সমতল ক্ষেত্রে এবং B বিন্দু উঁচুনীচু জমিতে অবস্থিত এবং এই দুই ধরনের জমিতে ট্যাঙ্কটি যথাক্রমে ঘণ্টায় 30km ও $10\sqrt{3}$ km বেগে চলতে পারে। সমতল ক্ষেত্রের সীমা একটি সরলরেখা PQ, যার থেকে A ও B বিন্দু $\sqrt{3}$ km দূরে। ঐ সরলরেখার উপর A ও B বিন্দু থেকে আঁকা লম্বের পাদবিন্দু দুটির মধ্যে দূরত্ব 4 km। ট্যাঙ্কটিকে কোন বিন্দু দিয়ে PQ সীমানা পার হতে হবে? A থেকে B তে পৌঁছানোর সবচেয়ে কম সময় কত? A থেকেB তে সরলরেখায় গেলে ট্যাঙ্কের কত সময় লাগত?

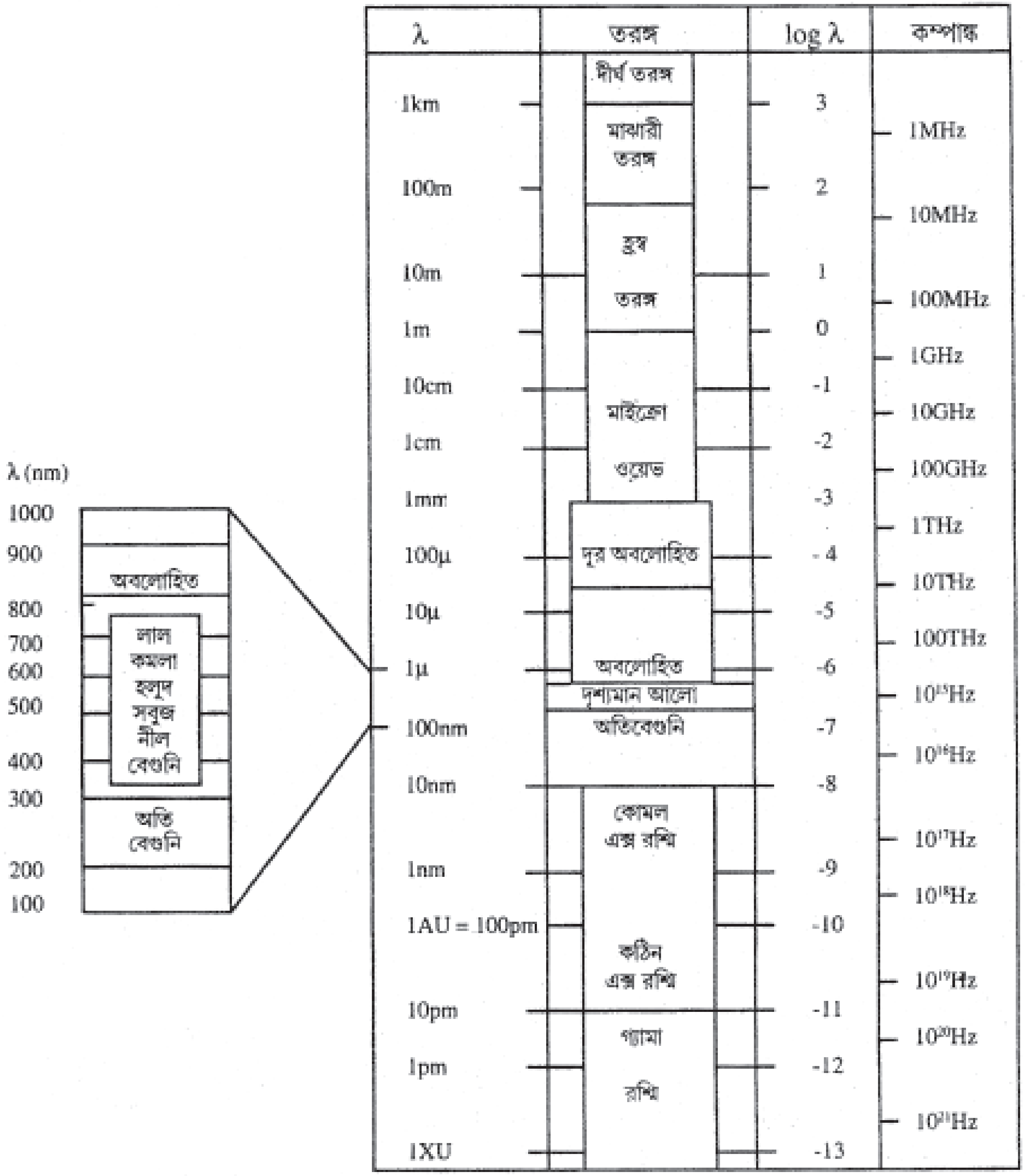


চিত্র 1.13

1.5 আলোকের দ্বিচারিতা

এ পর্যন্ত পড়ার পর আপনি হয়ত আলোকের তরঙ্গ প্রকৃতি সম্বন্ধে নিঃসন্দেহ হয়েছেন। আলোক যে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ সে সম্বন্ধে কোন বিতর্কের অবকাশ নেই। এখন আমরা জানি যে শুধু দৃশ্যমান আলোই নয়, রেডিও তরঙ্গ থেকে শুরু করে, মাইক্রোওয়েভ তরঙ্গ, অবলোহিত (infra red) ও অতিবেগুনি (Ultra-violet) বিকিরণ, এক্স রশ্মি ও গ্যামা রশ্মিও তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ। নীচের 1.1 সারণিতে বিভিন্ন ধরনের তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও কম্পাঙ্ক লিপিবদ্ধ হল।

সারণি 1.1 - তড়িৎচুম্বকীয় বিকিরণ বর্ণালি



বিংশ শতাব্দীর সূচনার সঙ্গে সঙ্গে দেখা গেল যে আলোকের তরঙ্গতত্ত্বকে স্বয়ংসম্পূর্ণ বলে মেনে নেওয়া যায় না। এমন বেশ কিছু ঘটনা পরিলক্ষিত হল যেগুলির ব্যাখ্যা তরঙ্গতত্ত্ব থেকে দেওয়া যায় না। দেখা যাক সেগুলি কী?

i) যে সব বস্তু তাদের উপর আপতিত যে কোন বিকিরণকে সম্পূর্ণভাবে শোষণ করে, সেগুলিকে কৃষ্ণবস্তু বলে। কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণের বর্ণালির ব্যাখ্যা করতে গিয়ে প্লাঙ্ক (Max Planck) 1900 খ্রিষ্টাব্দে এক সম্পূর্ণ নূতন

তত্ত্বের প্রস্তাব করেন। তাঁর মত ছিল এই যে কৃষ্ণবস্তুটির মধ্যে অসংখ্যক স্পন্দক (oscillator) বর্তমান এবং এই স্পন্দকগুলি তড়িৎচুম্বকীয় বিকিরণ-কে এক একটি কোয়াণ্টাম (Quantum) বা অবিভাজ্য খণ্ডের রূপে শোষণ বা মোক্ষণ করে। বিকিরণের কম্পাঙ্ক ν হলে প্রতি কোয়াণ্টামের শক্তি $h\nu$, যেখানে h একটি সমানুপাত ধ্রুবক। প্লাঙ্ক-এর নামানুসারে এই h ধ্রুবককে বলা হয় প্লাঙ্ক-ধ্রুবক(Planck's constant)। এই ধ্রুবকের মান 6.626×10^{-34}JS। কোয়াণ্টামের ধারণা ব্যবহার করে প্লাঙ্ক কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণ-বর্ণালির সম্পূর্ণ ব্যাখ্যা দিতে সক্ষম হন এবং তার ফলে কোয়াণ্টাম তত্ত্ব প্রতিষ্ঠা লাভ করে। এই বিষয়টি আপনি হয়ত EPH 05 পাঠক্রমের সপ্তম এককে পড়ে থাকবেন। মোটের উপর, কোয়াণ্টাম তত্ত্ব আলোককণিকার ধারণাকে নতুন করে ফিরিয়ে আনতে পেরেছিল। আলোর কোয়াণ্টাম বা কণিকার নাম দেওয়া হয়েছিল ফোটন (photon) এবং এই ফোটন এখনও একটি নির্দিষ্ট ধর্মসম্বলিত কণিকা হিসাবে বিবেচিত হয়।

ii) প্লাঙ্কের কোয়াণ্টাম তত্ত্ব ব্যবহার করে বোর (Niels Bohr) 1913 খ্রিষ্টাব্দে হাইড্রোজেন পরমাণুর বর্ণালির ব্যাখ্যা দিলেন। বোরের তত্ত্ব অনুযায়ী হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রনটি যখন এ শক্তিস্তর থেকে নিম্নতর শক্তিস্তরে আসে তখন পরমাণুর অতিরিক্ত শক্তি একটি ফোটন হিসাবে নির্গত হয়। বোরের তত্ত্ব অনুযায়ী হাইড্রোজেন বর্ণালিরেখার নির্ণীত কম্পাঙ্কগুলি পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে সুন্দরভাবে মিলে যায়।

iii) পরীক্ষায় দেখা গিয়েছিল যে ধাতুর উপর আলো পড়লে অনেক সময় ধাতু থেকে ইলেকট্রন নির্গত হয়। এই ইলেকট্রনগুলিকে আমরা ফটো ইলেকট্রন বলি। আইনস্টাইন (Einstein) 1905 খ্রিস্টাব্দে কোয়াণ্টাম তত্ত্ব থেকে ফটো ইলেকট্রন নির্গমনের ব্যাখ্যা দেন। তাঁর তত্ত্ব অনুযায়ী ধাতুর মধ্যে একটি ইলেকট্রন যখন একটি আলোককণিকা বা ফোটন শোষণ করে, তখন ঐ ফোটনের শক্তি ধাতু থেকে ইলেকট্রনের মুক্তি পাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় শক্তির তুলনায় বেশি হলে ইলেকট্রনটি ফটো ইলেকট্রন হিসাবে বেরিয়ে আসে। ইলেকট্রনের বাড়তি শক্তি সেটির গতীয় শক্তিতে পরিণত হয়। আলোকে তরঙ্গ ধরলে, আলোক-তড়িৎ ক্রিয়া (photo electric effect) নামে পরিচিত এই ঘটনার ব্যাখ্যা দেওয়া যায় না; কেননা ইলেকট্রনের আকার এতই ক্ষুদ্র যে সেক্ষেত্রে আলোক তরঙ্গ তার উপর অত্যন্ত অল্প ক্ষমতা আপতিত করত এবং প্রয়োজনীয় শক্তি সংগ্রহ করে ধাতু থেকে নির্গত হতে ইলেকট্রনের সুদীর্ঘ সময় লেগে যেত।

পদার্থবিদ্যার বিভিন্ন অধ্যায় থেকে আপনি আলোকের কোয়াণ্টাম-তত্ত্বের প্রয়োগের আরও উদাহরণ খুঁজে পাবেন। কিন্তু আসল প্রশ্নটি হল এই যে তাহলে কি আমরা আলোর তরঙ্গতত্ত্বকে বর্জন করে আলোকে ফোটনের সমষ্টি বলে মনে করব? না কি তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যেই সব ঘটনার ব্যাখ্যার চেষ্টা করব? এর উত্তর আলো আসলে তরঙ্গ এবং কণিকা, দুই-ই। কোন কোন ঘটনায় তার তরঙ্গরূপ প্রকাশ পায়, আবার কোন কোন ঘটনায় যেখানে শক্তি হস্তান্তরের পরিমাণ '$h\nu$' বা তার সঙ্গে তুলনীয় হয়, সেখানে আলোর কণিকারূপ প্রকাশিত হয়। আরও গুরুত্বপূর্ণ তথ্য এই, যে এই দ্বিচারিতা শুধু আলোর নয়, সব বস্তুর মধ্যেই দেখা যায়। ইলেকট্রন, নিউট্রন প্রভৃতি মৌলকণাকেও অবস্থা বিশেষে তরঙ্গের মত আচরণ করতে দেখা গেছে। কোয়াণ্টাম বলবিদ্যায় যে কোন বস্তু তরঙ্গের মত আচরণ করে এবং তার তরঙ্গদৈর্ঘ্য হয় $\frac{h}{p}$, যেখানে P ঐ বস্তুর রৈখিক ভর বেগ। আপনি বুঝতেই পারছেন যে একমাত্র মৌলকণার ক্ষেত্রেই এই তরঙ্গ আমাদের উপলব্ধিতে আসা সম্ভব কেননা h রাশির মান অত্যন্তই ক্ষুদ্র।

আলোকের চরিত্র অনুসন্ধানের এই সুদীর্ঘ ইতিহাস পড়তে আপনার নিশ্চয়ই ভালো লেগেছে। এবার একটি ছোট অনুশীলনী।

অনুশীলনী 4

i) আলোর সমজাতীয় অন্য তিন ধরনের তরঙ্গের নাম লিখুন।

ii) h ধ্রুবকটি সর্বপ্রথম কোন্ প্রসঙ্গে ব্যবহৃত হয়?

iii) যে আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য শূন্যে λ, তার ফোটনের শক্তি কত?

iv) আলোকের প্রতিফলন, আলোক-তড়িৎ ক্রিয়া, ব্যবর্তন ও হাইড্রোজেন বর্ণালি সংক্রান্ত বোরের তত্ত্ব —এর মধ্যে কোন্ কোন্‌টি কোয়ান্টাম তত্ত্বকে সমর্থন করে?

1.6 সারাংশ

আলোকবিদ্যার এই প্রথম এককটিতে বিজ্ঞানীরা আলোকের চরিত্র নিরূপণে যে সব তত্ত্বের অবতারণা করেছেন সেগুলি সংক্ষেপে বিবৃত হয়েছে।

আমরা প্রথমেই নিউটনের কণিকাতত্ত্বে কীভাবে আলোকের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ব্যাখ্যা করতে চাওয়া হয়েছিল, তার পরিচয় পেয়েছি। আপনি লক্ষ্য করেছেন যে এই কণিকাতত্ত্বে অনেক অসঙ্গতি ছিল এবং এটি আলোর ধর্মের সুষ্ঠু ব্যাখ্যা দিতে পারেনি। অপরদিকে নানা পরীক্ষা নিরীক্ষার মধ্য দিয়ে আলো একপ্রকার তরঙ্গ সেটি স্বীকৃত হয়েছে, কিন্তু সেটি কী প্রকারের তরঙ্গ এবং তার মাধ্যম কী, সেগুলি বহুদিন অজ্ঞাত ছিল। হাইগেন্‌স্ গৌণ-তরঙ্গের উৎপত্তির মাধ্যমে তরঙ্গমুখের অগ্রগতির যে তত্ত্ব দিয়েছিলেন সেটি আমরা আলোচনা করেছি এবং তার সাহায্যে প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্রগুলি প্রতিষ্ঠিত করেছি। অন্যদিকে ফের্মার সর্বনিম্ন সময়ের নীতি ব্যবহার করেও যে আলোর এই ধর্মগুলি ব্যাখ্যা করা যায়, সেটিও আপনি দেখেছেন। কিন্তু এগুলির সাহায্যে আলোকের ধর্মের ব্যাখ্যা দেওয়া গেলেও, ম্যাক্সওয়েলের গাণিতিক বিশ্লেষণ ও তাঁর নির্ণীত তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের বেগের সঙ্গে পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গতিই আলোকতরঙ্গের প্রকৃত চরিত্রটি আমাদের সামনে উদ্‌ঘাটিত করতে পেরেছে। তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের বর্ণালি ও এই তরঙ্গে তড়িৎক্ষেত্র ও চৌম্বকক্ষেত্রের ভূমিকাও এই এককে বর্ণিত হয়েছে।

সবশেষে আমরা আলোকের কোয়ান্টাম তত্ত্ব এবং তরঙ্গ ও কণিকা—উভয় ধর্মের সমন্বয়ের কথা আলোচনা করেছি।

1.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

i) নিউটনের কণিকাতত্ত্বের বর্ণনা দিন। এই তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ কীভাবে ব্যাখ্যা করা হয়েছিল? আপনি কি এই ব্যাখ্যাকে সুষ্ঠু বলে মনে করেন?

ii) ম্যাক্সওয়েল আলোকে কীভাবে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ হিসাবে চিনতে পেরেছিলেন? এই তরঙ্গে তড়িৎক্ষেত্র ও চৌম্বক ক্ষেত্র কীভাবে বিন্যস্ত থাকে?

iii) হাইগেন্‌স্-এর নীতি ব্যাখ্যা করুন। এই নীতি প্রয়োগ করে আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্রগুলি কীভাবে পাওয়া যায়? পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের শর্তটি হাইগেন্‌স-এর নীতি থেকে কীভাবে সমর্থিত হয়?

iv) ফের্মার নীতির বিবৃতিটি লিখুন। আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্রগুলি এই নীতির সাহায্যে প্রতিষ্ঠিত করুন।

v) আলোকের কোয়ান্টাম তত্ত্ব কীভাবে উদ্ভাবিত হয়েছে তার সংক্ষিপ্ত বিবরণ দিন।

1.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1

(i) নিউটন (ii) বিকর্ষণ করে (iii) অতি উচ্চ এবং অতি অল্প (iv) নতুন তরঙ্গমুখ (v) ইথারের অস্তিত্ব নেই (vi) আলোর সমান বেগে চলে।

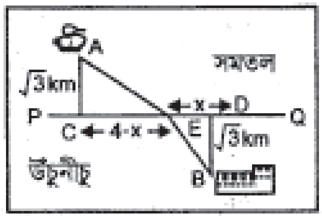
অনুশীলনী 2

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\text{ cm},\ \frac{4}{3\sqrt{3}}\text{ cm},\ \frac{2}{3\sqrt{3}}\times 10^{-10}\text{ s},\ \sin^{-1}\frac{1}{3}=19{\cdot}5^{\circ}\ ,\ 1{\cdot}5,\ \sin^{-1}\frac{2}{3}=41{\cdot}8^{\circ}$$

অনুশীলনী 3

CD সরলরেখার মধ্যে E বিন্দু নিন। ধরুন

DE = x km। AE ও EB যোগ করুন।



চিত্র 1.14

দৈর্ঘ্য $AE = \sqrt{AC^2 + CE^2}$

$= \sqrt{3 + (4-x)^2}$

দৈর্ঘ্য $DE = \sqrt{BD^2 + DE^2}$

$= \sqrt{3 + x^2}$

AEB পথে A থেকে B তে যেতে ট্যাঙ্কের সময় লাগে

$$T = \frac{1}{30}\sqrt{3+(4-x)^2} + \frac{1}{10\sqrt{3}}\sqrt{3+x^2} = \frac{1}{30}\sqrt{x^2-8x+19} + \frac{1}{10\sqrt{3}}\sqrt{3+x^2}$$

T এর নিম্নতম মানের জন্য $\frac{dT}{dx} = O$ । অর্থাৎ

$$\frac{1}{30}\cdot\frac{2x-8}{2\sqrt{x^2-8x+19}} + \frac{1}{10\sqrt{3}}\cdot\frac{2x}{2\sqrt{3+x^2}} = O$$

বা, সরলীকরণের পর $(x-4)\sqrt{x^2+3} = -\sqrt{3}\,x\,\sqrt{x^2-8x+19}$

দুই দিক বর্গ করে , সরলীকরণের পর,

$$x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 12x - 24 = 0$$

বা $(x-1)(x^3 - 7x^2 + 12x + 24) = 0.$

এই সমীকরণের একটি বীজ $x = 1$ এবং অন্য বীজগুলি $0 \le x \le 4$ সীমার বাইরে। সুতরাং যখন $x = 1$, তখনই ট্যাঙ্কের সর্বনিম্ন সময় লাগবে। ট্যাঙ্কটিকে E বিন্দু দিয়ে সীমানা পার হতে হবে, যেখানে DE = 1 km।

যখন $x = 1$, $T = \frac{1}{30}\sqrt{12} + \frac{1}{10\sqrt{3}}\sqrt{4} = \frac{2\sqrt{3}}{15}$ ঘণ্টা = 0.231 ঘ.।

A থেকে B তে সরলরেখায় গেলে ট্যাঙ্কটি দুধরনের জমিতে $\sqrt{2^2+3}$ বা $\sqrt{7}$ km দূরত্ব অতিক্রম করত। এতে সময় লাগত $\frac{\sqrt{7}}{30} + \frac{\sqrt{7}}{10\sqrt{3}}$ বা 0.241 ঘণ্টা। লক্ষ্য করুন, এটি আগের সময়টির চেয়ে বেশি।

অনুশীলনী 4

(i) রেডিও তরঙ্গ, অবলোহিত তরঙ্গ ও গ্যামা রশ্মি।

(ii) কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণ বর্ণালির ব্যাখ্যায়।

(iii) ফোটনের শক্তি $h\nu = hc/\lambda$

(iv) আলোক তড়িৎ ক্রিয়া ও হাইড্রোজেন বর্ণালি সংক্রান্ত বোরের তত্ত্ব।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

i) 1.2.1 অনুচ্ছেদ দেখুন।

ii) 1.2.3 অনুচ্ছেদ দেখুন।

iii) 1.3, 1.3.1, 1.3.2 ও 1.3.3 অনুচ্ছেদগুলি দেখে নিন।

iv) 1.4, 1.4.1 ও 1.4.2 অনুচ্ছেদগুলি দেখে নিন।

v) 1.5 অনুচ্ছেদে এ সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

একক 2 ❑ জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যা

গঠন

2.1 প্রস্তাবনা

এই পর্যায়ের প্রথম এককে আপনি অলোকের তরঙ্গ ও কণিকা প্রকৃতির সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন। আলোকের তরঙ্গপ্রকৃতি স্বীকার করে নিলেও বলা যায় যে আলো যখন কোন বাধার সম্মুখীন হয় বা কোনও ছিদ্রের মধ্য দিয়ে গমন করে তখন ঐ বাধা বা ছিদ্রের আকার আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তুলনায় বড় হলে আলো মোটামুটিভাবে সরলরেখায়

চলে। আলোর এই সরলরৈখিক গতি থেকেই আলোকরশ্মির (ray) ধারণার উদ্ভব। আলোর তরঙ্গমুখের সঙ্গে লম্ব যে কোন সরলরেখাকেই আলোর একটি রশ্মি বলে ধরে নেওয়া যায়। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে আমরা সর্বদাই একটি রশ্মিগুচ্ছ (beam) দেখতে পাই যা অসংখ্য সন্নিহিত রশ্মির সমন্বয়। রশ্মিগুলি পরস্পর সমান্তরাল হতে পারে আবার সেগুলি যেন কোন একটি বিন্দু থেকে নির্গত হচ্ছে বা কোন একটি বিন্দুতে মিলিত হতে যাচ্ছে, এমনও হতে পারে। আপনি হয়ত জানেন যে এই তিন ক্ষেত্রে ঐ রশ্মিগুচ্ছকে আমরা যথাক্রমে সমান্তরাল (parallel), অপসারী (divergent) ও অভিসারী (convergent) রশ্মিগুচ্ছ বলে থাকি। দর্পণে প্রতিফলন এবং প্রিজ্‌ম্‌ বা লেন্সে প্রতিসরণ ঘটার ফলে আলোকের রশ্মিগুচ্ছ যে আচরণ করে সেটিই জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার আলোচ্য বিষয়।

আমাদের চক্ষু থেকে শুরু করে আতস কাচ, ফটোগ্রাফির ক্যামেরা, প্রজেক্টর, টেলিস্কোপ, মাইক্রোস্কোপ প্রভৃতি সমস্ত আলোকীয় যন্ত্রের কার্য জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার নীতির উপর ভিত্তি করে গঠিত। এজন্যই আলোকবিদ্যার তত্ত্বগত আলোচনাই বলুন আর তার ব্যবহারিক প্রয়োগের কথাই বলুন, যে কোন ক্ষেত্রেই জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার জ্ঞান একান্ত অপরিহার্য।

এই এককে অবশ্যই আমরা বিষয়টির সবদিক আলোচনা করার চেষ্টা করব না। দর্পণ ও লেন্স সমন্বিত একটি সমাক্ষ তন্ত্রের (coaxial system) উপর আপতিত রশ্মি কী আচরণ করে তার আলোচনাই আমাদের প্রধান উপজীব্য হবে। এখানে আমরা পূর্বপ্রচলিত পদ্ধতির পরিবর্তে আলোকরশ্মির ম্যাট্রিক্স (matrix) নির্দেশন ব্যবহার করব। আপনি দেখবেন যে এই পদ্ধতি গাণিতিক প্রক্রিয়াটিকে অনেক সরল করে তোলে।

আর একটি কথা। এখানে আমরা আলোকীয় তন্ত্রের অক্ষের সঙ্গে একতলীয় এবং অক্ষের নিকটবর্তী এবং তার সঙ্গে ক্ষুদ্র কোণে আনত, এমন রশ্মির কথাই বিবেচনা করব। এ ধরনের রশ্মিকে অক্ষ-সমীপবর্তী (paraxial) রশ্মি বলা হয়। রশ্মিগুলি আলোকীয় তন্ত্রের অক্ষের সঙ্গে যত বেশি কোণে আনত হয়, বক্র দর্পণ বা লেন্সের দ্বারা সৃষ্ট প্রতিবিম্ব ততই অস্পষ্ট ও বিকৃত হয়। এই ঘটনাকে আমরা অপেরণ (aberration) বলি। পরবর্তী এককে আপনি এ সম্বন্ধে বিস্তৃতভাবে জানতে পারবেন।

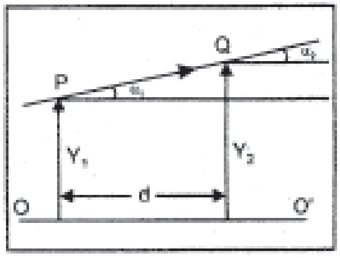
উদ্দেশ্য

এই এককের মূল উদ্দেশ্য সমতল ও বক্র দর্পণ; লেন্স ও একাধিক প্রতিফলক ও প্রতিসারক তল দিয়ে গঠিত সমাক্ষ আলোকীয় তন্ত্রের মূল ধর্মগুলির সঙ্গে আপনার পরিচয় ঘটানো। এককটি পড়ার পর আপনি

- আলোকীয় তন্ত্রে অক্ষের সমীপবর্তী কোন একটি রশ্মিকে 2×1 ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারবেন।
- রশ্মির সঞ্চলন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণের নির্দেশক ম্যাট্রিক্স গঠন করতে পারবেন।
- ম্যাট্রিক্স পদ্ধতিতে একটি মোটা লেন্স, দুটি সমাক্ষ সরু লেন্স বা যে কোনও সমাক্ষ আলোকীয় তন্ত্রের সমতুল্য লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারবেন।
- কোন আলোকীয় তন্ত্রের মূল বিন্দুগুলির (cardinal points) ধর্ম বিবৃত করতে পারবেন এবং যে কোন তন্ত্রের ক্ষেত্রে সেগুলির অবস্থান নির্ণয় করতে পারবেন।
- কোন আলোকীয় তন্ত্রের মূলবিন্দুগুলির অবস্থান জানা থাকলে যে কোনও বস্তুর প্রতিবিম্ব জ্যামিতিক পদ্ধতিতে বার করতে পারবেন।

2.2 জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যায় ম্যাট্রিক্স পদ্ধতি

ধরা যাক OO' একটি আলোকীয় তন্ত্রের অক্ষ এবং PQ একটি অক্ষ-সমীপবর্তী রশ্মি (চিত্র 2.1)। P বিন্দুতে অক্ষ থেকে রশ্মিটির দূরত্ব y_1 এবং অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে সেটির নতিকোণ α_1। ভেবে দেখুন, y_1 এবং α_1 রাশিদুটি জানা থাকলে P বিন্দুতে রশ্মিটি সম্পূর্ণরূপে নির্দেশিত হয়ে যায়। এজন্যই রশ্মিটিকে তখন একটি 2×1 ম্যাট্রিক্স দিয়ে বোঝানো যায়, যার দুটি সারি ও একটি স্তম্ভ : $\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$। গাণিতিক সুবিধার জন্য আমরা α_1 রাশির পরিবর্তে $\lambda_1 \; (= n_1\alpha_1)$ রাশিটি ব্যবহার করি, যেখানে $n_1 = P$ বিন্দুতে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক। এখন P বিন্দুতে রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্সটি দাঁড়াল ঃ $\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$



চিত্র 2.1

এবার আমরা সঞ্চলন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ফলে রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্সটি কীভাবে পরিবর্তিত হয় সেটি লক্ষ্য করব।

2.2.1 রশ্মির সঞ্চলন

আলোকরশ্মিটি OO' অক্ষ বরাবর d দূরত্ব যাওয়ার পর, ধরুন সেটির নতিকোণ ও অক্ষ থেকে দূরত্ব হল যথাক্রমে α_2 এবং y_2। স্পষ্টই বোঝা যায় $\alpha_2 = \alpha_1$ এবং $y_2 = y_1 + d\tan\alpha_1 = y_1 + d\alpha_1$। এখানে আমরা $\tan\alpha_1 \approx \alpha_1$ ধরেছি কেননা α_1 অত্যন্ত ক্ষুদ্র কোণ। যেহেতু Q বিন্দুতেও মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক n_1, $\lambda_2 = n_1\alpha_2 = n_1\alpha_1 = \lambda_1$ এবং $y_2 = \dfrac{d}{n_1}\lambda_1 + y_1$। এখন আমরা Q বিন্দুতে রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্সটি লিখতে পারি ঃ

$$\begin{pmatrix} \lambda_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \dfrac{d}{n_1}\lambda_1 + y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{d}{n_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \qquad \text{... (2.1)}$$

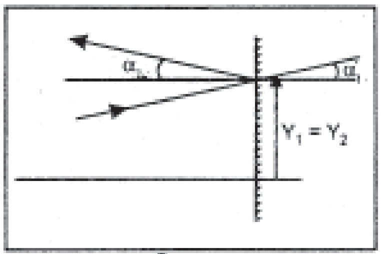
> এখানে আপনাকে ম্যাট্রিক্সের গুণের নিয়মটি স্মরণ করতে হবে। একটি 2×1 স্তম্ভ ম্যাট্রিক্সকে 2×2 বর্গ ম্যাট্রিক্স দিয়ে গুণের নিয়ম হল এইরকম ঃ
>
> $$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + bq \\ cp + dq \end{pmatrix}$$, যা একটি 2×1 স্তম্ভ ম্যাট্রিক্স।
>
> মনে রাখুন গুণের সময় প্রথম ম্যাট্রিক্সটির যতগুলি স্তম্ভ থাকবে, দ্বিতীয়টির ততগুলি সারি থাকতে হবে। তাই $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ গুণটি করা যায় না।

2.1 সমীকরণে $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{d}{n_1} & 1 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটিকে আমরা সঞ্চলন ম্যাট্রিক্স, T_d নামে অভিহিত করব। রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্স দুটিকে R_1 ও R_2 বলে অভিহিত করলে 2.1 ম্যাট্রিক্স সমীকরণটিকে লেখা যায় ঃ $\qquad R_2 = T_d R_1 \qquad$ ...(2.2)

T_d বর্গম্যাট্রিক্সটি d দূরত্ব সঞ্চলনের প্রভাব বোঝাচ্ছে।

2.2.2 রশ্মির প্রতিফলন

প্রথমে আমরা সমতল দর্পণে প্রতিফলনের বিষয়টি বিবেচনা করব। প্রতিফলনের ফলে স্বাভাবিক ভাবেই রশ্মির দিক বিপরীত হয়ে যায়। তাই প্রতিফলনের পূর্বে দর্পণ অভিমুখে এবং প্রতিফলনের পরে দর্পণের বিপরীত দিকে রশ্মির দিককে আমরা ধনাত্মক ধরব। 2.2 চিত্র থেকে বোঝা যায় যে এক্ষেত্রে $y_2 = y_1$, $\alpha_2 = \alpha_1$, অর্থাৎ $\lambda_2 = \lambda_1$। সুতরাং ম্যাট্রিক্স হিসাবে লিখলে



চিত্র 2.2

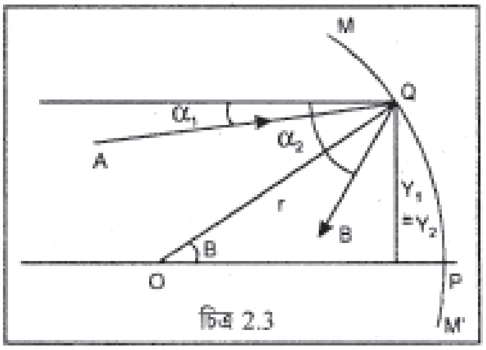
$$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix}$$

বা $$R_2 = U_\infty R_1\ ,\ U_\infty = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} \qquad \ldots (2.3)$$

এখানে U_∞ বর্গম্যাট্রিক্সটি সমতল দর্পণে প্রতিফলনের প্রভাব নির্দেশ করছে। এটিকে আমরা প্রতিফলন ম্যাট্রিক্স বলব। এখানে ∞ পাদলিপি ব্যবহারের কারণ নীচের অংশটি পড়লেই বুঝতে পারবেন।

এবার আমরা একটি অবতল দর্পণে প্রতিফলনের ফলে রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্সটি কী হয়, তা দেখব।

2.3 চিত্রে একটি অবতল দর্পণের প্রস্থচ্ছেদ MM′ দেখানো হয়েছে। দর্পণের অক্ষ P বিন্দুতে MM′ কে ছেদ করে। AQ রশ্মিটি দর্পণের Q বিন্দুতে আপতিত হয়েছে। BQ প্রতিফলিত রশ্মি, O বিন্দুটি দর্পণের বক্রতা কেন্দ্র এবং OQ আপতন বিন্দুতে দর্পণের তলের উপর লম্ব। প্রতিফলনের নিয়ম অনুযায়ী আপতন কোণ $i = \angle AQO = \angle BQO$। দর্পণের অক্ষের সঙ্গে আপতিত রশ্মির কোণ α_1। এখানে ধনাত্মক হলেও প্রতিফলিত রশ্মির কোণ α_2 ঋণাত্মক।



চিত্র 2.3

এক্ষেত্রে $y_2 = y_1$

এবং $\alpha_2 = -(\alpha_1 + 2i) = \alpha_1 - 2\theta$ (θ = কোণ $\angle POQ$; লক্ষ্য করুন, $i = \theta - \alpha_1$)

দর্পণের বক্রতা ব্যাসার্ধ যদি r হয় তবে

$$y_1 = r\sin\theta \approx r\theta \quad (\text{কেননা } \theta \text{ অতিক্ষুদ্র কোণ})$$

$$\therefore \quad \alpha_2 = \alpha_1 - \frac{2}{r}y_1\text{।}$$

মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক n দিয়ে গুণ করে, $\lambda_2 = \lambda_1 - \dfrac{2n}{r}\,y_1$

এখন আমরা প্রতিফলিত রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্সটি লিখতে পারি ঃ

$$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\lambda_1 - \dfrac{2n}{r}y_1\\ y_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -\dfrac{2n}{r}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix}$$

বা $\quad R_2 = U_r R_1$, U_r = প্রতিফলন ম্যাট্রিক্স $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2n}{r} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ....(2.4)

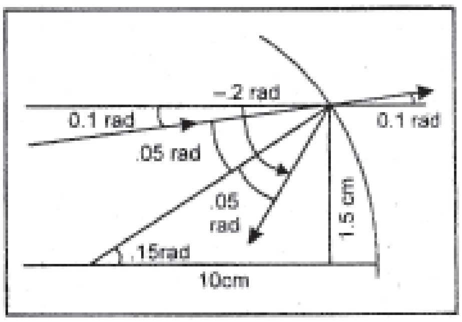
লক্ষ্য করুন, যখন দর্পণের ব্যাসার্ধ $r \to \infty$, তখন দর্পণটি সমতল দর্পণে পরিণত হয় এবং U_r ম্যাট্রিক্সটি 2.3 সমীকরণের U_∞ ম্যাট্রিক্সে পরিণত হয়। দর্পণটি যদি উত্তল হত তবে তার বক্রতা ব্যাসার্ধ ঋণাত্মক হত।

একটি উদাহরণ দিলে বিষয়টি আপনার কাছে স্পষ্ট হবে। ধরুন 10 cm বক্রতা ব্যাসার্ধের একটি অবতল দর্পণে একটি রশ্মি মেরুবিন্দু থেকে 15 cm দূরে অক্ষের সঙ্গে 0.1 রেডিয়ান কোণে বায়ুমাধ্যমে আপতিত হল। এক্ষেত্রে $y_1 = .015$ m , $r = 0.10$m , $n_1 = 1$, $\lambda_1 = 0.1$

ম্যাট্রিক্স $R_1 = \begin{pmatrix} 0\cdot1 \\ \cdot015 \end{pmatrix}$, ম্যাট্রিক্স $U_r = \begin{pmatrix} 1 & -20 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\therefore \text{ ম্যাট্রিক্স } R_2 = \begin{pmatrix} 1 & -20 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0\cdot1 \\ \cdot015 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\times0\cdot1 - 20\times\cdot015 \\ 1\times\cdot015 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0\cdot2 \\ \cdot015 \end{pmatrix}$$

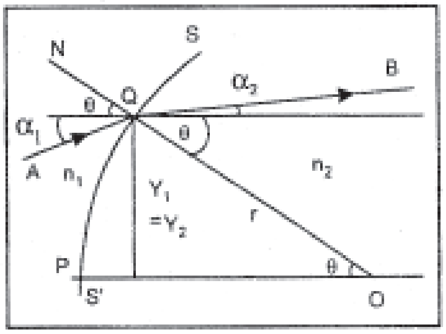
এর অর্থ প্রতিফলিত রশ্মিটি প্রতিফলনের ঠিক পরে অক্ষের সঙ্গে -0.2 রেডিয়ান কোণে আনত থাকবে।



চিত্র 2.4

2.2.3 রশ্মির প্রতিসরণ

এবার আমরা একটি বক্রতলে রশ্মির প্রতিসরণ বিবেচনা করব। ধরুন একটি রশ্মি AQ n_1 প্রতিসরাঙ্কের প্রথম মাধ্যম থেকে SS′ বক্রতলে আপতিত হল এবং প্রতিসরণের পর n_2 প্রতিসরাঙ্কের দ্বিতীয় মাধ্যমে QB পথে গমন করল (চিত্র 2.5)। OQ যোগ করে সেটি N পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। ON প্রতিসরণ বিন্দুতে প্রতিসারক তলের উপর লম্ব। বক্রতলের বক্রতা-কেন্দ্র O আলোকীয় তন্ত্রের অক্ষের উপর অবস্থিত এবং এই অক্ষটি SS′ তলকে P বিন্দুতে ছেদ করে। আলোকীয় অক্ষের সঙ্গে আপতিত রশ্মি α_1 কোণে এবং প্রতিসারিত রশ্মি α_2 কোণে আনত। ধরুন $\angle POQ = \theta$।



চিত্র 2.5

এখন আপতন কোণ $i = \alpha_1 + \theta$ এবং প্রতিসরণ কোণ $r = \alpha_2 + \theta$। প্রতিসরণের সূত্র অনুযায়ী

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin(\alpha_1 + \theta)}{\sin(\alpha_2 + \theta)} = \frac{n_2}{n_1}$$

যেহেতু $(\alpha_1 + \theta)$ এবং $(\alpha_2 + \theta)$ অত্যন্ত ক্ষুদ্র কোণ, আমরা লিখতে পারি, $\sin(\alpha_1 + \theta) \approx \alpha_1 + \theta$ এবং $\sin(\alpha_2 + \theta) \approx \alpha_2 + \theta$

সুতরাং $\quad n_1(\alpha_1 + \theta) = n_2(\alpha_2 + \theta)$

বা $\quad \lambda_2 = \lambda_1 + (n_1 - n_2)\,\theta \qquad (\because\ \lambda_1 = n_1\alpha_1\ ,\ \lambda_2 = n_2\alpha_2)$

প্রতিসরণ বিন্দুতে প্রতিসরণের ঠিক আগে ও পরে অক্ষ থেকে রশ্মির দূরত্ব যথাক্রমে y_1 ও y_2 ধরা যাক। এই দূরত্ব দুটি স্পষ্টতই সমান

এখন $y_1 = y_2 = r\sin\theta \approx r\ \theta$ (কেননা θ কোণ অতি ক্ষুদ্র) এবার আপনি লিখতে পারেন

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \frac{n_1 - n_2}{r}\, y_1 = \lambda_1 - Py_1\,,\ \text{যেখানে}\ P = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

অর্থাৎ $$\begin{pmatrix}\lambda_2 \\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\lambda_1 - Py_1 \\ y_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -P \\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1 \\ y_1\end{pmatrix}$$

বা $$R_2 = V_r R_1\ ,\ V_r = \text{প্রতিসরণ ম্যাট্রিক্স} \begin{pmatrix}1 & -P \\ 0 & 1\end{pmatrix} \qquad \ldots (2.5)$$

যেখানে R_1 ও R_2 ম্যাট্রিক্স দুটি প্রতিসরণের আগে ও পরে যথাক্রমে আপতিত ও প্রতিসৃত রশ্মি নির্দেশ করছে এবং V_r বর্গ ম্যাট্রিক্সটি r বক্রতা ব্যাসার্ধের উত্তল বক্রতলে প্রতিসরণের প্রভাব সূচিত করছে।

লক্ষ্য করে দেখুন, প্রতিসারক তলটি উত্তল হলে এবং $n_2 \rangle n_1$ হলে P রাশিটি ধনাত্মক। কিন্তু প্রতিসারক তলটি অবতল অথবা দ্বিতীয় মাধ্যমের তুলনায় প্রথম মাধ্যমটি ঘনতর হলে P রাশির মান ঋণাত্মক হবে।

T_d, U_r ও V_r ম্যাট্রিক্সগুলির একটি সাধারণ ধর্ম আপনি লক্ষ্য করে থাকবেন। সেটি হল

$$|T_d| = \begin{vmatrix}1 & 0 \\ \frac{d}{n_1} & 1\end{vmatrix} = 1\ \ ,\ |U_r| = \begin{vmatrix}1 & -\frac{2n}{r} \\ 0 & 1\end{vmatrix} = 1$$

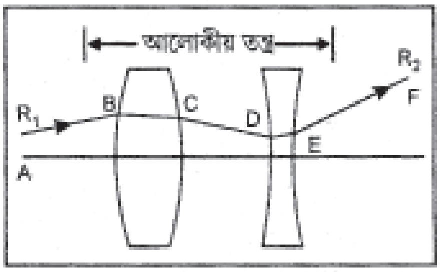
এবং $$|V_r| = \begin{vmatrix}1 & -P \\ 0 & 1\end{vmatrix} = 1 \qquad \ldots (2.6)$$

অর্থাৎ প্রত্যেক ম্যাট্রিক্সের ডিটারমিন্যান্ট-এর মান 1। গণিতের নিয়ম অনুযায়ী দুটি ম্যাট্রিক্সের প্রতিটির ডিটারমিন্যান্টের মান 1 হলে তাদের গুণফলের ডিটারমিন্যান্টের মানও 1 হবে। সুতরাং T, U ও V ম্যাট্রিক্সগুলির যে কোনও গুণফল ম্যাট্রিক্সের ডিটারমিন্যান্টের মান 1 হবে। এই ধর্মটি পরে আমাদের কাজে লাগবে।

2.2.4 সাধারণ আলোকীয় তন্ত্র (General Optical System)

যে কোনও সমাক্ষ আলোকীয় তন্ত্রে একটি রশ্মির গতিপথকে আপনি কিছুসংখ্যক সঞ্চলন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সমন্বয় হিসেবে দেখতে পারেন। 2.6 চিত্রে এমন একটি আলোকীয় তন্ত্র দেখতে পাবেন। এখানে AB

রশ্মিটি পরপর B, C, D ও E বিন্দুতে প্রতিসৃত হচ্ছে এবং AB, BC, CD, DE ও EF অংশগুলিতে রশ্মিটির সঞ্চলন ঘটছে। ধরা যাক চারটি প্রতিসরণের বিন্দুতে প্রতিসরণের নির্দেশক ম্যাট্রিক্সগুলি যথাক্রমে V_B, V_C, V_D এবং V_E। AB থেকে EF অংশগুলিতে সঞ্চলনের ম্যাট্রিক্সগুলি, ধরা যাক, যথাক্রমে T_{AB}, T_{BC}, T_{CD}, T_{DE} এবং T_{EF}। এবার ধরুন A বিন্দুতে রশ্মিটির নির্দেশক ম্যাট্রিক্স ছিল R_1। B বিন্দুতে আপতনের সময় রশ্মির ম্যাট্রিক্সটি হবে $T_{AB}\,R_1$। B বিন্দুতে প্রতিসরণের ঠিক পরেই রশ্মির ম্যাট্রিক্স হবে $V_B\,T_{AB}\,R_1$।



চিত্র 2.6

এইভাবে রশ্মিটিকে অনুসরণ করলে দেখতে পাবেন যে F বিন্দুতে রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্স হবে

$$R_2 = T_{EF}\,V_E\,T_{DE}\,V_D\,T_{CD}\,V_C\,T_{BC}\,V_B\,T_{AB}\,R_1 \qquad \text{... (2.7)}$$

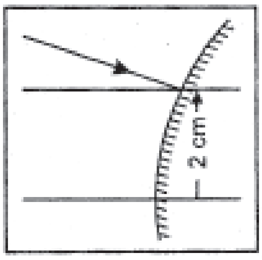
তন্ত্রটির মধ্যে কোন প্রতিফলক থাকলে প্রতিফলনটি নির্দেশ করার জন্য R_2 এর রাশিমালায় উপযুক্ত U ম্যাট্রিক্সেরও প্রয়োজন হত। 2.7 ম্যাট্রিক্স সমীকরণের ডানদিকে রশ্মিটির প্রারম্ভিক অবস্থার ম্যাট্রিক্স R_1 সহ অন্য ম্যাট্রিক্সগুলি জানা থাকলে কেবলমাত্র ম্যাট্রিক্স গুণনের সাহায্যেই রশ্মির চরম অবস্থার ম্যাট্রিক্স R_2-কে নির্ণয় করা যায়। এটি একটি সরল যান্ত্রিক প্রক্রিয়া এবং কম্পিউটারের সাহায্যে এই প্রক্রিয়াটি সহজেই সম্পন্ন করা যায়। এজন্যই জটিল আলোকীয় তন্ত্রের মধ্য দিয়ে আলোকরশ্মির গতিপথ অনুসন্ধান করতে ম্যাট্রিক্স পদ্ধতিকে উপযুক্ত মনে করা হয়।

2.6 চিত্রটি আর একবার দেখলে আপনি বুঝতে পারবেন যে আলোকীয় তন্ত্রটি প্রথম প্রতিসারক তল, অর্থাৎ B বিন্দু থেকে শেষ প্রতিসারক তল, অর্থাৎ E পর্যন্ত বিস্তৃত। এজন্য আলোকীয় তন্ত্রের মধ্যে যে প্রতিসরণ, সঞ্চলন প্রভৃতি ঘটে, সেগুলির নির্দেশক ম্যাট্রিক্সগুলির গুণফলকে তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স (system matrix, S) নামে অভিহিত করা হয়। 2.7 সমীকরণকে আপনি লিখতে পারেন ঃ

$$R_2 = T_{EF}\,(V_E\,T_{DE}\,V_D\,T_{CD}\,V_C\,T_{BC}\,V_B)\,T_{AB}\,R_1$$

বা $$R_2 = T_{EF}\,S\,T_{AB}\,R_1 \qquad \text{... (2.8)}$$

এখানে বন্ধনীর মধ্যে অবস্থিত ম্যাট্রিক্সগুলির গুণফলই তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স S। আগের আলোচনা অনুযায়ী S ম্যাট্রিক্সের ডিটারমিন্যান্ট $|S| = 1$। পরের অনুচ্ছেদে আমরা সাধারণ আলোকীয় তন্ত্রের ধর্মগুলি আলোচনা করব। কিন্তু তার আগে আপনি একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

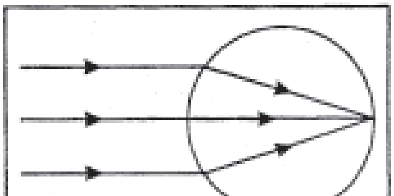


চিত্র 2.7

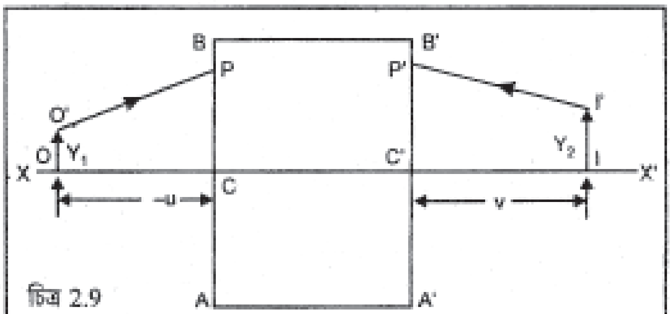
অনুশীলনী 1

i) 50 cm ব্যাসার্ধের একটি উত্তল দর্পণের উপর একটি আলোকরশ্মি অক্ষ থেকে 2cm দূরে অক্ষের সঙ্গে – .08 rad নতিকোণে আপতিত হল। প্রতিফলনের পর রশ্মিটির নতিকোণ কত হবে?

ii) বায়ুতে রাখা একটি গোলকের উপর সেটির কেন্দ্র অভিমুখী একটি স্বল্প পরিসরের সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ আপতিত হল। গোলকের উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক কত হলে রশ্মিগুচ্ছটি গোলকের বিপরীত তলে একটি বিন্দুতে মিলিত হবে?


চিত্র 2.8

2.3 সাধারণ আলোকীয় তন্ত্রের ধর্ম



চিত্র 2.9

আগের অনুচ্ছেদে আপনি একটি সাধারণ আলোকীয় তন্ত্রের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স বলতে কী বোঝায় তা জেনেছেন। এবার আমরা ম্যাট্রিক্স পদ্ধতি ব্যবহার করে আলোকীয় তন্ত্রের কয়েকটি ধর্মের পর্যালোচনা করব।

ধরা যাক কোন একটি আলোকীয় তন্ত্রের প্রথম ও শেষ প্রতিসারক তল যথাক্রমে AB ও A′B′ এবং XX′ সেটির অক্ষ (চিত্র 2.9)। অক্ষের সঙ্গে লম্ব বস্তুতলে O′ একটি বস্তুবিন্দু এবং O বিন্দুতে অক্ষটি বস্তুতলকে ছেদ করে। O′ এর প্রতিবিম্ব I′ বিন্দুতে গঠিত হয়েছে এবং অক্ষ XX′ প্রতিবিম্ব তলকে I বিন্দুতে ছেদ করে। বস্তুর নির্দিষ্ট অবস্থানের জন্য আমাদের প্রতিবিম্বের অবস্থান নির্ণয় করতে হবে।

বস্তু ও প্রতিবিম্বের দূরত্ব পরিমাপের জন্য আমাদের একটি রীতি স্থির করতে হবে। আমরা AB থেকে ডানদিকে বস্তু দূরত্ব এবং A′B′ থেকে ডানদিকে প্রতিবিম্ব দূরত্ব মাপব। AB এবং A′B′ তলের যথাক্রমে C ও C′ বিন্দু অক্ষের উপর অবস্থিত। বস্তু দূরত্ব u হলে দূরত্ব OC = – u এবং প্রতিবিম্ব দূরত্ব v হলে দূরত্ব C′I = v। লক্ষ্য করুন, এক্ষেত্রে u নেগেটিভ এবং – u পজিটিভ রাশি, কিন্তু v নিজেই পজিটিভ রাশি। বস্তু ও প্রতিবিম্ব বায়ু মাধ্যমে (n = 1) আছে বলে ধরে নিন।

এবার ধরা যাক O′ বিন্দুতে O′P রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্স $\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix}$ এবং AB ও A′B′ এর মধ্যবর্তী আলোকীয় তন্ত্রের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স $S = \begin{pmatrix}b & -a\\ -d & c\end{pmatrix}$। রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্সটি হবে ঃ

P বিন্দুতে ঃ $$\begin{pmatrix}\lambda'\\ y'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ -u & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix} \quad \text{... (2.9a)}$$

P′ বিন্দুতে ঃ $$\begin{pmatrix}\lambda''\\ y''\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b & -a\\ -d & c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda'\\ y'\end{pmatrix} \quad \text{... (2.9b)}$$

I′ বিন্দুতে ঃ $$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ v & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda''\\ y''\end{pmatrix} \quad \text{... (2.9c)}$$

2.9a, b ও c সমীকরণগুলি একত্রিত করে পাওয়া যায়

$$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ v & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b & -a\\ -d & c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -u & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix}$$

ডানদিকের রাশিমালার তিনটি বর্গম্যাট্রিক্সের গুণফল বার করে,

$$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ v & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b+au & -a\\ -d-cu & c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b+au & -a\\ bv+auv-cu-d & c-av\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix} \quad \text{... (2.10)}$$

2.10 সমীকরণটি বস্তুতলে যে কোন বিন্দু এবং তার প্রতিবিম্ব বিন্দুর ক্ষেত্রে সত্য হবে। আমরা যদি অক্ষের উপর O বিন্দুটিকে বস্তু হিসাবে ধরি তবে অবশ্যই অক্ষের উপর প্রতিবিম্ব তলে I বিন্দুটিই হবে তার প্রতিবিম্ব। এক্ষেত্রে y_1 এবং y_2 উভয়ের মানই শূন্য। কিন্তু 2.10 থেকে,

$$y_2 = (auv + bv - cu - d)\,\lambda_1 + (c - av)\,y_1$$

$y_1 = y_2 = 0$ বসালে, $\quad auv + bv - cu - d = 0 \quad$ ... (2.11)

2.11 সমীকরণ থেকে আপনি u ও v এর সম্পর্ক পেতে পারেন ঃ

$$v = \frac{cu + d}{au + b} \quad \text{... (2.12a)}$$

বা

$$u = \frac{d - bv}{av - c} \quad \text{... (2.12b)}$$

2.11 সম্পর্কটি ব্যবহার করে , 2.10 সমীকরণটি লেখা যায়

$$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b+au & -a\\ 0 & c-av\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix} \quad \text{... (2.13)}$$

এই সমীকরণ থেকে যখন, y_1 ও y_2 এর মান শূন্য নয়, তখন

$$y_2 = (c - av)\,y_1 \quad \text{... (2.14)}$$

অর্থাৎ প্রতিবিম্বের বিবর্ধন $M = \dfrac{y_2}{y_1} = c - av$ ... (2.15)

এখানে বিবর্ধনের রাশিমালাটি প্রতিবিম্ব দূরত্বের হিসাবে পেয়েছেন। ইচ্ছা করলে আপনি এটি বস্তু দূরত্বের হিসাবেও পেতে পারেন। 2.13 সমীকরণের বর্গ-ম্যাট্রিক্সটির ডিটারমিন্যান্ট-এর মান যেহেতু 1,

$$(b + au)(c - av) = 1, \text{ বা } c - av = \frac{1}{b + au}$$

$$\therefore \quad M = \frac{1}{b + au} \quad \text{... (2.16)}$$

এখন আপনি 2.13 সমীকরণটি খুবই সরল রূপে লিখতে পারেন

$$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/M & -a\\ 0 & M\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix} \qquad \text{... (2.17)}$$

এই অনুচ্ছেদে এ পর্যন্ত যা পড়েছেন তার সাহায্যে আপনি a, b, c ও d এই চারটি ধ্রুবকের মাধ্যমে আলোকীয় তন্ত্রটির আচরণের সম্পূর্ণ বর্ণনা দিতে পারবেন। এখানে আমরা তন্ত্রটির বিশেষ কয়েকটি বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করব।

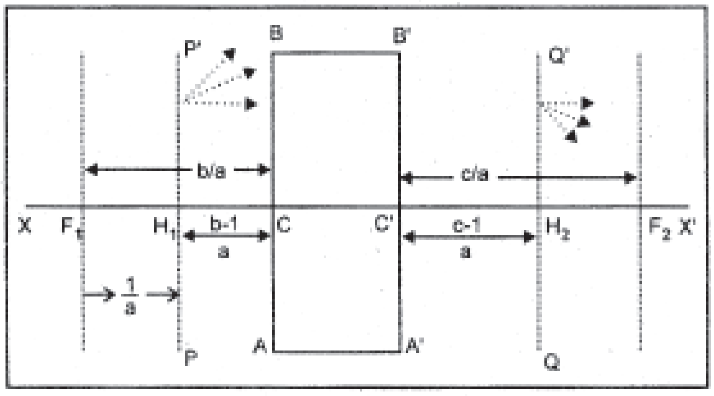
2.3.1 মূল ফোকাস বিন্দু (Principal Foci)

কোন একটি আলোকীয় তন্ত্রের দুটি মূল ফোকাস বিন্দু F_1 ও F_2 থাকে। AB ও A′B′ তল দুটির সাপেক্ষে এই দুটির দূরত্ব যথাক্রমে f_1 ও f_2 হলে বিন্দুটির সংজ্ঞা দেওয়া যায় ঃ

$$f_1 = \underset{v\to\infty}{\mathcal{L}t}\; u = \underset{v\to\infty}{\mathcal{L}t}\; \frac{d - bv}{av - c} = -\frac{b}{a} \qquad \text{... (2.18a)}$$

এবং $$f_2 = \underset{u\to\infty}{\mathcal{L}t}\; v = \underset{u\to\infty}{\mathcal{L}t}\; \frac{cu + d}{au + b} = \frac{c}{a} \qquad \text{... (2.18b)}$$

এখানে আমরা 2.12 a ও b এর রাশিমালাগুলি ব্যবহার করেছি। F_1 ও F_2 বিন্দু দুটির অবস্থান 2.10 চিত্রে দেখতে পারেন।



চিত্র 2.10

2.3.2 একক সমতল (Unit planes) ও প্রধান বিন্দু (Principal points)

একটি আলোকীয় তন্ত্রে অক্ষের সঙ্গে লম্ব দুটি একক সমতল থাকে। একক সমতলের বৈশিষ্ট্য এই, যে একটি সমতলে অক্ষ থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় (y_1) অবস্থিত বিন্দু থেকে আগত কোন রশ্মি তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যাওয়ার পর অন্য সমতলে অক্ষ থেকে একই উচ্চতায় (y_2) অবস্থিত বিন্দুর মধ্য দিয়ে নির্গত হবে। এর ফলে একটি একক সমতলে অবস্থিত বস্তুর প্রতিবিম্ব অপর একক সমতলে একক বিবর্ধনে (M = 1) গঠিত হয়। একক সমতলগুলি 2.10 চিত্রে PP′ ও QQ′ হিসাবে দেখানো হয়েছে। এই সমতলগুলি XX′ অক্ষকে যে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে (H_1 ও H_2) সেগুলিকে তন্ত্রটির প্রধান বিন্দু বলা হয়।

প্রধান বিন্দু দুটির অবস্থান আপনি সহজেই নির্ণয় করতে পারবেন। আমরা আগেই দেখেছি বিবর্ধন $M = C - av = \frac{1}{b + au}$ (2.15 ও 2.16 থেকে।)

প্রথম প্রধান বিন্দুর জন্য $\frac{1}{b + au} = 1$ অর্থাৎ $u = \frac{1-b}{a}$ $\therefore$ দূরত্ব $CH_1 = \frac{b-1}{a}$ ... (2.19a)

দ্বিতীয় প্রধান বিন্দুর জন্য $c - av = 1$ অর্থাৎ $v = \frac{c-1}{a}$ $\therefore$ দূরত্ব $C'H_2 = \frac{c-1}{a}$ ... (2.19b)

প্রধান বিন্দু থেকে ফোকাস দৈর্ঘ্যের পরিমাপ

আমরা আগে তন্ত্রের দুই প্রান্তের প্রতিসারক তলগুলি থেকে মূল ফোকাস বিন্দু দুটির দূরত্ব মেপেছি। এখন আপনি প্রধান বিন্দুগুলি থেকে সেই দিকের ফোকাস বিন্দুগুলির দূরত্ব নির্ণয় করতে পারেন।

$$H_2F_1 = \text{দূরত্ব } CF_1 - \text{দূরত্ব } CH_1 = -\frac{b}{a} - \frac{1-b}{a} = -\frac{1}{a} \quad \text{... (2.20a)}$$

এবং $$H_2F_2 = \text{দূরত্ব } C'F_2 - \text{দূরত্ব } C'H_2 = \frac{c}{a} - \frac{c-1}{a} = \frac{1}{a} \quad \text{... (2.20b)}$$

অর্থাৎ প্রধান বিন্দু থেকে মাপা হলে তন্ত্রটির দুই মূল ফোকাস সমান দূরত্বে অবস্থিত হয়।

দেখা যাক C ও C′ বিন্দুর পরিবর্তে প্রধান বিন্দু দুটি থেকে বস্তু ও প্রতিবিম্বের দূরত্ব মাপলে 2.11 সূত্রটির রূপ কী দাঁড়ায়।

ধরে নিন প্রধান বিন্দু থেকে মাপা বস্তু দূরত্ব $u' = u - \frac{1-b}{a}$ এবং প্রতিবিম্ব দূরত্ব $v' = v - \frac{c-1}{a}$। 2.11 সূত্রে u এর পরিবর্তে $u' + \frac{1-b}{a}$, v এর পরিবর্তে $v' + \frac{c-1}{a}$ লিখে পাবেন,

$$a\left(u' + \frac{1-b}{a}\right)\left(v' + \frac{c-1}{a}\right) + b\left(v' + \frac{c-1}{a}\right) - c\left(u' + \frac{1-b}{a}\right) - d = 0$$

রাশিমালাটি সরল করে

$$au'v' - u' + v' - \frac{1 + ad - bc}{a} = 0$$

আলোকীয় তন্ত্রটির তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের ডিটারমিন্যান্ট $|S| = bc - ad$

এবং 2.2.3 অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি যে এর মান 1। সুতরাং $ad - bc + 1 = 0$

এবং $$au'v' - u' + v' = 0$$

এটিকে সাজিয়ে লিখলে পাবেন $$\frac{1}{v'} - \frac{1}{u'} = a \quad \text{... (2.21)}$$

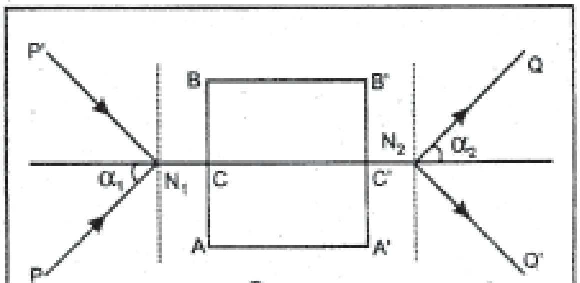
2.21 সূত্রটি নিশ্চয়ই আপনার কাছে লেন্সের বস্তু-দূরত্ব ও প্রতিবিম্ব-দূরত্বের পরিচিত সূত্র বলে মনে হচ্ছে। এখানে ফোকাস-দূরত্বের স্থান নিয়েছে $\frac{1}{a}$, যা আপনি 2.20 a ও b সূত্রে আগেই দেখেছেন। এটি লক্ষ্য করার বিষয় যে

একটি অজ্ঞাত আলোকীয় তন্ত্রের কেবলমাত্র তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সটি ধরে নিয়ে আমরা সেটিকে একটি পাতলা লেন্সের সমতুল বলে প্রতিষ্ঠিত করতে পেরেছি।

এবার আমরা তন্ত্রটির আরও একজোড়া গুরুত্বপূর্ণ বিন্দু সম্বন্ধে আলোচনা করব।

2.3.3 নোড্ বিন্দু (Nodal points)

আলোকীয় তন্ত্রের অক্ষের উপর এমন দুটি বিন্দু থাকে যার একটির মধ্য দিয়ে কোন একটি রশ্মি তন্ত্রের উপর আপতিত হলে সেটি অন্য বিন্দুটির মধ্য দিয়ে আপতিত রশ্মির সঙ্গে সমান্তরালভাবে নির্গত হয়। এক্ষেত্রে আপনি বলতে পারেন যে রশ্মিটির কৌণিক বিবর্ধনের মান 1। এই বিন্দু দুটিকে তন্ত্রটির নোড বিন্দু বলা হয় এবং এগুলির মধ্য দিয়ে তন্ত্রটির অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে যে দুটি সমতল কল্পনা করা যায় সেগুলিকে নোডাল সমতল (Nodal Plane) বলে। 2.11 চিত্র থেকে আপনি নোড বিন্দুর ধর্ম বুঝতে পারবেন। N_1 এবং N_2 বিন্দু দুটি এই চিত্রে নোড বিন্দু দুটিকে নির্দেশ করছে। এখানে PN_1 আপতিত রশ্মি N_2Q পথে এবং $P'N_1$ আপতিত রশ্মি N_2Q' পথে নির্গত হচ্ছে। লক্ষ্য করুন, প্রতিক্ষেত্রেই নির্গত রশ্মিটি আপতিত রশ্মির সমান্তরাল। নোড বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ণয় করতে আপনাকে 2.10 সমীকরণে ফিরে যেতে হবে। ঐ সমীকরণ থেকে



চিত্র 2.11

$$\lambda_2 = (b + au)\,\lambda_1 - ay_1$$

নোড বিন্দুর ক্ষেত্রে $y_1 = 0$। এছাড়া আমরা যদি নোড বিন্দু দুটি একই প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যমে আছে বলে ধরে নিই তবে $\lambda_2 = \lambda_1$, কেননা আপতিত ও নির্গত রশ্মি দুটির নতিকোণ α_1 ও α_2 সমান।

সুতরাং $\lambda_1 = (b + au)\,\lambda_1$

বা $$u = \frac{1 - b}{a} \qquad \text{... (2.22a)}$$

2.12a সূত্রে u এর এই মান ব্যবহার করে,

$$v = \frac{c}{a}(1 - b) + d \qquad (\text{কেননা } au + b = 1)$$

$$= \frac{c - bc + ad}{a}$$

বা $$v = \frac{c - 1}{a} \qquad (\text{কেননা } bc - ad = 1) \qquad \text{... (2.22b)}$$

2.19 a ও b সমীকরণের সঙ্গে 2.22a ও b সমীকরণের তুলনা করলে দেখবেন যে নোড বিন্দুগুলি প্রধান বিন্দুগুলির সঙ্গে সমস্থানিক। এর কারণ, আমরা N_1 ও N_2 বিন্দু দুটি একই প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যমে রয়েছে বলে ধরেছি। মাধ্যম দুটির প্রতিসরাঙ্ক ভিন্ন হলে H_1N_1 ও H_2N_2 এর মান কত হয় তা আপনি নিজেই নির্ণয় করতে পারবেন।

যে কোন আলোকীয় তন্ত্রের মূল ফোকাস বিন্দু, প্রধান বিন্দু এবং নোড বিন্দুগুলির অবস্থান জানা থাকলে যে কোন আপতিত রশ্মির নির্গমন পথ নির্ণয় করা যায়। এই তিন বিন্দুযুগ্ম এজন্যই খুবই গুরুত্বপূর্ণ এবং এই কারণে এগুলিকে কার্ডিনাল (cardinal) বিন্দু বা মূলবিন্দু বলা হয়।

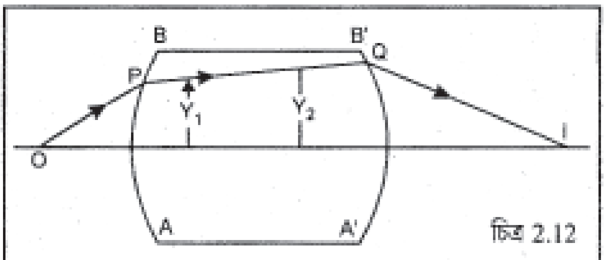
এবার আপনি একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী 2

2.9 চিত্রে u = – 10 cm, v = 15 cm এবং তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের a = 0.10 cm^{-1}, b = 3, c = 2, d = 50 cm ধরে নিন। O′ বিন্দুতে λ_1 = 0.1rad এবং y_1 = 1 cm হলে I′ বিন্দুতে λ_2 ও y_2 এর মান বার করুন।

2.4 স্থূল লেন্স

জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যায় ম্যাট্রিক্স পদ্ধতির সম্বন্ধে আপনি যা শিখেছেন এবার নিশ্চয়ই তার প্রয়োগ করতে চাইবেন। এই এককে আমরা দুটি অপেক্ষাকৃত সরল আলোকীয় তন্ত্রের ক্ষেত্রে পদ্ধতিটি প্রয়োগ করব। এর প্রথমটি হল স্থূল লেন্স। লেন্সের বেধ যখন তার দুটি তলের বক্রতা-ব্যাসার্ধের তুলনায় উপেক্ষণীয় হয় না, তখনই আমরা লেন্সটিকে স্থূল বলি।



চিত্র 2.12

2.12 চিত্রে একটি স্থূল লেন্সের মধ্য দিয়ে OPQI রশ্মির গতিপথ দেখানো হয়েছে। প্রথম প্রতিসারক তলের বক্রতা-ব্যাসার্ধ r_1। রশ্মিটি এই তলে P বিন্দুতে আপতিত হয়েছে। আপতনের ঠিক পূর্বে রশ্মিটির নতিকোণ α_1 ও অক্ষ থেকে দূরত্ব y_1। লেন্সের বেধ t অতিক্রম করার পর রশ্মিটি Q বিন্দুতে r_2 বক্রতা ব্যাসার্ধের দ্বিতীয় প্রতিসারক তলে প্রতিসরণের ঠিক পরে রশ্মিটির নতিকোণ α_2 এবং অক্ষ থেকে দূরত্ব y_2। আমরা ধরে নেব লেন্সটির উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক n এবং সেটি বায়ু মাধ্যমে রয়েছে। P ও Q বিন্দুতে লেন্সটির ঠিক বাইরে রশ্মির নির্দেশক ম্যাট্রিক্স যথাক্রমে $\begin{pmatrix}\lambda_1\\ y_1\end{pmatrix}$ ও $\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix}$ হলে

$$\begin{pmatrix}\lambda_2\\ y_2\end{pmatrix} = V_{r_2}\,T_t\,V_{r_1}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ r_1\end{pmatrix}$$ যেখানে V_{r_1}, T_t ও V_{r_2} যথাক্রমে AB তলে প্রতিসরণ, PQ পথে সঞ্চরণ ও A′B′ তলে প্রতিসরণের ম্যাট্রিক্স

$$= \begin{pmatrix}1 & -P_2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \frac{t}{n} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -P_1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\ r_1\end{pmatrix}$$

$$= S\begin{pmatrix}\lambda_1\\ r_1\end{pmatrix}$$, যেখানে S তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সটি তিনটি বর্গম্যাট্রিক্সের গুণফল। লক্ষ্য করুন, এখানে $P_1 = \dfrac{n-1}{r_1}$, $P_2 = \dfrac{1-n}{r_2}$ । r_1 এর মান 2.12 চিত্রে পজিটিভ হলেও r_2 এর মান নেগেটিভ। ম্যাট্রিক্সগুলি গুণ করে পাওয়া যায়

$$S \text{ বা } \begin{pmatrix} b & -a \\ -d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -P_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{t}{n} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -P_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -P_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -P_1 \\ \frac{t}{n} & -P_1\frac{t}{n}+1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-P_2\frac{t}{n} & -P_1-P_2+P_1P_2\frac{t}{n} \\ \frac{t}{n} & -P_1\frac{t}{n}+1 \end{pmatrix}$$

সুতরাং তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের রাশিগুলি হল

$$a = P_1 + P_2 - P_1P_2\frac{t}{n} = \frac{1}{F} \text{ ধরুন}$$
$$b = 1 - P_2\frac{t}{n},$$
$$c = 1 - P_1\frac{t}{n},$$
$$d = -\frac{t}{n} \qquad \dots (2.23)$$

এখন 2.18 a, b, 2.19 a, b এবং 2.22a, b সূত্রগুলির সাহায্যে সরাসরি ফোকাস বিন্দু, প্রধান বিন্দু এবং নোড বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ণয় করা যেতে পারে। 2.13 চিত্রে বিন্দুগুলির অবস্থান দেখানো হয়েছে।

লেন্সের প্রথম প্রতিসারক তল থেকে প্রথম প্রধান বিন্দুর দূরত্ব, অর্থাৎ

$$CH_1 = \frac{1-b}{a} = P_2\frac{t}{n}\cdot F$$

এইভাবে $C'H_2 = \frac{c-1}{a} = -P_2\frac{t}{n}\cdot F$

প্রধান বিন্দু দুটি থেকে মূল ফোকাস বিন্দু দুটির দূরত্ব

$$H_1F_1 = -\frac{1}{a} = -F$$

এবং $\qquad H_2F_2 = \frac{1}{a} = F$

যেহেতু লেন্সটি বায়ুমাধ্যমে রাখা আছে, এটির বস্তু ও প্রতিবিম্ব, দুই দিকের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক সমান। সুতরাং এক্ষেত্রে নোড বিন্দুগুলি প্রধান বিন্দুতেই অবস্থিত হবে।

এবার বায়ুতে রাখা একটি উভোত্তল লেন্সের উপর আমাদের নির্ণীত সূত্রগুলি প্রয়োগ করে দেখা যাক।

ধরুন একটি লেন্সের $r_1 = 25$ cm, $r_2 = -25$ cm, $t = 6$ cm, $n = 1.5$।

সুতরাং $P_1 = \frac{n-1}{r_1} = \frac{1\cdot5-1}{25} = \cdot 02 \text{ cm}^{-1}$ এবং

$$p_2 = \frac{1-n}{r_2} = \frac{1-1.5}{-25} = +\cdot 02\ cm^{-1}\ ।\quad \frac{t}{n} = \frac{6}{1\cdot 5} = 4\ cm\ ।$$

$$\therefore\ a = P_1 + P_2 - P_1P_2\frac{t}{n} = \cdot 02 + \cdot 02 - \cdot 02 \times \cdot 02 \times 4 = \cdot 0384\ cm$$

$$b = 1 - P_2 \cdot \frac{t}{n} = 1 - \cdot 02 \times 4 = 0 \cdot 92$$

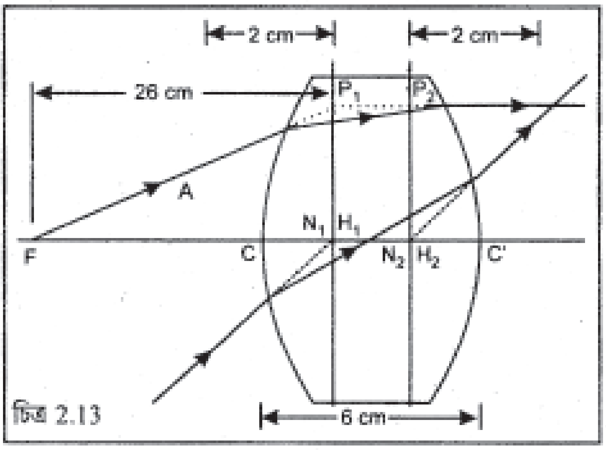
একইভাবে $C = 0.92$ এবং $d = -4\ cm$।

লেন্সের প্রথম তল থেকে প্রথম প্রধান বিন্দুর দূরত্ব, $\frac{1-b}{a} = \frac{1-0\cdot 92}{\cdot 0384} \cong 2\,cm$ এই রাশিটি পজিটিভ হওয়ার অর্থ প্রধান বিন্দুটি লেন্সের তলে ডানদিকে, অর্থাৎ লেন্সের মধ্যে অবস্থিত হবে।

লেন্সের দ্বিতীয় তল থেকে দ্বিতীয় প্রধান বিন্দুর দূরত্ব $\frac{c-1}{a} = \frac{0\cdot 92 - 1}{\cdot 0384} \cong -2\,cm$ এটি নেগেটিভ হওয়ায় দ্বিতীয় প্রধান বিন্দুটিও লেন্সের মধ্যে থাকবে।

প্রধান বিন্দু থেকে মাপা ফোকাস দৈর্ঘ্য $\frac{1}{a} = \frac{1}{\cdot 0384} \cong 26\,cm$।

এক্ষেত্রে বস্তু ও প্রতিবিম্ব, দুই দিকেই মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক 1 হওয়ায় নোড্ বিন্দু দুটিও প্রধান বিন্দু দুটিতেই অবস্থিত হবে। নীচের চিত্র থেকে (চিত্র 2.13) আপনি লেন্সটির মূলবিন্দুগুলির অবস্থান ও রশ্মির গতিপথ বুঝতে পারবেন। এই চিত্রে A রশ্মি প্রথম মূল ফোকাস বিন্দু F_1 থেকে নির্গত হয়েছে এবং প্রথম একক তলের P_1 বিন্দু



চিত্র 2.13

অভিমুখে গমন করে লেন্সের উপর আপতিত হয়েছে। একক তলের ধর্ম অনুযায়ী রশ্মিটি P_1 এর সমান উচ্চতায় দ্বিতীয় একক তলে P_2 বিন্দু থেকে নির্গত হচ্ছে বলে মনে হবে। B রশ্মিটি নোড বিন্দু N_1 অভিমুখে গিয়ে লেন্সের উপর আপতিত হয়েছে এবং লেন্সের মধ্য দিয়ে প্রতিসরণের পর দ্বিতীয় নোড বিন্দু N_2 এর মধ্য দিয়ে নির্গত হচ্ছে বলে মনে হবে।

লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য

আমরা দেখেছি প্রধান বিন্দু থেকে মাপা হলে স্থূল লেন্সের ফোকাস-দৈর্ঘ্য হয় $\frac{1}{a}$। যদি ফোকাস দৈর্ঘ্য F হয় তবে

$$\frac{1}{F} = a = P_1 + P_2 - P_1 P_2 \frac{t}{n}$$

$$= \frac{n-1}{r_1} + \frac{1-n}{r_2} + \frac{(n-1)^2}{r_1 r_2} \frac{t}{n}$$

$$= (n-1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{t}{r_1 r_2}(1 - \frac{1}{n})\right] \quad \text{... (2.24)}$$

2.24 সূত্র থেকে আপনি বুঝতে পারবেন যে যদি $t << r_1$ বা r_2 হয় তবে t - যুক্ত রাশিটি উপেক্ষা করা যায় এবং লেন্সটি সরু লেন্স (thin lens) হিসাবে ধরা যায়।

সরু লেন্সের ক্ষেত্রে t কে উপেক্ষা করে পাওয়া যায়

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] \quad \text{... (2.25)}$$

2.25 সূত্রটি লেন্স তৈরির জন্য একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ সূত্র এবং এটি 'লেন্স নির্মাতার সূত্র' (lensmaker's formula) নামে পরিচিত। এই সূত্রটি ব্যবহার করার সময় আপনাকে মনে রাখতে হবে, আপতিত রশ্মির দিক থেকে উত্তল তলের বক্রতা-ব্যাসার্ধ পজিটিভ এবং অবতল তলের বক্রতা-ব্যাসার্ধ নেগেটিভ। এই রীতি অনুযায়ী উত্তল বা অভিসারী লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য পজিটিভ, অবতল বা অপসারী লেন্সের ফোকাস-দৈর্ঘ্য নেগেটিভ।

2.5 দুটি সরু লেন্সের সমন্বয়

আমরা আগেই দেখেছি যে লেন্সের বেধ t যখন বক্রতা ব্যাসার্ধ r_1 বা r_2 এর তুলনায় উপেক্ষণীয় হয় তখনই লেন্সটিকে সরু বলা যায়। এই অবস্থায় 2.23 থেকে তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের রাশিগুলি হবে

$$a = P_1 + P_2 = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{f} \text{ (2.25 সূত্র থেকে)}$$

$b = c = 1$, $d = 0$ ।

অর্থাৎ লেন্সটির তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সটি হবে $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ।

এবার বায়ু মাধ্যমে রাখা দুটি সমাক্ষ সরু লেন্স বিবেচনা করা যাক, যাদের ফোকাস দৈর্ঘ্য f_1 ও f_2 এবং ব্যবধান D (চিত্র 2.14)। দুটি লেন্সের সমন্বয়ের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সটি হবে

S = দ্বিতীয় লেন্সের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স ×d দূরত্বের সঞ্চলন ম্যাট্রিক্স × প্রথম লেন্সের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স

অর্থাৎ $S = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ D & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

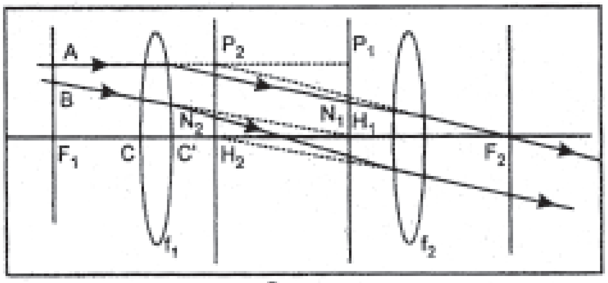
$$= \begin{pmatrix} 1-\dfrac{D}{f_2} & -\dfrac{1}{f_1}-\dfrac{1}{f_2}+\dfrac{D}{f_1 f_2} \\ D & 1-\dfrac{D}{f_1} \end{pmatrix} \qquad \text{... (2.26)}$$

তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের সাধারণ রূপ $\begin{pmatrix} b & -a \\ -d & c \end{pmatrix}$ এর সঙ্গে এটির তুলনা করলে পাবেন

$$a = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2} = \frac{1}{F} \text{ ধরা যাক}$$

$$b = 1 - \frac{D}{f_2}, c = 1 - \frac{D}{f_1}, d = -D$$

এখন আমরা তন্ত্রটির মূলবিন্দুগুলির অবস্থান নির্ণয় করতে পারি। প্রথম প্রতিসারক তল, অর্থাৎ C বিন্দু থেকে প্রথম প্রধান বিন্দুর দূরত্ব CH_1 (চিত্র 2.14)



চিত্র 2.14

$$= \frac{1-b}{a} = \frac{DF}{f_2} \qquad \text{... (2.27a)}$$

একইভাবে $C'H_2 = \dfrac{C-1}{a} = -\dfrac{DF}{f_1}$ ...(2.27b)

$$H_1F_1 = -\frac{1}{a} = -F \qquad \text{... (2.28a)}$$

এবং $H_2F_2 = \dfrac{1}{a} = F$ ... (2.28b)

2.14 চিত্রে A রশ্মিটির দিক প্রথম একক তলের যে বিন্দুর (P_1) দিকে ছিল, প্রতিসরণের পর সেটি দ্বিতীয় একক তলের সমান উচ্চতার বিন্দু (P_2) থেকে আসছে বলে মনে হবে। আবার, B রশ্মির দিক যেহেতু আপতনের আগে N_1 বিন্দু (বা H_1 বিন্দু) অভিমুখী, প্রতিসরণের পর সেটি কোন কৌণিক বিচ্যুতি ছাড়াই N_2 বিন্দু থেকে আসছে বলে মনে হবে।

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে লেন্স সমন্বয়টির কার্যকরী ফোকাস দৈর্ঘ্য F, যেখানে

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2} \qquad \text{... (2.29)}$$

2.29 সূত্রটির উপর ভিত্তি করে লেন্স সমন্বয়টির আচরণ সম্বন্ধে বেশ কিছুটা জানা যায়। এখানে কয়েকটি বিশেষ অবস্থার আলোচনা করা যাক।

ক) যখন দুটি লেন্সই উত্তল, অর্থাৎ f_1 ও f_2 উভয়ই পজিটিভ :

i) যদি D = 0 হয়, তবে $\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2}$ অর্থাৎ লেন্স সমন্বয়ের ক্ষমতা (power) দুটি লেন্সের ক্ষমতার যোগফল হয়।

ii) যদি $D = f_1 + f_2$ হয় তবে $\frac{1}{F} = 0$ হয়, অর্থাৎ লেন্স সমন্বয়টির কোন অভিসারী বা অপসারী ক্ষমতা থাকে না, সেটি একটি স্বচ্ছ আয়তফলকের মত আচরণ করে। এ জাতীয় সমন্বয়কে দূরবীক্ষণীয় সমন্বয় (telescopic combination) বলা হয়, কেননা জ্যোতির্বিজ্ঞানে ব্যবহৃত দূরবীক্ষণে দুটি অভিসারী লেন্স এইভাবে থাকে।

iii) যখন $D > f_1 + f_2$, অর্থাৎ F নেগেটিভ হয়। অর্থাৎ লেন্স সমন্বয়টি একটি অপসারী লেন্সের মত কাজ করে।

খ) যখন দুটি লেন্সই অবতল, অর্থাৎ f_1 ও f_2 উভয়ই নেগেটিভ ঃ এই অবস্থায় D এর যে কোন মানের জন্য F নেগেটিভ হয় এবং সমন্বয়টি অপসারী হিসাবে কাজ করে।

গ) যখন একটি লেন্স উত্তল, অন্যটি অবতল অর্থাৎ, f_1 পজিটিভ কিন্তু f_2 নেগেটিভ ($f_2 = -f_3$ ধরুন)

যেহেতু $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_3} + \frac{D}{f_1 f_3} = \frac{f_3 - f_1 + D}{f_1 f_3}$,

i) $D > f_1 - f_3$ হলে সমন্বয়টি অভিসারী হবে।

ii) $D = f_1 - f_3$ হলে $\frac{1}{F} = 0$, অর্থাৎ সমন্বয়টি দূরবীক্ষণীয় সমন্বয় হিসাবে কাজ করবে এবং

iii) $D < f_1 - f_3$ হলে সমন্বয়টি অপসারী হবে।

iv) যদি $f_1 = f_3$ হয়, অর্থাৎ f_1 ও f এর মান একই হয় তবে D এর মান শূন্য না হলে সমন্বয়টি অভিসারী আচরণ করবে। এবার একটি অনুশীলনীর পালা।

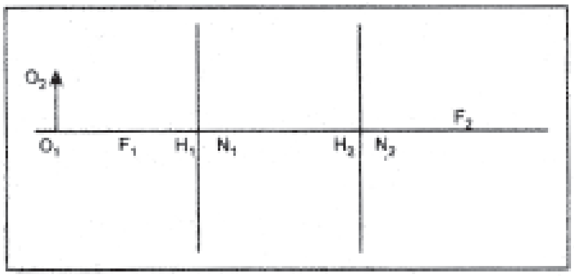
অনুশীলনী 3

(i) একটি অর্ধগোলকাকৃতি লেন্সের বক্রতলের ব্যাসার্ধ 20 cm এবং উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক 1.5। লেন্সটির একক তলগুলির অবস্থান এবং ফোকাস - দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

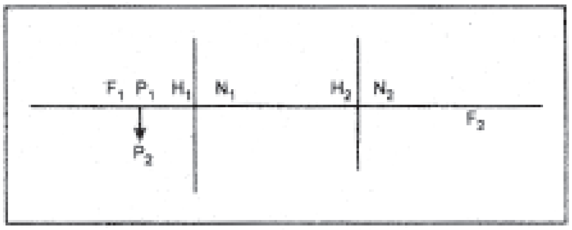
(ii) দুটি সমাক্ষ সরু অবতল লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য 20 cm ও 30 cm এবং তাদের মধ্যে ব্যবধান 10 cm। সমন্বয়টির প্রধান বিন্দু ও মূল ফোকাস বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ণয় করুন।

(iii) একটি কাঁচের অবতলোত্তল (concavo-convex) লেন্স এমনভাবে রাখা আছে যেন তার অক্ষ উল্লম্বভাবে এবং অবতল দিকটি উপরে থাকে। লেন্সটির অবতল পৃষ্ঠে জল ঢালা হলে সেটি একটি সমতলোত্তল (plano-convex) লেন্স গঠন করল। কাচের লেন্সের অবতল ও উত্তল পৃষ্ঠের বক্রতা-ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 20 cm ও 12 cm, কাচ ও জলের প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে 1.54 ও 1.33 হলে যুগ্ম লেন্সটির ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

(iv) 2.15 (a) ও (b) চিত্রে একটি আলোকীয় তন্ত্রের মূল ফোকাস বিন্দু F_1 ও F_2, প্রধান বিন্দু H_1 ও H_2 এবং নোড বিন্দু N_1 ও N_2 দেখানো হয়েছে। চিত্রে দেখানো দুটি বস্তু O_1O_2 এবং P_1P_2 এর প্রতিবিম্বগুলি অঙ্কনের সাহায্যে নির্ণয় করুন।



চিত্র 2.15(a)



চিত্র 2.15(b)

2.6 সারাংশ

আলোকরশ্মির ধারণা এবং আলোকরশ্মির সরলরৈখিক গতিই জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার মূল ভিত্তি। এই এককে আলোকীয় তন্ত্রের অক্ষের সমীপবর্তী একটি রশ্মিকে দুটি রাশি দিয়ে গঠিত স্তম্ভ ম্যাট্রিক্স দিয়ে নির্দেশিত করা হয়েছে। রশ্মির সঞ্চলন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণের প্রভাবকে দুই সারি ও দুই স্তম্ভের এক একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সের রূপে লেখা যায়। নির্দিষ্ট ব্যবধানে পর পর কয়েকটি প্রতিসারক তল দিয়ে গঠিত একটি আলোকীয় তন্ত্র একটি আলোকরশ্মির উপর যে প্রভাব ফেলে তা নির্ণয় করতে আমরা পরপর প্রতিসরণ ও সঞ্চলনের বর্গম্যাট্রিক্সগুলি দিয়ে আপতিত রশ্মির স্তম্ভ ম্যাট্রিক্সটিকে গুণ করি এবং শেষ গুণফল ম্যাট্রিক্সটি নির্গত রশ্মিটিকে নির্দেশ করে।

আলোকীয় তন্ত্রের মোট প্রভাব বোঝাতে বর্গম্যাট্রিক্সগুলির গুণফল ম্যাট্রিক্সটিই যথেষ্ট। এটিকে আমরা তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স বলি। এই এককে আপনি দেখেছেন কীভাবে তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের রাশিগুলির সাহায্যে আমরা আলোকীয় তন্ত্রটির মূল ফোকাস বিন্দু, প্রধান বিন্দু ও নোড্ বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ণয় করতে পারি।

এই এককের শেষভাগে আমরা দুটি অতি সাধারণ আলোকীয় তন্ত্রের ক্ষেত্রে ম্যাট্রিক্স পদ্ধতির প্রয়োগ করেছি। এগুলি হল স্থূল লেন্স ও দুটি সরু লেন্সের সমন্বয়। এই দুটি তন্ত্রের ক্ষেত্রে আমরা তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সগুলি নির্ণয় করেছি এবং ঐ ম্যাট্রিক্সগুলির সাহায্যে মূল বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ধারণ করেছি। মোটের উপর এই এককটিতে ম্যাট্রিক্স পদ্ধতির কার্যকারিতা এবং সরল সৌন্দর্য তুলে ধরা হয়েছে।

2.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. একটি আলোকরশ্মিকে কীভাবে ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে নির্দেশ করা হয়? আলোকরশ্মিটি আলোকীয় তন্ত্রের অক্ষের সঙ্গে ক্ষুদ্র কোণে আনত থাকা প্রয়োজন কেন?
2. একটি অক্ষ-সমীপবর্তী রশ্মির সঞ্চলন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ম্যাট্রিক্সগুলি নির্ণয় করুন।
3. একটি আলোকীয় তন্ত্রের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্স বলতে কী বোঝায়? তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের ডিটারমিন্যান্টের মান কত হয় এবং কেন?
4. একটি সাধারণ আলোকীয় তন্ত্রের ম্যাট্রিক্সের রাশিগুলির মাধ্যমে তন্ত্রটির প্রতিবিম্বের বিবর্ধন এবং মূল ফোকাস বিন্দু, প্রধান বিন্দু ও নোড্ বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করুন।

5. একটি স্থূল লেন্সের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় করুন এবং তা থেকে স্থূল লেন্সটির ফোকাস দৈর্ঘ্য প্রধান বিন্দু থেকে মাপলে কত হবে তা নির্ণয় করুন। লেন্সটির প্রধান বিন্দু দুটির মধ্যে ব্যবধান কত?

6. দুটি সমাক্ষ সরু লেন্সের সমন্বয়ের তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় করুন। এই সমন্বয়ের সমতুল্য লেন্সের ফোকাস-দৈর্ঘ্য কত হবে?

2.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1

i) প্রতিফলন ম্যাট্রিক্স $= \begin{pmatrix} 1 & -\dfrac{2n}{r} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

কেননা $-\dfrac{2n}{r} = -2 \times 1/\text{-}\,0.50 = 4$

$\therefore$ প্রতিফলনের পর রশ্মি ম্যাট্রিক্স $= \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\!:08 \\ \cdot 02 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot 02 \end{pmatrix}$

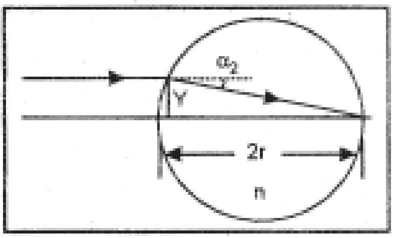
এখানে $\lambda_2 = 0$, অর্থাৎ $\alpha_2 = 0$। রশ্মিটি প্রতিফলনের পর অক্ষের সমান্তরাল পথে প্রত্যাবর্তন করবে।

ii) ধরে নিন, গোলকের ব্যাসার্ধ r, নির্ণেয় প্রতিসরাঙ্ক = n এবং কোন একটি রশ্মি অক্ষের সমান্তরালভাবে অক্ষ থেকে y দূরত্বে আপতিত হয়েছে (চিত্র 2.16)। প্রতিসরণের পর রশ্মিটি গোলকের অপর পৃষ্ঠে অক্ষকে ছেদ করবে। 2.5 সমীকরণ থেকে,

$$\lambda_2 = n\alpha_2 = \lambda_1 + \frac{1-n}{r} \cdot y$$

বা $-ny/2r = (1\text{-}n)\,y/r$, কেননা $\alpha_2 = -y/2r$

বা $1 - n + \dfrac{n}{2} = 0$, অর্থাৎ $n = 2$।



চিত্র 2.16

অনুশীলনী 2

u ও v এর প্রদত্ত মান ব্যবহার করে

$b + au = 3 - 10 \times 0.1 = 2.0$

$-a = -0.1\ \text{cm}^{-1}$

$bv + auv - cu - d = 3 \times 15 + 0.1 \times (-10) \times 15 - 2 \times (-10) - 50 = 0$

$c - av = 2 - 0.10 \times 15 = 0.5$

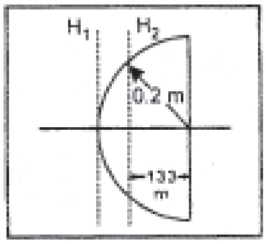
এখন 2.10 সূত্র অনুযায়ী $\begin{pmatrix} \lambda_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 & -0.1 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$

$\therefore \quad \lambda_2 = 0.1 \text{ rad}, \quad y_2 = 0.5 \text{ cm}$।

অনুশীলনী 3

i) ধরুন, $r_1 = 0.2$ m, $r_2 = \infty$। এখানে $n = 1.5$।

$$\therefore \; P_1 = \frac{1.5-1}{0.2} = 2.5\text{m}^{-1}, \; P_2 = \frac{1-1.5}{\infty} = 0$$



চিত্র 2.17

তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের রাশিগুলি হল ঃ

$a = P_1 + P_2 - P_1P_2\, t/n = 2.5 \text{ m}^{-1}$; $b = 1 - P_2\, t/n = 1$;

$$c = 1 - P_1\, t/n = 1 - \frac{2.5 \times .20}{1.5} = 0.67; \; d = -t/n = -0.2/1.5 = -0.133$$

$$\text{লেন্সের প্রথম প্রান্ত থেকে প্রথম প্রধান বিন্দুর দূরত্ব} = \frac{1-b}{a} = \frac{1-1}{2.5} = 0$$

$$\text{লেন্সের দ্বিতীয় প্রান্ত থেকে দ্বিতীয় প্রধান বিন্দুর দূরত্ব} = \frac{c-1}{a} = \frac{0.67-1}{2.5} = -.133\text{m}$$

$$\text{একক তল থেকে মাপা হলে ফোকাস দৈর্ঘ্য} = \frac{1}{a} = \frac{1}{2.5}\text{ m} = 40\text{cm}$$

ii) 2.27a, 2.27b, 2.28a, 2.28b সমীকরণগুলি ব্যবহার করে প্রথম লেন্স থেকে প্রথম প্রধান বিন্দুর দূরত্ব,

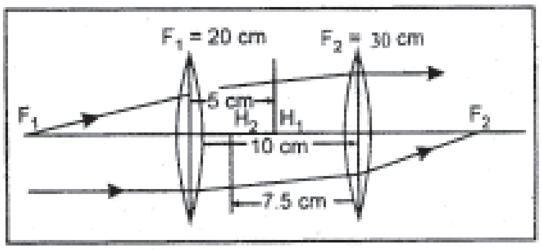
$$\frac{DF}{f_2} = 10.15/30 = 5\text{cm}।$$

(এখানে $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2}$

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{10}{20.30}$$

$$= \frac{4}{60}$$

অর্থাৎ $\quad F = 15$ cm)



চিত্র 2.18

একই ভাবে দ্বিতীয় লেন্স থেকে দ্বিতীয় প্রধান বিন্দুর দূরত্ব,

$$-\frac{DF}{f_1} = -10.15/20 = -7.5\text{cm}$$

প্রধান বিন্দুগুলির সাপেক্ষে মূল ফোকাস বিন্দুগুলির দূরত্ব $H_1F_1 = -F = -15$ cm

এবং $H_2F_2 = F = 15$ cm

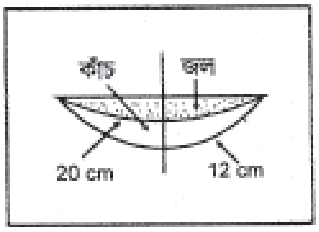
সুতরাং প্রথম ফোকাস বিন্দুটি H_1 থেকে 15 cm বাম দিকে, বা প্রথম লেন্সের 10 cm বাম দিকে থাকবে। দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি দ্বিতীয় প্রধান বিন্দু থেকে 15 cm ডান দিকে, অর্থাৎ দ্বিতীয় লেন্সের 7.5 cm ডান দিকে থাকবে।

iii) 2.25 সূত্র ব্যবহার করে

জল ও কাচের লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য যথাক্রমে f_1 ও f_2 হলে

$$\frac{1}{f_1} = (1.33-1)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-20}\right)$$
$$= .0165 \text{ cm}^{-1}$$

এবং $$\frac{1}{f_2} = (1.54-1)\left(\frac{1}{-20} - \frac{1}{-12}\right)$$
$$= .018 \text{ cm}^{-1}$$

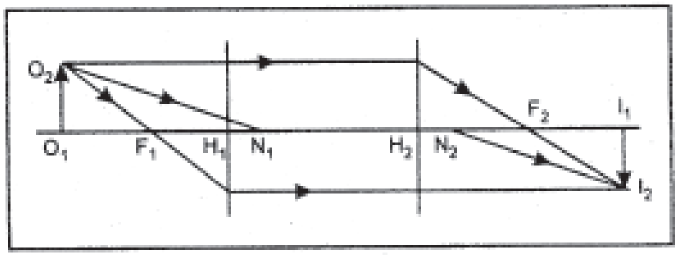


চিত্র 2.19

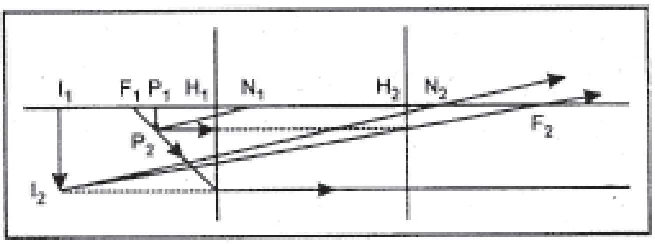
$\therefore$ যুগ্ম লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য F হলে, 2.29 সূত্রে D = 0 লিখে

$$\frac{1}{F} = .0165 + .018 = .0345, \text{ অর্থাৎ } F = 29 \text{ cm}$$।

(iv) চিত্র 2.20 (a) ও (b) তে অঙ্কনের সাহায্যে দুটি ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব I_1I_2 নির্ণয় করা হয়েছে।



চিত্র 2.20(a)



চিত্র 2.20(b)

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. প্রথম অংশের উত্তরের জন্য 2.2 অনুচ্ছেদ দেখুন।

এখানে আমরা আলোকরশ্মির নতিকোণ α কেসর্বদাই ক্ষুদ্র ধরেছি, যাতে $\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \alpha$ হয়। এই শর্ত ব্যতিরেকে ম্যাট্রিক্স পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায় না।

2. 2.2.1, 2.2.2 এবং 2.2.3 অংশগুলিতে এই প্রশ্নের উত্তর পাবেন।

3. 2.3 অনুচ্ছেদে প্রথম অংশটির উত্তর পাবেন।

তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সটি কিছু সংখ্যক সঞ্চলন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ম্যাট্রিক্সের গুণফল। এই ম্যাট্রিক্সগুলির প্রত্যেকটির ডিটারমিন্যান্টের মান 1। দুটি ম্যাট্রিক্সের প্রতিটির ডিটারমিন্যান্ট 1 হলে সে দুটির গুণফলের ডিটারমিন্যান্টের মানও 1 হয়। এজন্য তন্ত্রীয় ম্যাট্রিক্সের ডিটারমিন্যান্টের মান 1।

4. 2.3 অনুচ্ছেদে এ বিষয়টি বিস্তৃতভাবে আলোচিত হয়েছে।

5. 2.4 অনুচ্ছেদে স্থূল লেন্স সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। প্রধান বিন্দু দুটির মধ্যে ব্যবধান (চিত্র 2.13 দেখুন)

$$(C'H_2 + t) - CH_1 = -P_1\frac{t}{n}F + t - P_2\frac{t}{n}F$$

$$= t\left[1 - \frac{F}{n}(P_1 + P_2\right]$$

এই সূত্রে আপনি 2.24 সূত্র থেকে F- এর মান এবং $P_1 = \dfrac{n-1}{r_1}$, $P_2 = \dfrac{1-n}{r_2}$ ব্যবহার করতে পারেন।

6. 2.5 অনুচ্ছেদে প্রশ্নটির উত্তর পাওয়া যাবে।

একক 3 □ আলোকের অপেরণ

গঠন

3.1 প্রস্তাবনা

একক 2 এ জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার তত্ত্ব পাঠ করে আপনি লেন্স ও প্রতিফলক কিভাবে প্রতিবিম্ব তৈরি ক'রে তা জেনেছেন। এই তত্ত্বের মূল ধারণা সংক্ষেপে এ'ভাবে বলা যায় (i) আলো হ'ল রশ্মির সমষ্টি যা সমসত্ত্ব মাধ্যমে সরলরেখায় যায় (ii) আলোকরশ্মি প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্র (স্নেলের সূত্র) মেনে চলে।

লক্ষ্যবস্তু ও প্রতিবিম্বের মধ্যে অবস্থানের সম্পর্ক, বিবর্ধন ইত্যাদি গণনা করার জন্য কয়েকটি সমীকরণের ব্যবহার আপনি শিখেছেন। এই সব সমীকরণ নির্ণয় করার সময় কিছু সরলীকরণ করা হয়েছে। যেমন ধরা হয়েছে যে লক্ষ্যবস্তু থেকে আগত আলোকরশ্মি প্রতিবিম্ব গঠন করা পর্যন্ত সব সময়েই উপাক্ষীয় থাকবে অর্থাৎ এই সব রশ্মি অক্ষরেখার খুব কাছাকাছি থাকবে এবং অক্ষরেখার সঙ্গে যে কোণ করবে তা' হবে খুবই সামান্য। সুতরাং এই সব রশ্মির সঙ্গে যুক্ত আপতন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণ কোণের মানও সামান্য হবে। জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার তত্ত্বে এই আসন্নায়নকে বলা হয় গাউসীয় আসন্নায়ন (Gaussian approximation)। কোন উপাক্ষীয় রশ্মি অক্ষরেখার সঙ্গে θ কোণ করলে ওই কোণ সামান্য হওয়ায় আমরা ধরতে পারি $\sin\theta = \theta$, যদি θ রেডিয়ানে প্রকাশ করা হয়। কেবলমাত্র উপাক্ষীয় রশ্মি দিয়ে প্রতিবিম্ব গঠিত হলে তা' আদর্শ বা ত্রুটিহীন হয়। এক্ষেত্রে তিনটি শর্ত পূরণ হয়।

প্রথম শর্ত : লক্ষ্যবস্তুর কোন বিন্দু থেকে আগত সব রশ্মিই আলোকতন্ত্রের ভিতর দিয়ে যাবার পর প্রতিবিম্বের একটি একক বিন্দুতে মিলিত হবে।

দ্বিতীয় শর্ত : আলোকতন্ত্রের আলোক অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত যে কোন সমতলের প্রতিটি বিন্দুর প্রতিবিম্বও অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত একটি সমতলে অবস্থিত হবে।

তৃতীয় শর্ত : লক্ষ্যবস্তু ও প্রতিবিম্ব সদৃশ হবে।

প্রতিবিম্ব ত্রুটিহীন হলেও গাউসীয় আসন্নায়নে উন্মেষ ও দৃষ্টির ক্ষেত্র উভয়ই অতি ক্ষুদ্র বলে ধরে নেওয়া হয়। আলোকতন্ত্রের ব্যবহারে এই ব্যবস্থা মোটেই গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ এই ব্যবস্থায় প্রতিবিম্বের ঔজ্জ্বল্য কমে যায়, লক্ষ্যবস্তু ও উন্মেষ ছোট হয়। অনেক সময়েই প্রয়োজন বড় উন্মেষ ব্যবহার করা, লক্ষ্যবস্তুও বড় হতে পারে। আলোকরশ্মিগুচ্ছ কেবলমাত্র উপাক্ষীয় অঞ্চলের মধ্যে দিয়ে না গিয়ে আরও বিস্তৃত অঞ্চলের মধ্যে যেতে পারে। লক্ষ্য বিন্দুর অবস্থান অক্ষরেখার ওপরে না হয়ে কিছু দূরে হতে পারে এবং আলোকতন্ত্রের মধ্যে দিয়ে আলোকরশ্মি অক্ষরেখার সঙ্গে বড় কোণে তির্যকভাবে যেতে পারে। আলোকতন্ত্রের নানাবিধ ব্যবহারের জন্য যে সব ব্যবস্থা প্রয়োজন তা' গাউসীয় আসন্নায়নের শর্তকে মেনে চলে না। এই সব ক্ষেত্রে আদর্শ প্রতিবিম্বের তিনটি শর্ত পালিত হবে না এবং ফলে প্রতিবিম্বে নানা ত্রুটির উৎপত্তি হবে। 1855 সালে লুডভিগ ফন জাইডেল (Ludvig Von Seidel 1821-1896) গাউসীয় আসন্নায়নের বাইরে আলোকতন্ত্রে উদ্ভূত প্রতিবিম্বের বিবিধ ত্রুটি সম্পর্কে বিস্তারিত অনুসন্ধান করেন। বাস্তবক্ষেত্রে লক্ষ্যবস্তু থেকে আগত রশ্মিগুচ্ছ কেবলমাত্র প্রধান অক্ষরেখার নিকটেই সীমিত না থেকে একটি বিস্তৃত কোণযুক্ত শঙ্কুর মধ্যে থাকে, যার কৌণিক নতি θ রেডিয়ান হলে, $\sin\theta$ কে একটি শ্রেণির দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই শ্রেণি হ'ল

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \ldots\ldots \quad \text{.... (3.1)}$$

উপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে, কেবলমাত্র প্রথম রাশি ধরে প্রতিবিম্ব সম্পর্কে গণনা করা হয়েছে যা' একমাত্রিক তত্ত্ব (First order theory) নামে পরিচিত। আপনি একক 2 তে এ বিষয়ে বিস্তারিত জেনেছেন। বাস্তবক্ষেত্রে কেবলমাত্র প্রথম রাশি নিয়ে গণনা না ক'রে যদি θর উচ্চতর মাত্রার পদও নেওয়া হয় তা' হলে প্রতিবিম্ব গঠনের গণনা আরও সঠিক হবে। এইভাবে দ্বিতীয় পদ θর মাত্রা তিন সহ গণনা হ'ল ত্রৈমাত্রিক তত্ত্ব (Third order theory)। জাইডেল ত্রৈমাত্রিক তত্ত্বের ওপর অনেক অনুসন্ধান করেন। একবর্ণ আলোর ক্ষেত্রে একমাত্রিক তত্ত্ব থেকে যে প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় ও বাস্তবে যে প্রতিবিম্ব গঠিত হয় এই দুইয়ের পার্থক্য তিনি ত্রৈমাত্রিক তত্ত্বের সাহায্যে গণনা করেন। প্রতিবিম্বের এই ত্রুটিকে বলা হয় **প্রাথমিক অপেরণ** (Primary aberrations)। জাইডেল অপেরণ নামেও তা পরিচিত। জাইডেলের গণনা অনুযায়ী মোট ত্রুটি S হল পাঁচটি পদ S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 এ বিভক্ত, অর্থাৎ

$$S = S_1+S_2+S_3+S_4+S_5 \qquad \text{.............................(3.2)}$$

এই পাঁচটি পদের সঙ্গে যুক্ত হয়ে আছে প্রতিবিম্ব গঠনের পাঁচটি বিশেষ প্রাথমিক অপেরণ। 3.1 শ্রেণিতে θ এর উচ্চতর মাত্রার বহুপদ আছে। পদগুলি ক্ষুদ্র হলেও নগণ্য নয় এবং প্রাথমিক অপেরণের পরে এই সব পদ থেকে পাওয়া যাবে উচ্চতর মাত্রার অপেরণ। আমরা এখানে প্রাথমিক অপেরণ বিষয়েই আলোচনা সীমাবদ্ধ রাখব।

খুব সংক্ষেপে এই পাঁচটি অপেরণের পরিচয় জেনে নেওয়া যাক। অউপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে এক বা একাধিক গোলীয় তলে প্রতিফলন বা প্রতিসরণের জন্য প্রতিবিম্ব গঠনে একটি বিশেষ ত্রুটি হ'ল—

(ক) লক্ষ্যের কোন বিন্দু থেকে আগত রশ্মিগুচ্ছ প্রতিবিম্বের একটি বিন্দুতে মিলিত হয় না। মনে করি লক্ষ্যটি একটি বিন্দুবস্তু। বিন্দুবস্তুর অবস্থান ও পর্যবেক্ষণের ক্ষেত্রের ওপর ভিত্তি ক'রে এই ত্রুটি বিভিন্ন নামে অভিহিত করা হয় —

(i) এই ত্রুটিকে **গোলীয় অপেরণ** (Spherical aberration) বলা হবে যখন বিন্দুবস্তুটি অক্ষরেখার ওপর অবস্থিত থাকে।

(ii) যদি বিন্দুবস্তুটি অক্ষরেখা থেকে সামান্য দূরে থাকে তখন অক্ষের অভিলম্বতলে পরিলক্ষিত ত্রুটিকে বলা হয় কোমা (Coma)।

(iii) যখন বিন্দুলক্ষ্য অক্ষরেখা থেকে কিছুটা দূরে অবস্থিত তখন অক্ষরেখা বরাবর পরিলক্ষিত প্রতিবিম্বের ত্রুটিকে অবিন্দুকত্ব (Astigmatism) বলা হয়।

(খ) যখন কোন বিস্তৃত লক্ষ্যবস্তুর বিন্দুগুলি একই তলে অবস্থিত হলেও তাদের প্রতিবিম্ব বিন্দুগুলি একই তলে থাকে না, তখন প্রতিবিম্বের বক্রতা (Curvature) সৃষ্ট হয়েছে বলা হয়।

(গ) প্রতিবিম্ব ও লক্ষ্যবস্তুর মধ্যে জ্যামিতিক সাদৃশ্য না থাকলে তাকে প্রতিবিম্বের বিকৃতি (Distortion) বলা হয়। অক্ষরেখার অভিলম্ব তলে কোন বর্গক্ষেত্রাকার লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্ব বর্গক্ষেত্র না হয়ে পিপা (barrel shape) অথবা পিন আঁটা গদির (Pin cushion-shape) মত দেখতে হয় (চিত্র 3.21 ও 3.22 দেখুন।)

জাইডেলের গণনা অনুযায়ী $S_1 = 0$ হ'লে গোলীয় অপেরণ থাকবে না। $S_1 = 0$ এবং $S_2 = 0$ হ'লে গোলীয় অপেরণ ও কোমা থাকবে না। এই সঙ্গে $S_3 = 0$ হলে অবিন্দুকত্ব ও এছাড়াও $S_4 = 0$ হলে বক্রতা থাকে না। একই

সঙ্গে যদি $S_5 = 0$ হয়, তো প্রতিবিম্বের বিকৃতিও থাকবে না।

আমরা 3.2-3.6 অংশে উপরোক্ত পাঁচটি অপেরণ নিয়ে আরও বিশদভাবে আলোচনা করব।

উপরোক্ত একবর্ণ অপেরণ ছাড়াও যখন ব্যবহৃত আলোয় একাধিক বর্ণ মিশে থাকে, তখন প্রতিবিম্ব গঠনে আরও একপ্রকার ত্রুটি দেখা যায়। গাউসীয় সীমার মধ্যে আলোকতন্ত্র কাজ করলে একবর্ণ আলোর জন্য আদর্শ প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে এবং সেক্ষেত্রে প্রতিবিম্বে কোন অপেরণ থাকবে না। কিন্তু একাধিক বর্ণের আলো ব্যবহার করলে লেন্সের তলে প্রতিসরণের সময় সেটির উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক (Refractive index) আলোর বর্ণের ওপর নির্ভরশীল হওয়ায় বিভিন্ন বর্ণের রশ্মি লেন্সের মধ্যে ঠিক একইভাবে যাবে না। ফলে বিভিন্ন বর্ণের প্রতিবিম্ব ঠিক একই জায়গায় গঠিত হবে না। একটি বিন্দুবস্তুর প্রতিবিম্ব একটিমাত্র বিন্দু প্রতিবিম্ব না হয়ে প্রতিটি বর্ণের জন্য পৃথক বিন্দু প্রতিবিম্ব হবে। প্রতিবিম্বের এই ত্রুটিকে বলা হয় **বর্ণাপেরণ** (Chromatic aberration)। 3.7 অনুচ্ছেদে বর্ণাপেরণ নিয়ে আলোচনা করা হবে।

বর্তমান এককে প্রতিবিম্বের বিবিধ ত্রুটির যেমন বর্ণনা করা হয়েছে সেই সঙ্গে কিভাবে আলোকতন্ত্রে এই ত্রুটি কমানো যায় সে বিষয়েও আপনি জানতে পারবেন। আলোকযন্ত্রের ব্যবহারের চাহিদা অনুযায়ী কোন কোন অপেরণ বিশেষভাবে কমানো প্রয়োজন একথা মনে রেখে আলোকযন্ত্রের নকশা করা দরকার। রশ্মি অঙ্কন পদ্ধতির (Ray tracing method) সাহায্যে আলোকতন্ত্রের কার্যকারিতার সম্যক বিশ্লেষণ একটি বহুল প্রচলিত প্রথা যার সাহায্যে আলোকতন্ত্রের বিস্তারিত নকশা করা যায়। 1960 সালের পরে এ-কাজে কম্প্যুটারের ব্যবহার করা হচ্ছে এবং এর জন্য প্রয়োজনীয় সফ্‌টওয়্যারও তৈরি হয়েছে।

পরিশেষে একটি বিষয়ে আপনার দৃষ্টি আকর্ষণ করতে চাই। আমাদের সমস্ত আলোচনাই জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার সীমাবদ্ধতার মধ্যে করা হয়েছে। অপেরণ ও আলোকতন্ত্রের কার্যকারিতা সংক্রান্ত এই তত্ত্ব সাধারণ ব্যবহারিক দিক দিয়ে অনেকটা সফল হ'লেও কখনও কখনও বিশেষ ক্ষেত্রে আলোর তরঙ্গ রূপ ধরে ব্যবর্তনকে (Diffraction) যুক্ত করে এই আলোচনা করার প্রয়োজন হয়। জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যায় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda \to 0$ ধরা হয়েছে। কিন্তু লক্ষ্যবস্তুর মাপ ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য তুলনীয় হ'লে এই অনুমান সঠিক থাকে না। সেক্ষেত্রে আলোর তরঙ্গরূপ অবশ্যই ধরতে হবে। আলোর তরঙ্গরূপকে ভিত্তি ক'রে প্রতিবিম্বের গঠন ও অপেরণের ওপর অনুসন্ধান নিয়ে যে তত্ত্বের উদ্ভাবন হয়েছে তা' অবশ্যই পদার্থ-বিজ্ঞানের মূলনীতির অনুসারী কিন্তু জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যার তুলনায় এই তত্ত্ব জটিলতর। বর্তমান পাঠক্রমে আমরা এই উচ্চতর আলোচনা থেকে বিরত থাকব।

উদ্দেশ্য

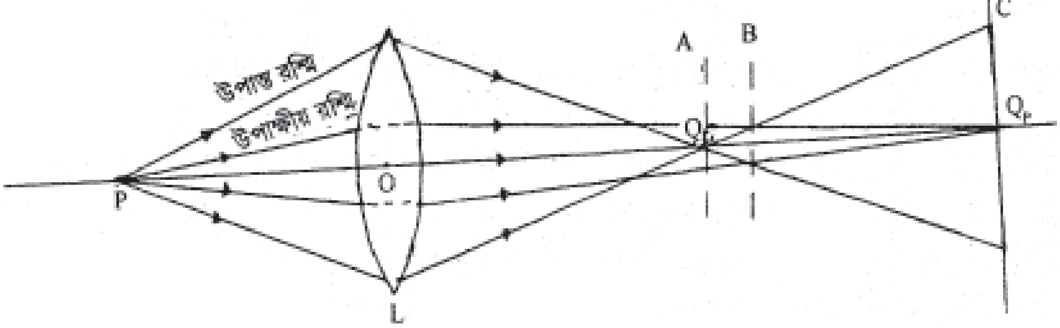
এই একক পাঠ করে আপনি —

- একবর্ণ আলো দিয়ে লেন্সে প্রতিবিম্ব গঠনের সময় যে সব ত্রুটি বা অপেরণ সৃষ্টি হয় সেগুলির তালিকা দিতে পারবেন এবং বিভিন্ন ধরণের ত্রুটির চরিত্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- জ্যামিতীয় আলোকবিদ্যায় তৃতীয় মাত্রার তত্ত্ব প্রয়োগ ক'রে একবর্ণ অপেরণের মান গণনা করতে পারবেন।
- বহুবর্ণ আলোর ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব গঠনে ত্রুটি বা বর্ণাপেরণ কিভাবে সৃষ্টি হয় তার বিবরণ দিতে পারবেন ও এই অপেরণের মান গণনা করতে পারবেন।

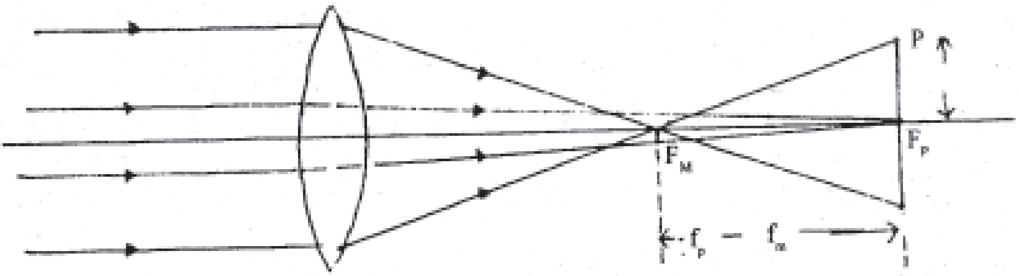
- বিবিধ আলোকতন্ত্রে একবর্ণ ও বহুবর্ণ অপেরণ কিভাবে কমানো যায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

3.2 গোলীয় অপেরণ (Spherical aberration)

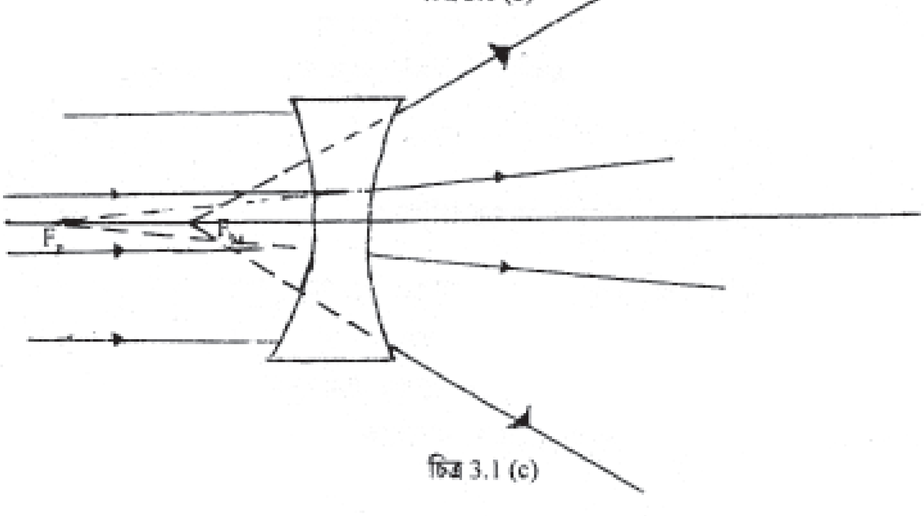
এই এককের প্রস্তাবনায় আমরা পাঁচটি একবর্ণ অপেরণের উল্লেখ করেছি। আমরা গোলীয় অপেরণ দিয়ে আমাদের আলোচনা শুরু করব।



চিত্র 3.1 (a)



চিত্র 3.1 (b)



চিত্র 3.1 (c)

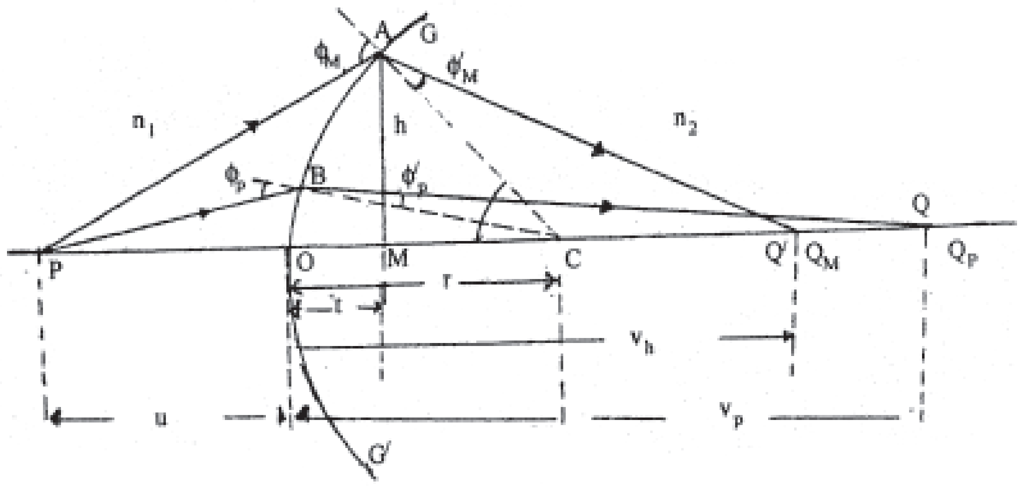
এখন এই গোলীয় অপেরণ কিভাবে সৃষ্টি হয় তা বোঝার চেষ্টা করি। চিত্র 3.1 (a) তে L একটি অভিসারী লেন্স। এখানে লেন্সের উন্মেষ বড় ধরা হয়েছে। অক্ষরেখার ওপরে একটি বিন্দু P থেকে অক্ষরেখার সঙ্গে বিভিন্ন কোণে রশ্মি নির্গত হয়ে লেন্সের ওপরে আপতিত হচ্ছে। লেন্সটিকে অক্ষরেখার সাপেক্ষে বিভিন্ন বৃত্তীয় বলয়ে ভাগ করে নিলে আমরা দেখব যে একই বলয় দিয়ে প্রতিসৃত রশ্মিগুচ্ছ অক্ষরেখার ওপর একটি বিন্দুতে মিলিত হবে। উপাক্ষীয় রশ্মির জন্য চ্যুতি সবচেয়ে কম হবে এবং প্রতিবিম্ব Q_p-র অবস্থান হ'বে লেন্স থেকে সবচেয়ে দূরে। উপান্ত রশ্মির জন্য চ্যুতি সর্বাধিক হবে এবং সেই কারণে লেন্সের সবচেয়ে নিকটে Q_M বিন্দুতে প্রতিবিম্ব গঠিত হবে। P বিন্দু থেকে নির্গত অন্যান্য বলয় দিয়ে প্রতিসৃত রশ্মি অক্ষরেখা থেকে বলয়ের দূরত্ব ও রশ্মির চ্যুতি অনুযায়ী Q_M ও Q_p এর মধ্যে কোন বিন্দুতে প্রতিবিম্ব গঠন করবে। সুতরাং অক্ষরেখার ওপর P এর প্রতিবিম্ব একটি বিন্দু না হয়ে Q_M থেকে Q_p পর্যন্ত বিস্তৃত হবে। Q_p বিন্দুতে অক্ষের অভিলম্বভাবে C অবস্থানে যদি কোন পর্দা ধরা যায় (চিত্র 3.1a) তা হলে পর্দায় উজ্জ্বল কেন্দ্রসহ একটি আলোকিত বৃত্ত পাওয়া যাবে। পর্দাকে Q_p থেকে Q_M এর দিকে সরালে ঐ বৃত্তের ব্যাস কমতে থাকবে এবং B অবস্থানে তা সর্বনিম্ন হবে। ঐ বৃত্তকে বলা হয় অল্পতম অস্পষ্টতার বৃত্ত (Circle of least confusion)। এই আলোচনা থেকে আমরা দেখি যে লেন্সের উন্মেষ বড় হ'লে বিন্দুলক্ষ্যের প্রতিবিম্ব আর বিন্দু থাকবে না এবং তার অবস্থানও সুনির্দিষ্ট হবে না। অল্পতম অস্পষ্টতা বৃত্তকেই বিন্দুলক্ষ্যের প্রতিবিম্ব হিসাবে ধরতে হবে। লেন্সের বড় উন্মেষের জন্য প্রতিবিম্ব গঠনে এই ত্রুটির সৃষ্টি হয় যার নাম **গোলীয় অপেরণ** (Spherical aberration)।

অক্ষরেখার সমান্তরালে রশ্মিগুচ্ছ আপতিত হ'লে অভিসারী লেন্সের ক্ষেত্রে চিত্র 3.1 (b), F_p উপাক্ষীয় রশ্মির ফোকাস ও F_m উপান্ত রশ্মির ফোকাস। f_p ও f_m যথাক্রমে উপাক্ষীয় ও উপান্ত রশ্মির জন্য ফোকাস দৈর্ঘ্য। f_p ও f_m এর ব্যবধান $f_p - f_m$ কে **অনুদৈর্ঘ্য গোলীয় অপেরণ** (Longitudinal SA)-এর পরিমাপ ধরা হবে। F_p বিন্দুতে অক্ষরেখার লম্বতলে আলোকবৃত্তের ব্যাসার্ধ $F_p P$ কে বলা হবে **অনুপ্রস্থ গোলীয় অপেরণ** (Lateral / Transverse SA)। অপসারী লেন্সের ক্ষেত্রে চিত্র 3.1 (c) এ ফোকাস বিন্দু F_m ও F_p এর অবস্থান দেখান হয়েছে।

লেন্সের মধ্যে দিয়ে প্রতিসরণের পর রশ্মিগুচ্ছের স্পর্শক শঙ্কুকে কষ্টিকতল (Caustic surface) বলা হয়। অভিসারী লেন্সের ক্ষেত্রে এই কষ্টিকতলের সূচিমুখ (কাস্প) আলোর দিকে থাকে। অপসারী লেন্সের ক্ষেত্রে প্রতিসরণের পর মনে হবে যে আলো একটি কষ্টিকতল থেকে আসছে যার সূচিমুখ আলোর বিপরীত দিকে আছে।

3.2.1 একটি গোলীয় তলে গোলীয় অপেরণের পরিমাপ

মনে করি GG' একটি গোলীয় প্রতিসারক তল, যার ব্যাসার্ধ r। তলটির অক্ষরেখার উপরে P একটি বিন্দুবস্তু, যা শীর্ষবিন্দু (Vertex) o থেকে u দূরত্বে আছে। প্রান্তিক রশ্মি PA অক্ষরেখা থেকে AM = h দূরত্বে গোলীয় তলে আপতিত হয়ে প্রতিসরণের পর Q' বিন্দুতে প্রতিবিম্ব গঠন করেছে। ধরা যাক বস্তুলোক (object space), অর্থাৎ প্রতিসারক তলের বামদিকে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক n_1 এবং বিম্বলোক (image space), অর্থাৎ প্রতিসারক তলের ডানদিকে প্রতিসরাঙ্ক n_2 (চিত্র 3.2)।



চিত্র 3.2

এবার উপাক্ষীয় রশ্মিটিতে (PB) লক্ষ্য করুন। এটি অক্ষের প্রায় সমান্তরাল ভাবে শীর্ষবিন্দুর কাছাকাছি B বিন্দুতে আপতিত হয়েছে এবং প্রতিসরণের পর অক্ষরেখার উপর Q বিন্দুতে প্রতিবিম্ব গঠন করেছে। Q বিন্দুটি O বিন্দু থেকে Q' বিন্দুর চেয়ে বেশি দূরে আছে।

ধরুন, OQ' = v', OQ = v, AC = BC = OC = r (প্রতিসারক তলের বক্রতাব্যাসার্ধ)

জ্যামিতিক গণনার সাহায্যে দেখানো যায় যে,

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v'}=\frac{n_2-n_1}{r}+\frac{h^2n_2}{2u}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{v'}\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)-\frac{h^2n_1}{2v'}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)\left(\frac{1}{v'}-\frac{1}{r}\right) \quad ....(3.3)$$

প্রথম মাত্রার তত্ত্ব বা গাউসীয় আসন্নায়নে $h \to 0$ ধরা হয়। এই তত্ত্ব অনুযায়ী h^2 রশ্মিটিকে সম্পূর্ণ উপেক্ষা করে 3.3 সূত্র থেকে পাওয়া যায়

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v}=\frac{n_2-n_1}{r} \quad ....(3.4)$$

এই সূত্রটি উপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। কিন্তু আমরা h^2 কে সম্পূর্ণ উপেক্ষা না করেও 3.3 সূত্রে যে রাশিগুলিতে h^2 আছে সেগুলিতে v' এর পরিবর্তে তার আসন্ন মান v ব্যবহার করতে পারি। এভাবে আমরা পাই

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v'}=\frac{n_2-n_1}{r}+\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{v}\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)\left(\frac{n_2}{u}+\frac{n_1}{v}\right) \quad ....(3.5)$$

প্রথম মাধ্যমের তুলনায় দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $\frac{n_2}{n_1}=n$ লিখে পাবেন

$$\frac{1}{u}+\frac{n}{v'}=\frac{n-1}{r}+\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{v}\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)\left(\frac{n}{u}+\frac{1}{v}\right) \quad ....(3.6)$$

একইভাবে, 3.4 থেকে $\frac{1}{u}+\frac{n}{v}=\frac{n-1}{r}$ ....(3.7)

3.4 এ $u\to\infty$ ধরে উপাক্ষীয় ফোকাস দূরত্ব $v = f$ পাবেন, কেননা $\frac{n_2}{f}=\frac{n_2-n_1}{r}$

অথবা $\frac{1}{f}=\frac{n_2-n_1}{n_2 r}=\frac{n-1}{nr}$ .... (3.8)

আবার, 3.4 থেকে, $\frac{1}{v}=\frac{n-1}{nr}-\frac{1}{nu}$

$$\therefore\ \frac{n}{u}+\frac{1}{v}=\frac{n-1}{nr}+\frac{n^2-1}{nu}=\left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{u}\right)$$

আবার, $\frac{1}{r}-\frac{1}{v}=\frac{1}{r}-\frac{n-1}{nr}+\frac{1}{nu}=\frac{1}{n}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)$

3.5 সমীকরণে $\frac{n}{u}+\frac{1}{v}$ এবং $\frac{1}{r}-\frac{1}{v}$ এর মান f, r ও u দিয়ে প্রকাশ করলে পাওয়া যায়

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v'}=\frac{n_2-n_1}{r}+\frac{h^2 n_1}{2n}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{u}\right)$$

$$=\frac{n_2-n_1}{r}+\frac{h^2}{2}.\frac{n_1(n-1)}{n^2}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{u}\right) \qquad \text{........(3.9 a)}$$

$$=\frac{n_2-n_1}{r}+\frac{h^2 n_1 r}{2nf}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{u}\right) \qquad \text{........(3.9 b)}$$

3.9 b থেকে 3.4 বিয়োগ ক'রে আমরা পাই,

$$\frac{n_2}{v'}-\frac{n_2}{v}=\frac{h^2 n_1 r}{2nf}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{u}\right)$$

$$v-v'=\frac{h^2 n_1 r}{2nn_2 f}.v'.v\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{u}\right) \qquad \text{......(3.10)}$$

এখানে $r > 0$ এবং $f > 0$

অতএব, $v > v'$

$u \to \infty$ হলে $v = f$ এবং $v' = f'$

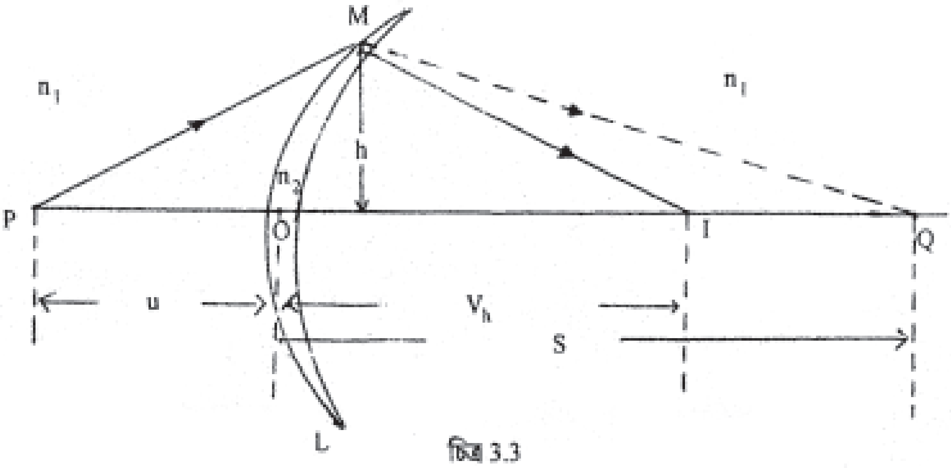
(3.1) থেকে পাওয়া গেল

$$f - f' = \frac{h^2}{2} \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot \frac{r}{f} \cdot f f' \cdot \frac{1}{r^3}$$

$$= \frac{h^2}{2} f' \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot \frac{1}{r^2} \qquad \text{............ (3.11)}$$

u এর মান সীমিত হ'লে সমীকরণ 3.10 এবং $u \to \infty$ অর্থাৎ সমান্তরাল আপতিত রশ্মির ক্ষেত্রে সমীকরণ 3.11 তৃতীয় মাত্রার তত্ত্ব অনুযায়ী গোলীয় তলে অনুদৈর্ঘ্য গোলীয় অপেরণের পরিমাপ নির্দেশ করছে। এখানে অপেরণের মান h^2 এর সমানুপাতী। $h \to 0$ হ'লে স্বাভাবিকভাবেই অনুদৈর্ঘ্য গোলীয় অপেরণ শূন্য হবে কারণ এক্ষেত্রে কেবলমাত্র উপাক্ষীয় রশ্মি ব্যবহার করা হচ্ছে।

3.2.2 পাতলা লেন্সে গোলীয় অপেরণ। ন্যূনতম গোলীয় অপেরণের শর্ত



চিত্র 3.3

L একটি পাতলা অভিসারী লেন্স যার মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক n_2। লেন্সের দু'পাশে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক n_1। অক্ষরেখার ওপর P একটি বিন্দুবস্তু। P থেকে প্রান্তিক রশ্মি PM লেন্সের প্রথম গোলীয় তলে অক্ষরেখা থেকে h দূরত্বে প্রতিসরণের পর প্রতিবিম্ব Q ও দ্বিতীয় তলে প্রতিসরণের পর প্রতিবিম্ব I গঠন করে।

এখানে $PO = u$, $OQ = s$, $OI = v'$

প্রথম গোলীয় তলে প্রতিসরণের সমীকরণ হ'ল, 3.14a অনুযায়ী,

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{h^2}{2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{u}\right)^2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{n_1 + n_2}{n_1 u}\right) \qquad \text{..............(3.12)}$$

এখানে আলোকরশ্মি n_1 প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যম থেকে n_2 প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যমে যাচ্ছে।

দ্বিতীয় গোলীয় তলে প্রতিসরণের সমীকরণ হল,

$$-\frac{n_2}{s}+\frac{n_1}{v'}=\frac{n_1-n_2}{r_2}+\frac{h^2}{2}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2(n_1-n_2)\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{S}\right)^2\times\left(\frac{1}{r_2}-\frac{n_1+n_2}{n_2 s}\right) \qquad ......(3.13)$$

এখানে আলোকরশ্মি n_2 প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যম থেকে n_1 প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যমে যাচ্ছে। (3.12) এ প্রতিবিম্ব দূরত্ব s ধরা হয়েছে। সুতরাং (3.13) এ বিন্দুলক্ষ্যের দূরত্ব -s ধরতে হবে।

3.13 সমীকরণে h এর মান ক্ষুদ্র ধরলে h^2 সমেত রাশিটিকে উপেক্ষা করে S এর আসন্ন মান পাওয়া যেতে পারে। এক্ষেত্রে S ও V' এর সম্পর্ক।

$$-\frac{n_2}{s}+\frac{n_1}{v'}=\frac{n_1-n_2}{r_2} \qquad .... (3.14)$$

3.13 সমীকরণে h^2 সমেত ডানদিকের রাশিতে S এর এই মান ব্যবহার করে আমরা গোলীয় অপেরণের পরিমাণ নির্ণয় করতে পারি।

এভাবে আমরা পাই,

$$\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{s}\right)=\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{v'}\right) \qquad ....(3.15)$$

এবং

$$\frac{1}{r_2}-\frac{n_1+n_2}{n_2 s}=\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{n_1+n_2}{n_1 v'}\right) \qquad ....(3.16)$$

3.15 ও 3.16 এর রাশিগুলিকে 3.13 সমীকরণের h^2 যুক্ত পদে ব্যবহার করে অবশেষে পাওয়া যায়,

$$-\frac{n_2}{s}+\frac{n_1}{v'}=\frac{n_1-n_2}{r_2}+\frac{h^2}{2}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2(n_1-n_2)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{v'}\right)^2\times\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{n_1+n_2}{n_1 v'}\right)$$

.... (3.17)

এবার 3.12 ও 3.17 সমীকরণ যোগ করে আমরা পাই,

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_1}{v'}=(n_2-n_1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{h^2}{2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(n_2-n_1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{r_1}+\frac{n_1+n_2}{n_1 u}\right)$$

$$+\frac{h^2}{2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(n_1-n_2)\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{v'}\right)^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{n_1+n_2}{n_1v'}\right) \quad ......(3.18)$$

উপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে লেন্সের সমীকরণ হ'ল,

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_1}{v}=(n_2-n_1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

এখানে v হ'ল উপাক্ষীয় রশ্মির জন্য প্রতিবিম্বের দূরত্ব।

$$\therefore\frac{n_1}{v'}-\frac{n_1}{v}=\frac{h^2}{2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(n_2-n_1)\left[\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{r_1}+\frac{n_1+n_2}{n_1u}\right)-\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{v'}\right)^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{n_1+n_2}{n_1v'}\right)\right] ...(3.19)$$

n_1 দিয়ে ভাগ ক'রে অনুদৈর্ঘ্য গোলীয় অপেরণ v-v' হ'ল,

$$v-v'=\frac{h^2}{2}vv'\frac{(n-1)}{n^2}\left[\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{r_1}+\frac{n+1}{u}\right)-\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{v'}\right)^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{n+1}{v'}\right)\right] \quad ....(3.20)$$

এখানে $n = n_2/n_1$ হ'ল পারিপার্শ্বিক মাধ্যমের তুলনায় লেন্সের মাধ্যমের প্রতিসরাংক।

সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে $u\to\infty$, $v\to f$ এবং $v'\to f'$ হবে। এখানে f হ'ল উপাক্ষীয় রশ্মির জন্য ফোকাস দৈর্ঘ্য এবং f' হ'ল প্রান্তিক রশ্মির জন্য ফোকাস দৈর্ঘ্য।

সমান্তরাল রশ্মির জন্য অনুদৈর্ঘ্য গোলীয় অপেরণ হল,

$$\Delta f=f-f'=\frac{h^2}{2}f^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left\{\frac{1}{r_1^3}-\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{n+1}{f}\right)\right\} \quad .... (3.21)$$

এখানে ডানদিকের পদে f' এর জায়গায় f ব্যবহার করে আরও আসন্নায়ন করা হয়েছে।

পাতলা লেন্সে অনুদৈর্ঘ্য গোলীয় অপেরণ কিভাবে কমানো যায় এবার আমরা সেটি অনুসন্ধান করব। আমরা জানি যে পাতলা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য f হ'ল,

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \quad ....(3.22)$$

লেন্সের প্রথম ও দ্বিতীয় তলের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 ও r_2।

মনে করি $\sigma = r_1/r_2$ ও $q=\frac{r_2+r_1}{r_2-r_1}=\frac{1+\sigma}{1-\sigma}$

q কে বলা হয় **লেন্সের আকৃতি-সূচক** (shape factor)। এখন ফোকাস দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রেখে σ বা q কে পরিবর্তিত ক'রে ন্যূনতম অনুদৈর্ঘ্য গোলীয় অপেরণ নির্ণয় করতে হবে।

3.22 থেকে লেখা যায় $\frac{1}{f}=\frac{(n-1)(1-\sigma)}{r_1}$

সুতরাং $\frac{1}{r_1}=\frac{1}{(n-1)(1-\sigma)f}$ এবং $\frac{1}{r_2}=\frac{\sigma}{r_1}=\frac{\sigma}{(n-1)(1-\sigma)f}$

Δf থেকে r_1 ও r_2 অপনয়ন করা হ'লে,

$\Delta f = f - f'$

$$=\frac{h^2}{2}.f^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left[\frac{1}{(n-1)^3(1-\sigma)^3 f^3}-\left(\frac{\sigma}{(n-1)(1-\sigma)f}-\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{\sigma}{(n-1)(1-\sigma)f}-\frac{n+1}{f}\right)\right]$$

$$=\frac{h^2}{2}.f^2.\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left[\frac{1}{(n-1)(1-\sigma)f}\right]^3\times\left[1-\{\sigma-(n-1)(1-\sigma)\}^2\{\sigma-(n^2-1)(1-\sigma)\}\right]$$

...........(3.23)

এর থেকে আপনি দেখতে পারেন

$$\Delta f=\frac{h^2}{2n(n-1)^2(1-\sigma)^2 f}\left[2-2n^2+n^3+\sigma\left(n+2n^2-2n^3\right)+\sigma^2 n^3\right] \qquad ....(3.24)$$

উভোত্তল লেন্সে $r_1>0$, $r_2<0$, সুতরাং $\sigma<0$

উভাবতল লেন্সে $r_1<0$, $r_2>0$, সুতরাং $\sigma<0$

মেনিস্‌কাস লেন্সে r_1 ও r_2 একই চিহ্নের, সুতরাং $\sigma>0$

এখন (3.24) সূত্রে $2-2n^2+n^3+\sigma(n+2n^2-2n^3)+\sigma^2n^3$ কে $a\sigma^2+b\sigma+c$ হিসাবে লেখা যায়।

এখানে $a = n^3$, $b = n+2n^2-2n^3$, $c = 2-2n^2+n^3$

$$a\sigma^2+b\sigma+c = a\left[\left(\sigma+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] \qquad .... (3.25)$$

এখন $a = n^3 > 0$

এবং $b^2-4ac = n^2(1-4n)<0$

কারণ n এর মান সাধারণত 1.5 থেকে 2.0 এর মধ্যে থাকে। সুতরাং $a\sigma^2+b\sigma+c>0$ এবং এই কারণে Δf এর চিহ্ন f এর চিহ্নের দ্বারা নির্ণীত হচ্ছে।

উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে f>0 সুতরাং Δf ধনাত্মক হবে। সুতরাং $f > f'$ এবং প্রান্তিক ফোকাস বিন্দু উপাক্ষীয় ফোকাস বিন্দুর তুলনায় লেন্সের নিকটতর হবে। অবতল লেনসের ক্ষেত্রে f<0 হওয়ায় Δf ঋণাত্মক এবং $f<f'$ হবে।

অনুশীলনী 1. 3.23 সমীকরণ ব্যবহার করে 3.24 এ প্রদত্ত Δf এর সূত্র প্রমাণ করুন।

ন্যূনতম গোলীয় অপেরণের শর্ত : আমরা আগেই দেখেছি

$$\text{গোলীয় অপেরণ } \Delta f = \frac{h^2}{2n(n-1)^2(1-\sigma)^2 f}\left(a\sigma^2 + b\sigma + c\right)$$

এ থেকে আপনি লক্ষ্য করবেন যে

(i) লেন্সের উন্মেষ h কমালে গোলীয় অপেরণও কম হবে।

(ii) একটি পাতলা লেন্সে গোলীয় অপেরণ সম্পূর্ণ দূর করা যাবে না কারণ ডানদিকের রাশি কোন অবস্থায়ই শূন্য হবে না।

এখন প্রশ্ন হচ্ছে কি ভাবে একটি পাতলা লেন্সে গোলীয় অপেরণ ন্যূনতম করা যায়। h, n, f অপরিবর্তিত রেখে $\sigma = r_1 / r_2$ পরিবর্তন করে লেন্সের আকৃতি এমনভাবে স্থির করা যায় যে Δf ন্যূনতম হবে।

$$\text{এই শর্ত হ'ল } \frac{\partial}{\partial \sigma}\Delta f = 0$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{2}{(1-\sigma)^3}\left(a\sigma^2 + b\sigma + c\right) + \frac{1}{(1-\sigma)^2}(2a\sigma + b) = 0$$

অথবা $2[a\sigma^2+b\sigma+c] + (1-\sigma)(2a\sigma+b) = 0$

$$\therefore \sigma = -\frac{b+2c}{b+2a} = \frac{2n^2-n-4}{2n^2+n} \qquad \text{.......(3.26)}$$

আপনি এখানে লক্ষ্য করবেন যে কোন বিশেষ আকৃতিতে গোলীয় অপেরণ সবচেয়ে কম হবে তা প্রতিসরাঙ্কের ওপর নির্ভর করে। লেন্সের উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক n = 1.5 হলে ন্যূনতম গোলীয় অপেরণের জন্য σ এর মান হ'ল

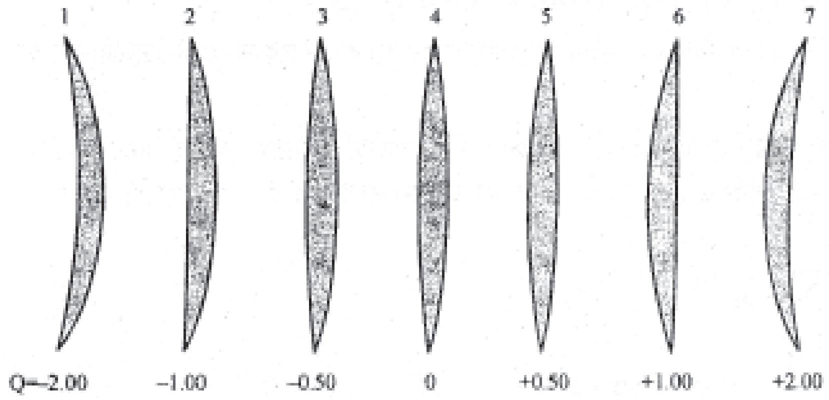
$$\sigma = \frac{r_1}{r_2} = -\frac{1}{6} \text{ ।} \qquad n = 2.0 \text{ হলে } \sigma = \frac{1}{5} \text{ ।}$$

প্রথম ক্ষেত্রে σ ঋণাত্মক রাশি সুতরাং লেন্সটি উভোত্তল বা উভাবতল নিতে হবে। লেন্সের যে তল আলোর দিকে মুখ করে থাকবে তার বক্রতা ব্যাসার্ধ অপর তলের এক ষষ্ঠাংশ অর্থাৎ যে তলের বক্রতা বেশি সেই তলটিকে আলোর দিকে রাখতে হবে।

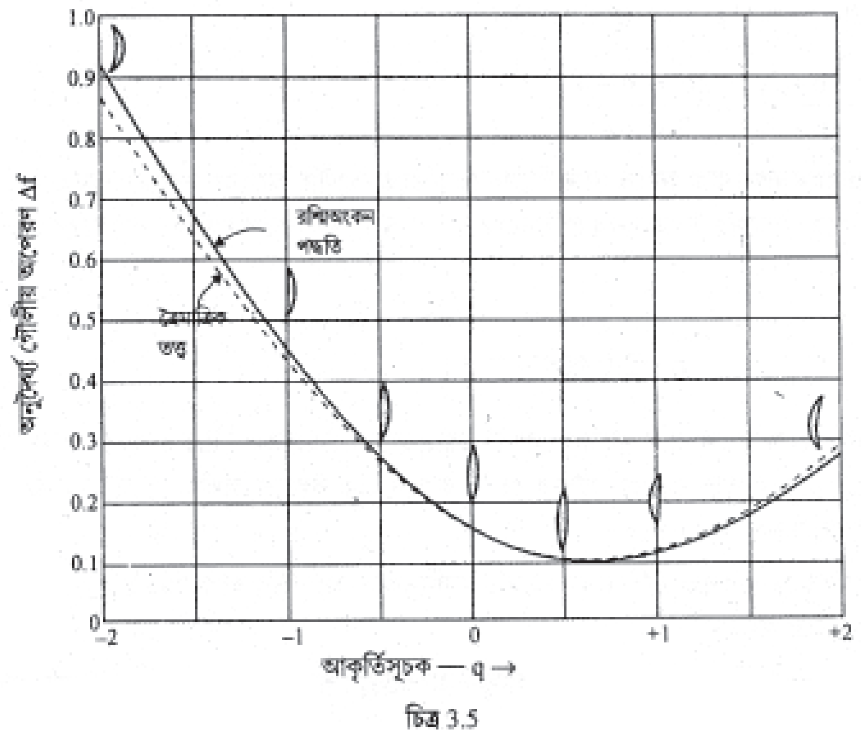
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে σ ধনাত্মক রাশি এবং লেন্সটি মেনিস্‌কাস আকৃতির হবে। উভয় ক্ষেত্রেই অধিক বক্রতার তলটি আলোর দিকে থাকবে।

যে লেন্সের তলগুলির বক্রতা ন্যূনতম গোলীয় অপেরণের শর্ত পালন করে তাকে **ক্রস্‌ড্ লেন্স** (crossed lens) বলে।

কোন লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রেখে গোলীয় অপেরণ কিভাবে আকৃতিসূচক (q) এর সঙ্গে পরিবর্তিত হয় আমরা সে বিষয়টি একটি উদাহরণের সাহায্যে আলোচনা করব। একটি অভিসারী লেন্স নেওয়া হ'ল যার ফোকাস দৈর্ঘ্য $f = 10$ cm, $n = 1.5$ এবং উন্মেষ $h = 1$ cm। লেন্সের উভয়তলের ব্যাসার্ধ r_1, r_2 কে এমনভাবে পরিবর্তিত করা হবে যে f অপরিবর্তিত থাকে। ইতিপূর্বে 3.24 সূত্রে ত্রৈমাত্রিক তত্ত্বে কিছু আসন্নায়নের পর পাতলা লেন্সে গোলীয় অপেরণের পরিমাপ জানা গেছে। সারণি 1 এ বিভিন্ন আকৃতির অভিসারী লেন্সে f অপরিবর্তিত রেখে Δf এর মান লিপিবদ্ধ করা হয়েছে। 3.24 অনুযায়ী গণনার ফল ছাড়াও তুলনা করার জন্য আমরা রশ্মি অঙ্কন পদ্ধতি ও ত্রৈমাত্রিক তত্ত্ব অনুযায়ী কোন আসন্নায়ন না করে গণনার ফলও লিপিবদ্ধ করেছি। সারণি থেকে দেখা যাচ্ছে যে 3.24 সূত্র অনুযায়ী Δf গণনার মান অন্য পদ্ধতি থেকে সামান্য বেশি। চিত্র 3.4 এ বিভিন্ন q এর জন্য অভিসারী লেন্সের আকৃতি এবং চিত্র 3.5 এ Δf এর সঙ্গে q এর পরিবর্তন দেখান হয়েছে।



চিত্র 3.4



চিত্র 3.5

সারণি1 : গোলীয় অপেরণ Δf এর মান f অপরিবর্তিত রেখে লেন্সের বিভিন্ন আকৃতি q এর জন্য

$f = 10$ cm, $h = 1$ cm, $n = 1.5$

লেন্সের আকৃতি	r_1	r_2	σ	q		Δf (cm)	
					রশ্মি অঙ্কন পদ্ধতি	ত্রৈমাত্রিক তত্ত্ব (আসন্নায়ন না করে)	ত্রৈমাত্রিক তত্ত্ব আসন্নায়নসহ (3.24 অনুযায়ী)
1. অবতলোত্তল (Concavo-convex)	-10.000	-3.333	3	-2.00	0.92	0.88	.97
2. সমতলোত্তল (Plano-convex)	∞	-5.000	∞	-1.00	0.45	43	45
3. উভোত্তল (Double-convex)	20.000	-6.666	-3	-0.50	0.26	0.26	.28
4. সমোত্তল (Equi-convex)	10.000	-10.000	-1	0	0.15	0.15	.167
5. উভোত্তল (Double-convex)	6.666	-20.000	$-\frac{1}{3}$	+0.50	0.10	0.10	.113
6. সমতলোত্তল (Plano-convex)	5.000	∞	0	1.00	0.11	0.11	.117
7. অবতলোত্তল (Concavo-convex)	3.333	10.000	$+\frac{1}{3}$	+2.00	0.27	0.29	.30

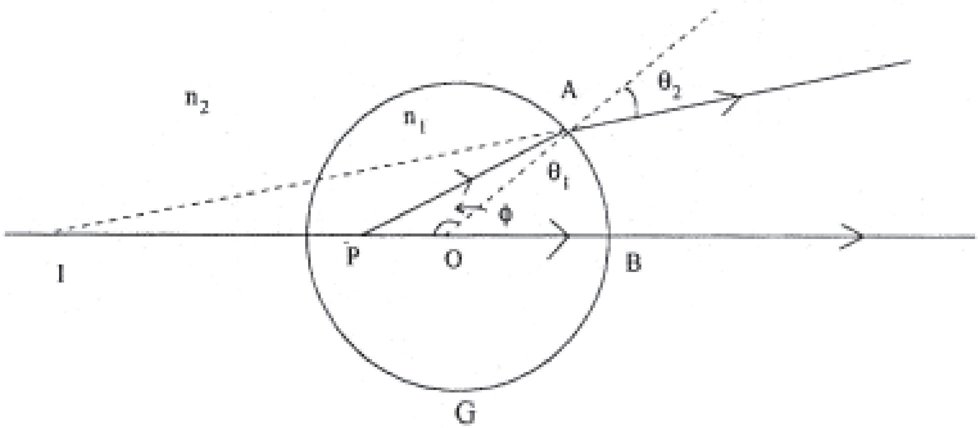
$q = +.714$ এ গোলীয় অপেরণ ন্যূনতম হয় অর্থাৎ এটি হ'ল বর্তমান উদাহরণে ক্রসড লেন্সের আকৃতি। একই ফোকাস দৈর্ঘ্যের একটি সমতলোত্তল লেন্সের অধিকতর বক্রতার তলকে যদি আলোর দিকে মুখ করে ব্যবহার করা হয় ($q = 1.0$) তবে এই লেন্সের গোলীয় অপেরণ ক্রসড লেন্স থেকে সামান্য বেশি হবে। কিন্তু লেন্সটিকে উল্টে দিয়ে যদি বসানো হয় ($q = -1.0$) অর্থাৎ সমতলটিকে আলোর দিকে মুখ করে তাহলে গোলীয় অনেকটাই বেশি হবে। এখান থেকে আমরা একটা নিয়ম দেখতে পাই তা হ'ল এই যে আলোর চ্যুতি লেন্সের উভয় তলেই যতটা সম্ভব সমভাবে ভাগ করে দিলেই গোলীয় অপেরণকে কমানো যায়। সারণি 1 থেকে অন্যান্য লেন্সের ক্ষেত্রেও এই নিয়ম কার্যকরী দেখা যাচ্ছে। কোন লেন্সের অধিকতর বক্রতার তলকে আলোর দিকে মুখ করে রাখলে গোলীয় অপেরণ তুলনামূলকভাবে কম হয়।

গোলীয় অপেরণ সম্পূর্ণভাবে দূর করতে হলে লেন্সের একটি বা উভয়তলকেই বিভিন্ন বলয় অনুযায়ী ঘষে প্রয়োজন অনুসারে বিভিন্ন বক্রতায় আনতে হবে। এই ব্যবস্থা যথেষ্ট ব্যয়সাপেক্ষ। কেবলমাত্র বিশেষ প্রয়োজনেই কোন আলোকতন্ত্রে এই ব্যবস্থা নেওয়া হয়। এ-ছাড়া এই ধরনের লেন্স কেবলমাত্র কোন নির্দিষ্ট লক্ষ্যবস্তুর দূরত্বের জন্যই গোলীয় অপেরণ দূর করতে পারে অন্য দূরত্বের জন্য নয়। সাধারণত বিভিন্ন ব্যবহারের জন্য গোলীয় তলযুক্ত লেন্স নেওয়া হয় এবং উভয়তলের বক্রতা এমনভাবে স্থির করা হয় যে গোলীয় অপেরণ খুবই কম হয়।

3.2.3 গোলীয় তলের অবিপথী বিন্দুর অবস্থান

গোলীয় অপেরণের প্রসঙ্গে স্বাভাবিকভাবেই **অবিপথী তলের** (Aplanatic surface) উল্লেখ করা প্রয়োজন। এই তলের বিশেষত্ব হ'ল যে দু'টি বিন্দু যাদের **অবিপথী বিন্দু** (Aplanatic point) বলা হবে তার মধ্যে একটিতে বিন্দুবস্তু রাখলে অপর বিন্দুতে প্রতিবিম্ব গঠিত হবে। এক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব গঠন করার জন্য উপাক্ষীয় বা উপাক্ষীয় নয় এমন সমস্ত রশ্মির জন্যই প্রতিবিম্বের অবস্থান একই থাকবে। এই আলোচনা থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে এই দুটি বিন্দুর জন্য প্রতিবিম্ব গঠনে কোন গোলীয় অপেরণ থাকবে না।

আমরা এবার গোলীয় তলের অবিপথী বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করব। মনে করি G একটি কাঁচের গোলক (চিত্র 3.6) যার প্রতিসরাঙ্ক n_1 এবং ব্যাসার্ধ r। O কেন্দ্রবিন্দু। কাঁচের গোলকটি যে মাধ্যমে রয়েছে তার প্রতিসরাঙ্ক n_2 এবং ধরে নিন $n_1 > n_2$। গোলকের অভ্যন্তরে P বিন্দু থেকে আলোকরশ্মি গোলকের ওপর A বিন্দুতে θ_1 কোণে



চিত্র 3.6

আপতিত হয়ে θ_2 কোণে প্রতিসৃত হচ্ছে। PB অপর একটি রশ্মি গোলীয়তলে B বিন্দুতে লম্বভাবে আপতিত হয়েছে এবং কোন বিচ্যুতি ছাড়াই প্রতিসৃত হয়েছে। এই দুটি রশ্মিকে পিছনের দিকে প্রসারিত করলে I বিন্দুতে মিলিত হবে। I হল P বিন্দুবস্তুর অসৎ বিম্ব। এখন স্নেলের সূত্র অনুযায়ী

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2, \ \angle AOP = \phi$$

$$\therefore \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = n$$

ΔAPO এ $\frac{PO}{\sin\theta_1} = \frac{AP}{\sin\phi}$, অর্থাৎ $\frac{u}{\sin\theta_1} = \frac{AP}{\sin\phi}$, এখানে PO = u

$AP^2 = PO^2 + OA^2 - 2\,PO.OA\cos\phi = u^2 + r^2 - 2ur\cos\phi$

$$\therefore \frac{u^2}{\sin^2\theta_1} = \frac{AP^2}{\sin^2\phi} = \frac{u^2 + r^2 - 2ur\cos\phi}{\sin^2\phi}$$

$$\therefore \frac{\sin^2\phi}{\sin^2\theta_1} = \frac{u^2 + r^2 - 2ur\cos\phi}{u^2}$$

ΔAIO এ $\frac{IO}{\sin\theta_2} = \frac{IA}{\sin\phi}$, যেখানে IO = v

$$\therefore \frac{v}{\sin\theta_2} = \frac{IA}{\sin\phi}$$

$$\therefore IA^2 = IO^2 + OA^2 - 2\,IO.OA\ \cos\phi$$

$$= v^2 + r^2 - 2vr\ \cos\phi$$

$$\frac{v^2}{\sin^2\theta_2} = \frac{IA^2}{\sin^2\phi} = \frac{v^2 + r^2 - 2vr\ \cos\phi}{\sin^2\phi}$$

$$\frac{\sin^2\phi}{\sin^2\theta_2} = \frac{v^2 + r^2 - 2vr\ \cos\phi}{v^2}$$

(3.37) কে (3.36) দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{\sin^2\theta_1}{\sin^2\theta_2} = \frac{v^2 + r^2 - 2vr\cos\phi}{v^2} \times \frac{u^2}{u^2 + r^2 - 2ur\cos\phi}$$

$$\therefore n^2\left(\frac{u^2 + r^2 - 2ur\cos\phi}{u^2}\right) = \frac{v^2 + r^2 - 2vr\cos\phi}{v^2}$$

বা, $n^2\left(1+\frac{r^2}{u^2}\right)-\left(1+\frac{r^2}{v^2}\right)=\cos\phi\left(2\frac{r}{u}n^2-\frac{2r}{v}\right)$ ....(3.27)

P থেকে নির্গত সমস্ত রশ্মির জন্যই I এর অবস্থান অপরিবর্তিত থাকতে হ'লে 3.27 সমীকরণটিকে ϕ নিরপেক্ষ হ'তে হবে। এই শর্ত হ'ল $\frac{2r}{u}n^2-\frac{2r}{v}=0$

অর্থাৎ $\frac{n^2}{u}=\frac{1}{v},\ u=n^2v$ ....(3.28)

(3.27) ও (3.28) থেকে আমরা পাই,

$$n^2\left(1+\frac{r^2}{u^2}\right)=1+\frac{r^2}{v^2}$$

$$\left(n^2-1\right)+\frac{n^2r^2}{n^4v^2}-\frac{r^2}{v^2}=0$$

বা, $\left(n^2-1\right)+\frac{r^2}{v^2}\left(\frac{1}{n^2}-1\right)=0$

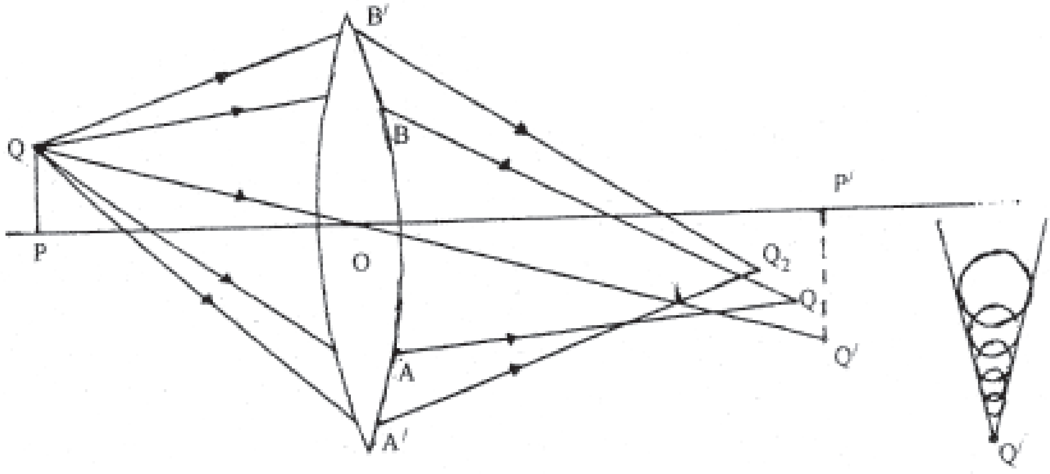
বা, $\left(n^2-1\right)\left[1-\frac{r^2}{n^2v^2}\right]=0$

$\therefore n^2v^2=r^2,\ v=\frac{r}{n}$ ......(3.29 a)

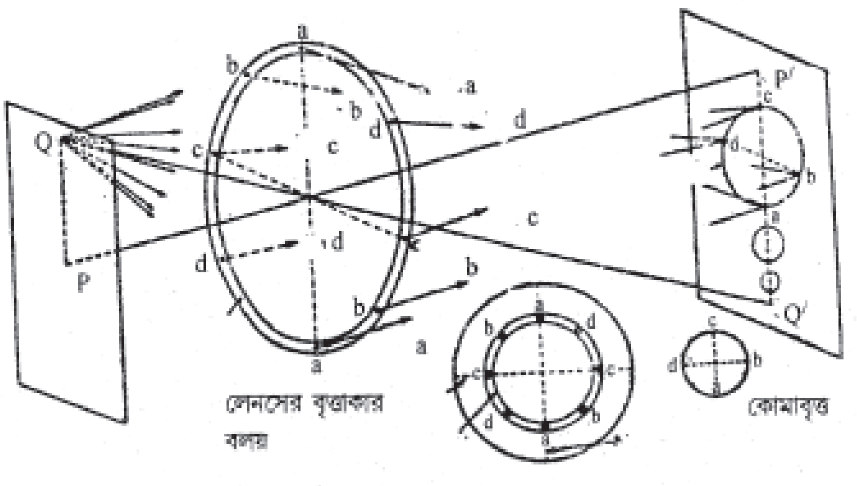
$\therefore u=n^2v=n^2\frac{r}{n}=nr$ ....(3.29 b)

এখানে $n<1$, সুতরাং $u<r$ এবং $v>r$।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে আমরা দেখলাম যে কোন গোলীয় তলের দু'টি অবিপথী বিন্দু আছে যাদের অবস্থান কেন্দ্রের একদিকে এবং কেন্দ্র থেকে দূরত্ব হ'ল $\frac{n_2}{n_1}r$ ও $\frac{n_1}{n_2}r$ কাঁচের গোলকের দুই অবিপথী বিন্দুকে ব্যবহার করে উচ্চক্ষমতাসম্পন্ন তৈল নিমজ্জিত অভিলক্ষ্য (Oil inmersion objective) গঠন করা সম্ভব হয়েছে।



চিত্র 3.7 ঋণাত্মক কোমা



চিত্র 3.8

এই চিত্রে কোমার উৎপত্তি বিশদভাবে দেখান হয়েছে। লেন্সের প্রতিটি বলয় বৃত্তাকার প্রতিবিম্ব বা কোমাবৃত্ত গঠন করছে। চিত্রে লেন্সের একটি বলয়ের কেন্দ্রের চারপাশে অবস্থিত ব্যাসের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় যেমন (a,a) দিয়ে প্রতিসরিত আলোকরশ্মি কোমাবৃত্তের a বিন্দুতে প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করছে। একই ভাবে প্রান্তবিন্দু দ্বয় (b,b), (c,c), (d,d) ইত্যাদি দিয়ে প্রতিসরিত আলোকরশ্মি যথাক্রমে কোমাবৃত্তের b, c, d বিন্দুতে মিলিত হচ্ছে। এভাবে উত্তরোত্তর বৃহত্তর ব্যাসার্ধের কোমা বৃত্তের উপরিস্থাপনের দ্বারা কোমার সৃষ্টি হয়।

3.3 কোমা (Coma)

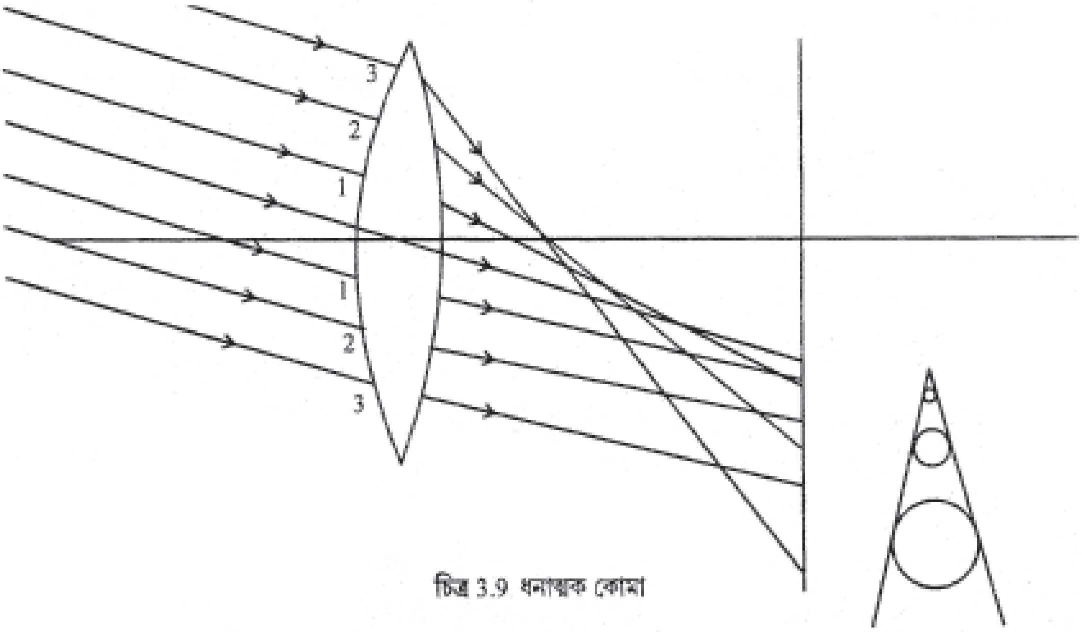
গোলীয় অপেরণের আলোচনার সময় আমরা দেখেছি যে আলোকতন্ত্র এই অপেরণ থেকে মুক্ত হলে অক্ষরেখার ওপরে কোন বিন্দু থেকে উপাক্ষীয় ও অউপাক্ষীয় সব রশ্মিই প্রতিসরণের পর অক্ষরেখার ওপরে একটি বিন্দুতে

প্রতিবিম্ব গঠন করবে। কিন্তু বিন্দু যদি অক্ষরেখার ঠিক ওপরে না থেকে নিকটে থাকে তা'হলে গোলীয় অপেরণ না থাকলেও দেখা যাবে যে বিন্দু থেকে আগত বিভিন্ন রশ্মি প্রতিসরণের পর এক বিন্দুতে মিলিত না হয়ে কিছুটা অস্পষ্ট প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করছে। প্রতিবিম্ব গঠনে এই ত্রুটির নাম দেওয়া হয়েছে **কোমা**। এই বিষয়ে আলোচনা করার সময় আমরা ধরে নেব যে আলোকতন্ত্রে কোমা ছাড়া গোলীয় অপেরণ বা অন্য কোন অপেরণ নেই।

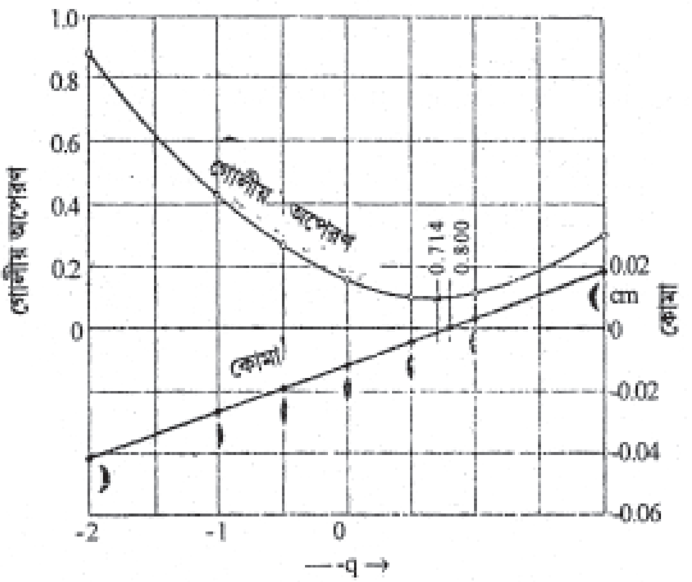
3.7 চিত্রে PQ একটি রৈখিক লক্ষ্য বস্তু। O বিন্দু লেন্সের কেন্দ্র এবং POP' সেটির অক্ষরেখা। Q বিন্দু অক্ষরেখা থেকে অল্প দূরে আছে। লেন্স L এর উন্মেষ পুরো খোলা আছে। Q বিন্দুর উপাক্ষীয় প্রতিবিম্ব হ'ল QOQ' অক্ষের ওপরে Q' বিন্দু। Q থেকে উপাক্ষীয় নয় এমন দুটি রশ্মি QA ও QB, QOQ' এর উভয় দিকে একই কোণ করে নির্গত ধরা হ'ল। কিন্তু এই দু'টি রশ্মি লেন্স L এর সাপেক্ষে প্রতিসম নয়। QB এর তুলনায় QA আরও বড় কোণে লেন্সে আপতিত হওয়ায় তার চ্যুতি আরও বেশি হবে এবং এই দু'টি রশ্মি Q' বিন্দুতে মিলিত না হয়ে তার আগে ও ওপরে Q_1 বিন্দুতে মিলিত হবে। একইভাবে দু'টি প্রান্তিক রশ্মি QA' ও QB', QOQ' থেকে আরও দূরে এবং Q_1 এর বামে অবস্থিত Q_2 বিন্দুতে মিলিত হবে। এভাবে প্রান্তিক ও উপাক্ষীয় রশ্মির মধ্যবর্তী আরও অনেক রশ্মির কল্পনা করা যায় যাদের প্রতিবিম্ব $Q'Q_2$ এর মধ্যে এবং Q' এর বামে অবস্থিত হবে। মনে করি Q' এর মধ্যে দিয়ে POP' এর ওপর লম্বভাবে কোন পর্দা রাখা হয়েছে। Q বিন্দু থেকে নির্গত রশ্মিগুচ্ছের একটি শঙ্কু লেন্সের একটি বৃত্তাকার বলয়ের মধ্যে দিয়ে যাবে এবং ঐ পর্দায় বৃত্তাকার প্রতিবিম্ব গঠন করবে। ত্রিমাত্রিক অবস্থানের সাহায্যে বৃত্তাকার প্রতিবিম্ব কিভাবে গঠিত হয় তা 3.8 চিত্রে বিশদভাবে দেখানো হয়েছে। Q বিন্দু থেকে নির্গত বিভিন্ন রশ্মির শঙ্কু ধরলে এই শঙ্কুর শীর্ষ কোণ যত বড় হবে পর্দায় বৃত্তাকার প্রতিবিম্বও তত বড় হবে। এভাবে Q' বিন্দু প্রতিবিম্ব থেকে শুরু করে POP' অক্ষরেখার দিকে ক্রমশ বৃহত্তর বৃত্তাকার প্রতিবিম্ব গঠিত হবে এবং এই সব প্রতিবিম্ব উপরিস্থাপনের ফলে পর্দায় ডিম্বাকৃতি বা ধূমকেতু সদৃশ আলোকছটা দেখা যাবে। এইআলোকছটার শীর্ষবিন্দু Q' খুব উজ্জ্বল দেখাবে। অনেকটা ধূমকেতুর মত চেহারার জন্য এই অপেরণকে **কোমা** নামে অভিহিত করা হয়। (ইংরাজীতে comet শব্দের অর্থ ধূমকেতু)। চিত্র 3.7 ও চিত্র 3.8 এ কোমা অপেরণের উৎপত্তি দেখানো হয়েছে।

কোমার পুচ্ছ অক্ষরেখা POP' এর দিকে বিস্তৃত হলে সেই কোমাকে ঋণাত্মক এবং পুচ্ছ POP' অক্ষরেখা থেকে দূরে বিস্তৃত হলে সেই কোমাকে ধনাত্মক বলা হয়। 3.7 চিত্রে ঋণাত্মক কোমা ও 3.9 চিত্রে ধনাত্মক কোমা দেখানো হয়েছে। অন্যান্য অপেরণের উপস্থিতিতে প্রতিবিম্বে কোমার ত্রুটি ততটা সুস্পষ্টভাবে দেখা যায় না সত্য কিন্তু এই অপেরণে প্রতিবিম্বের অপ্রতিসম (Unsymmetrical) প্রকৃতির জন্য দূরবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যে (Objective), বড় উন্মেষের ক্যামেরা লেন্স বা অনুবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যে বিশেষ সমস্যার সৃষ্টি করে যা দূর করা বিশেষ প্রয়োজন।

কোমা দূর করার বিষয়ে অ্যাবের সাইন শর্ত (Abbe's sine condition) বিশেষ কার্যকরী। অ্যাবে অনুসন্ধান করে দেখলেন যে অক্ষরেখার ওপর একটি ছোট লক্ষ্যবস্তু থেকে আলো লেন্সের বিভিন্ন বৃত্তাকার বলয়ের মধ্যে দিয়ে গিয়ে প্রতিবিম্ব গঠন করার সময় প্রতিবিম্বের বিবর্ধন অক্ষরেখা থেকে বলয়ের দূরত্বের ওপর নির্ভর করে এবং এই ভাবে কোমার সৃষ্টি হয়। ধনাত্মক কোমার ক্ষেত্রে লেন্সের বাইরের বলয়ের মধ্যে দিয়ে যাওয়া আলোকরশ্মির বিবর্ধনের মান কেন্দ্রীয় অঞ্চলে সীমাবদ্ধ বলয়ের তুলনায় বেশি হয়। ঋণাত্মক কোমার ক্ষেত্রে উল্টোটাই দেখা যায়। যদি প্রতিবিম্বের বিবর্ধন সব বৃত্তাকার বলয়ের জন্যই এক রাখা যায় তবে প্রতিবিম্বে কোমা দেখা যাবে না।



চিত্র 3.9 ধনাত্মক কোমা



চিত্র 3.10 গোলীয় অপেরণ ও কোমার গ্রাফের তুলনা বিভিন্ন আকৃতির লেন্সের জন্য

কোমা পরিমাপ করার তাত্ত্বিক আলোচনায় না গিয়েও আমরা এ-বিষয়ে একটা ধারণা দেওয়ার চেষ্টা করব। কোমার পুচ্ছের দৈর্ঘ্য কত তা থেকে কোমার পরিমাপ করা যায়। ত্রৈমাত্রিক তত্ত্ব অনুযায়ী কোমার পুচ্ছের দৈর্ঘ্য হ'ল—

$$L_C = \frac{3dh^2}{f^3}(Ap + Bq) \qquad ....(3.30)$$

এখানে d হ'ল লেন্সের অক্ষরেখা থেকে কোমার শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব। h = লেনসের উন্মেষ, f = ফোকাস দৈর্ঘ্য।

p হ'ল অবস্থান সূচক (position factor) এবং এর সংজ্ঞা হ'ল $p = \frac{S' - S}{S' + S}$ এখানে S লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব ও S' প্রতিবিম্বের দূরত্ব। q লেন্সের আকৃতি সূচক যার সংজ্ঞা আগেই দেওয়া হয়েছে। 3.30 এ A ও B হ'ল

$$A = \frac{3(2n+1)}{4n} \quad B = \frac{3(n+1)}{4n(n-1)}$$

এখানে n = লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক। চিত্র 3.10 এ কোমা কিভাবে q এর ওপর নির্ভর করে তা' গ্রাফ দিয়ে দেখানো হয়েছে। তুলনার জন্য গোলীয় অপেরণের গ্রাফও দেওয়া হয়েছে।

এই উদাহরণে অক্ষরেখার সঙ্গে সূক্ষ্মকোণে সমান্তরাল রশ্মি লেন্সে আপতিত হচ্ছে। এখানে f = 10 cm, h = 1 cm, d = 2 cm, n = 1.5 সমান্তরাল রশ্মির জন্য S = ∞ এবং S' = f। সুতরাং p = -1 সারণি 2 তে q এর বিভিন্ন মানের জন্য 3.30 অনুযায়ী কোমার পরিমাপ করা হয়েছে এবং চিত্র 3.10 এ ঐ মান নিয়ে গ্রাফ অঙ্কন করা হয়েছে। এখানে লক্ষণীয় যে q = 0.800 এ কোমার মান শূন্য এবং q = 0.714 এ গোলীয় অপেরণ সবচেয়ে কম। সুতরাং যে আকৃতির লেন্স ব্যবহার করে কোমা শূন্য হবে ঐ আকৃতিতে গোলীয় অপেরণও প্রায় ন্যূনতম ধরা যেতে পারে।

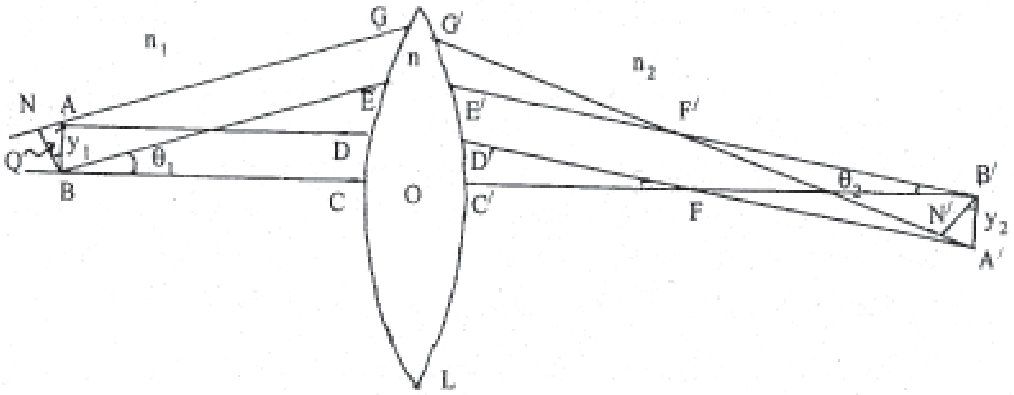
সারণি 2. লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রেখে আকৃতি সূচকের বিভিন্ন মানের জন্য কোমার পরিমাপ।

f = 10 cm, h = 1 cm, n = 1.5, d = 2 cm

লেনসের আকৃতি	r_1	r_2	q	কোমা (cm)
1. অবতলোত্তল	-10.000	-3.333	-2.0	-0.0420
2. সমতলোত্তল	∞	-5.000	-1.00	-0.0270
3. উভোত্তল	20.000	-6.666	-0.50	-0.0195
4. সমোত্তল	10.000	-10.000	0	-0.0120
5. উভোত্তল	6.666	-20.000	+0.50	-0.0045
6. সমতলোত্তল	5.000	∞	1.00	+0.0030
7. অবতলোত্তল	3.333	10.000	+2.0	+0.0180

3.3.1 অ্যাবের সাইন শর্ত

অ্যাবের সাইন শর্ত থেকে আমরা পাই কোন্ অবস্থায় কোনও ছোট লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্বের অনুপ্রস্থ বিবর্ধন লেন্সের বিভিন্ন বলয়ের মধ্যে দিয়ে যাওয়া আলোকরশ্মির জন্য একই হবে। অর্থাৎ প্রতিবিম্বে কোন কোমা অপেরণ থাকবে না।



চিত্র 3.11

AB একটি ছোট লক্ষ্যবস্তু অক্ষরেখা BOB' এর ওপর লম্বভাবে অবস্থিত। অবতল লেন্স L, AB এর প্রতিবিম্ব A'B' গঠন করেছে। B থেকে আগত BEE' B' ও BCC' B' রশ্মি B' বিন্দুতে মিলিত হয় এবং A থেকে আগত AGG' A' এবং ADD' A' রশ্মি A' বিন্দুতে মিলিত হয়। B' হ'ল B বিন্দুর প্রতিবিম্ব এবং A' হ'ল A বিন্দুর প্রতিবিম্ব। এখানে AD ও BC রশ্মি সমান্তরাল এবং AG ও BE রশ্মি সমান্তরাল। BE ও E'B' রশ্মিদ্বয় অক্ষরেখার সঙ্গে যথাক্রমে θ_1 ও θ_2 কোণে আনত।

n_1, n ও n_2 যথাক্রমে লক্ষ্যলোক, লেন্স L ও বিম্বলোকের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক। B ও তার প্রতিবিম্ব B' এর মধ্যে বিভিন্ন রশ্মির আলোকপথ সমান হবে। এই শর্ত প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$n_1 BA \sin\theta_1 = n_2 B'A' \sin\theta_2$$

অথবা, $n_1 y_1 \sin\theta_1 = n_2 y_2 \sin\theta_2$ ($AB = y_1$, $A'B' = y_2$) ..... (3.31)

$$\therefore \text{ অনুপ্রস্থ বিবর্ধন } \frac{y_2}{y_1} = \frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2 \sin\theta_2} \qquad ......(3.32)$$

3.32 থেকে প্রমাণ হল যে ক্ষুদ্র লক্ষ্যবস্তুর ক্ষেত্রে অনুপ্রস্থ বিবর্ধন লক্ষ্যলোকে লক্ষ্যবস্তুর অক্ষের ওপরে অবস্থিত বিন্দু থেকে নির্গত রশ্মির অক্ষের সঙ্গে কোণের সাইন ($\sin\theta_1$) ও বিম্বলোকে নির্গত রশ্মির অক্ষের সঙ্গে কোণের সাইন ($\sin\theta_2$) এর অনুপাতের ওপর নির্ভর করে। উপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে 3.31 এ θ_1, θ_2 এর মান ক্ষুদ্র হবে এবং তখন $\sin\theta_1 = \theta_1$ ও $\sin\theta_2 = \theta_2$ ধরা যেতে পারে। সেক্ষেত্রে $n_1 y_1 \theta_1 = n_2 y_2 \theta_2$ হবে যা হল পূর্বে আলোচিত লাগাঞ্জের সূত্র। 3.32 থেকে আমরা দেখছি যে উপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে বিবর্ধন ও অউপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে বিবর্ধন যদি একই রাখতে হয় তবে প্রয়োজনীয় শর্ত হ'ল,

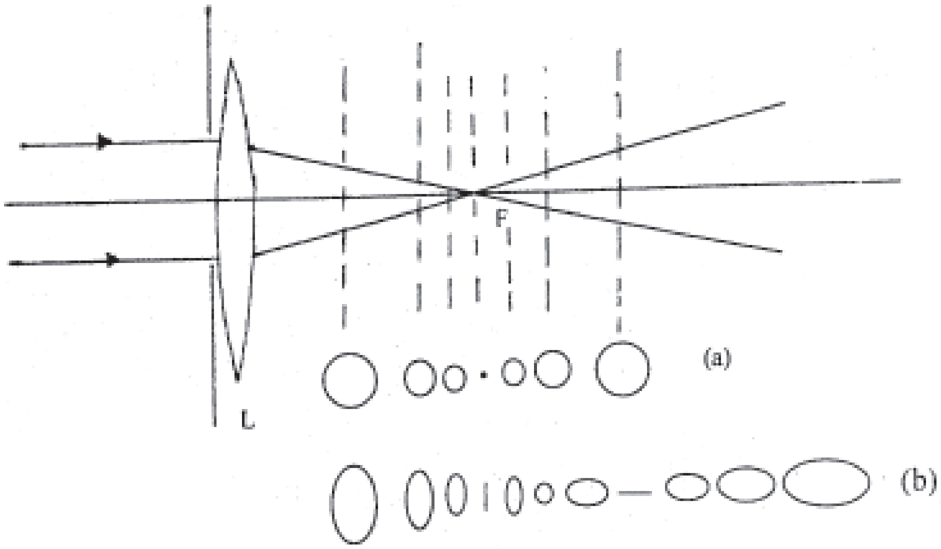
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \text{ধ্রুবক।} \qquad ......(3.33)$$

এই শর্তকে বলা হয় সাইন শর্ত। এই শর্ত সিদ্ধ হ'লে অনুপ্রস্থ বিবর্ধন আলোকরশ্মি লেনসের কোন বলয়ের মধ্য দিয়ে গিয়ে প্রতিবিম্ব গঠন করছে তার ওপর নির্ভর করবে না।

3.4 অবিন্দুকত্ব (Astigmatism)

কোন আলোকতন্ত্র প্রথম দুটি অপেরণ অর্থাৎ গোলীয় অপেরণ ও কোমা থেকে মুক্ত হ'লে অক্ষরেখার ওপর বা তার নিকটে অবস্থিত লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্ব সুস্পষ্ট হবে। কিন্তু লক্ষ্যবস্তু অক্ষরেখা থেকে আরও দূরে থাকলে প্রতিবিম্বের ত্রুটি দেখা যাবে। এক্ষেত্রে কোন বিন্দু লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্ব পর্দায় ফেলা হ'লে দেখা যাবে যে পর্দার অবস্থানের ওপর নির্ভর করে এই প্রতিবিম্ব বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, রেখাকৃতি ইত্যাদি বিভিন্ন রূপ নেয় কিন্তু কখনই একটি বিন্দু হয় না। সঙ্গত কারণেই এই অপেরণকে বলা হয় **অবিন্দুকত্ব** (Astigmatism) বা **একবিন্দু না হওয়া**।

এবার এই অপেরণের উদ্ভব কিভাবে হয় দেখা যাক। প্রথমে একটি সহজ পরীক্ষা করা যাক। একটি উভ-উত্তল লেন্স নেওয়া হ'ল। লেন্সকে পর্দা দিয়ে ঢেকে সমাক্ষ (co-axial) বৃত্তাকার ছিদ্র করা হয়েছে। যদি অক্ষের সমান্তরাল রশ্মি এই লেন্সের ওপর ফেলা হয় তা'হলে লেন্সের মধ্যে দিয়ে প্রতিসৃত রশ্মিগুচ্ছের প্রস্থচ্ছেদ বৃত্তাকার হবে। লেন্সের অপর দিকে ঘষা কাঁচ পর্দা হিসাবে রাখলে দেখা যাবে যে পর্দা যদি লেন্সের কাছে থেকে ক্রমশ দূরে সরানো হয় (চিত্র 3.12) তা'হলে বৃত্তাকার আলোকচ্ছটা দেখা যাবে যার ব্যাসার্ধ কমতে কমতে একটি বিন্দু F হয়ে আবার বাড়তে থাকবে। F বিন্দু হ'ল সুস্পষ্ট ফোকাস বিন্দু।

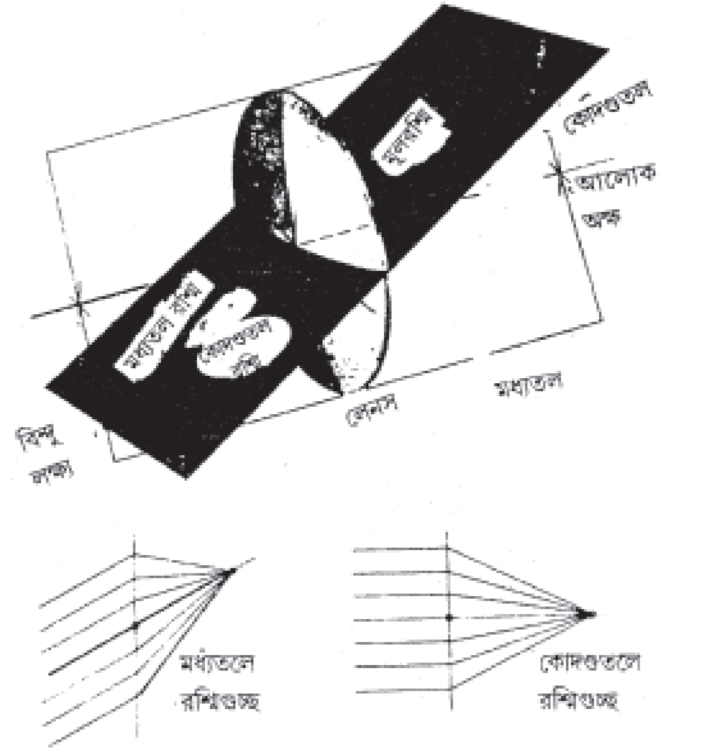


চিত্র 3.12

এখন যদি লেন্সকে অক্ষরেখার সাপেক্ষে কিছুটা কাত ক'রে বসানো হয় তা'হলে নির্গত রশ্মিগুচ্ছের প্রস্থচ্ছেদ সাধারণভাবে উপবৃত্তাকার রূপ নেবে। এক্ষেত্রে পর্দা বিভিন্ন অবস্থানে রাখলে প্রতিবিম্বের চেহারা কি হবে? পর্দার একটি বিশেষ অবস্থানে বৃত্তাকার আলোকচ্ছটা দেখা যাবে। পর্দার দু'টি পৃথক অবস্থানে উপবৃত্তাকার আলোকচ্ছটা পরিবর্তিত হয়ে দু'টি পরস্পর লম্ব সরলরেখা বা ফোকাস রেখায় পরিণত হবে। পর্দার কোন অবস্থানেই নির্গত রশ্মি একটি বিন্দু প্রতিবিম্ব হবে না। লেন্সকে আরও কাত করলে দু'টি পরস্পর লম্ব ফোকাস রেখার মধ্যে দূরত্ব বেড়ে যাবে।

এই প্রাথমিক বর্ণনার পর আমরা অবিন্দুকত্ব সম্পর্কে আরও বিশদভাবে আলোচনা করব। আলোচনার সুবিধার জন্য আমরা দু'টি তলের কল্পনা করতে পারি। একটি হ'ল **মধ্যতল** (meridional plane) যা মূলরশ্মি

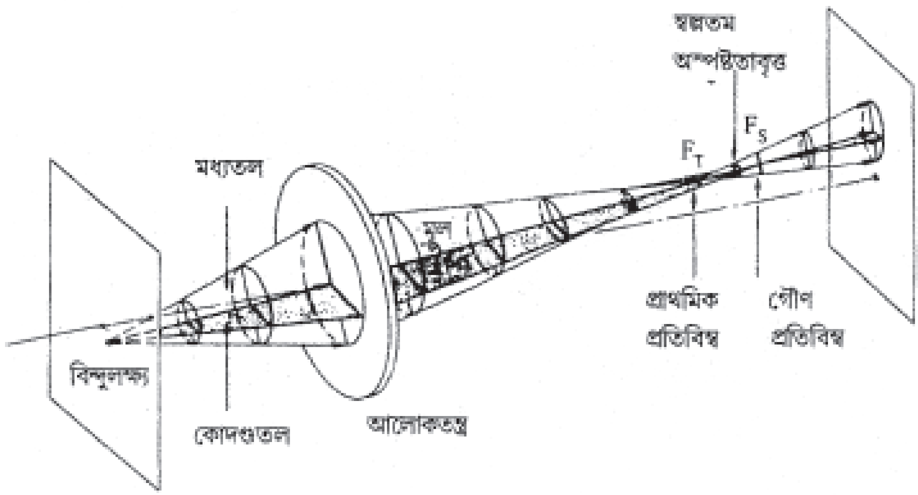
(chief ray) ও আলোক অক্ষের (optic axis) মধ্যে দিয়ে যাওয়া একটি তল। **কোদণ্ড তল** (Sagittal plane) হ'ল মূলরশ্মি দিয়ে যাওয়া কিন্তু মধ্যতলের ওপর লম্বভাবে অবস্থিত তল। কোন লক্ষ্যবিন্দু আলোক অক্ষরেখার



চিত্র 3.13 মধ্যতল ও কোদণ্ডতল

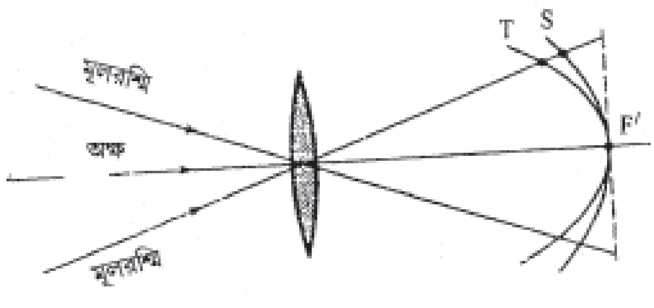
ওপরে থাকলে তা' থেকে নির্গত রশ্মি শঙ্কু লেনসের গোলীয় তলের সাপেক্ষে প্রতিসম হবে। সেই জন্য মধ্যতল ও কোদণ্ডতলের মধ্যে পার্থক্য থাকবে না। আলোক অক্ষরেখা দিয়ে যাওয়া সমস্ত তলেই রশ্মি বিন্যাস একই রকম থাকবে। গোলীয় অপেরণ না থাকলে বিভিন্ন রশ্মির জন্য ফোকাস দৈর্ঘ্য এক হবে এবং বিভিন্ন রশ্মি একই ফোকাস বিন্দুতে মিলিত হবে। কিন্তু সেই তুলনায় তির্যক সমান্তরাল এক গুচ্ছ রশ্মির বিন্যাস মধ্যতল ও কোদণ্ডতলের ক্ষেত্রে এক হবে না ফলে এই দুই তলে ফোকাস দৈর্ঘ্যও আলাদা হবে। মধ্যতলের অন্তর্গত কোন রশ্মি কোদণ্ডতলের অন্তর্গত রশ্মির তুলনায় লেন্সের উপর অধিকতর তির্যক কোণে আপতিত হবে এবং সেই কারণে এই রশ্মির ফোকাস দৈর্ঘ্য কোদণ্ডতলের ফোকাস দৈর্ঘ্য থেকে কম হবে। এই দু'রকম ফোকাস দৈর্ঘ্যের অন্তরকে **অবিন্দুকত্ব অন্তর** বলা হয়। লক্ষ্য বস্তু অক্ষরেখা থেকে যত দূরে থাকবে আপতিত রশ্মি ততই তির্যক হবে এবং অবিন্দুকত্ব অন্তর ততই বেড়ে যাবে। দু'টি ফোকাস দৈর্ঘ্য থাকায় আপতিত রশ্মির শঙ্কুর আকৃতি লেন্সে প্রতিসরণের পর ধীরে ধীরে পরিবর্তিত হয়ে যায়। লেন্সের পর থেকে এই শঙ্কুর প্রস্থচ্ছেদ প্রথমে বৃত্তাকার থেকে শুরু হয়ে ক্রমশ উপবৃত্তাকার আকৃতি নেয়। এই উপবৃত্তের পরাক্ষ (major axis) কোদণ্ডতলে থাকবে। এ-ভাবে মধ্যতল ফোকাস বিন্দু F_T পর্যন্ত রশ্মি শঙ্কুকে বর্ণনা করা যায়। F_T তে উপবৃত্ত একটি রেখায় পরিবর্তিত হয় যাকে বলা হয় প্রধান বা প্রাথমিক প্রতিবিম্ব (Primary image)। F_T-র পর আলোকরশ্মিগুচ্ছ দ্রুত প্রসারিত হ'তে থাকে এবং শেষ পর্যন্ত বৃত্তাকার আকৃতি নেয়। এই অবস্থায় প্রতিবিম্ব একটি বৃত্তাকার আলোকচ্ছটা যা' হ'ল স্বল্পতম অস্পষ্টতার বৃত্ত (Circle of least confusion)। লেন্স থেকে আরও দূরে চলে গেলে রশ্মিগুচ্ছের প্রস্থচ্ছেদ আবার উপবৃত্তে পরিবর্তিত হয়ে

শেষে একটি রেখায় পরিণত হয় যাকে বলা হয় গৌণ (বা অপ্রধান) প্রতিবিম্ব (Secondary image)। এর অবস্থান হ'ল কোদণ্ডতলে কোদণ্ড ফোকাস F_S এর জায়গায়। এই আলোচনায় ধরা হয়েছে যে আলোকতন্ত্রে গোলীয় অপেরণ ও কোমা নেই।



চিত্র 3.14

মধ্যতল ফোকাস বিন্দু F_T ও কোদণ্ডতল ফোকাস বিন্দু F_S এর মধ্যে ব্যবধান অক্ষরেখা থেকে লক্ষ্যবিন্দুর দূরত্বের সঙ্গে উত্তরোত্তর বৃদ্ধি পায়। লক্ষ্য বিন্দুর অবস্থান অনুযায়ী ফোকাস বিন্দুদ্বয় F_T ও F_S দু'টি তল যথাক্রমে T ও S এর ওপর অবস্থিত থাকে।

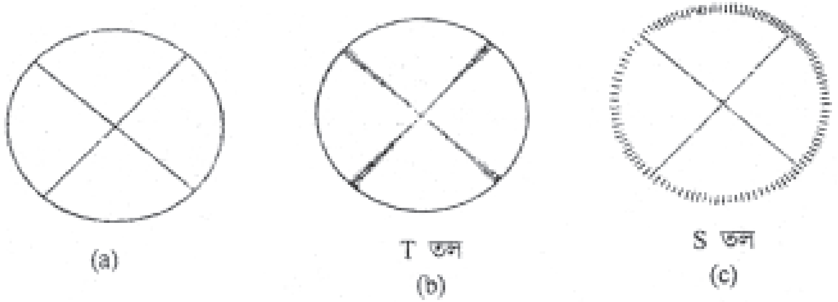


চিত্র 3.15

3.15 চিত্রে T, S ও উপাক্ষীয় প্রতিবিম্বতল দেখানো হয়েছে। অক্ষরেখাসংলগ্ন অঞ্চলে T, S উপাক্ষীয় প্রতিবিম্ব তলের সঙ্গে মিলে যায়। আলোকতন্ত্র অবিন্দুকত্ব থেকে মুক্ত হতে গেলে প্রয়োজনীয় শর্ত হল T ও S তলকে মিলে যেতে হবে। কিন্তু এই দু'টি তল মিলে গেলেও ফোকাস তলের একটি বক্রতা থেকে যায়। এই তলে গঠিত প্রতিবিম্বেও **বক্রতাজনিত** ত্রুটি বর্তমান থাকবে।

প্রতিবিম্ব গঠনে অবিন্দুকত্বের প্রভাব কি বোঝার জন্য একটি সুন্দর উদাহরণ এখানে দেওয়া হ'ল। লক্ষ্যবস্তু হিসাবে একটি চাকা নেওয়া হ'ল যার কেন্দ্র থেকে কয়েকটি দণ্ড পরিধি পর্যন্ত বিস্তৃত। T তলে

কোন বিন্দু লক্ষ্যের প্রতিবিম্ব মধ্যতলের লম্বভাবে একটি ক্ষুদ্র সরলরেখা হবে। এই নিয়ম অনুসারে T তলে চাকার বেড়-এর প্রতিবিম্ব স্পষ্ট দেখা যাবে। কিন্তু দণ্ডগুলি কিছুটা অস্পষ্ট হবে কারণ দণ্ডের ওপর কেন্দ্র থেকে দূরত্ব অনুযায়ী প্রত্যেক বিন্দুর প্রতিবিম্ব ক্ষুদ্র সরলরেখার অংশ হবে। S- তলে দণ্ডগুলির প্রতিবিম্ব স্পষ্ট হবে কিন্তু বেড়ের প্রতিবিম্ব অস্পষ্ট হবে। এখানে আবার বেড়ের প্রত্যেক বিন্দুর জন্য প্রতিবিম্ব ক্ষুদ্র সরলরেখা হবে।



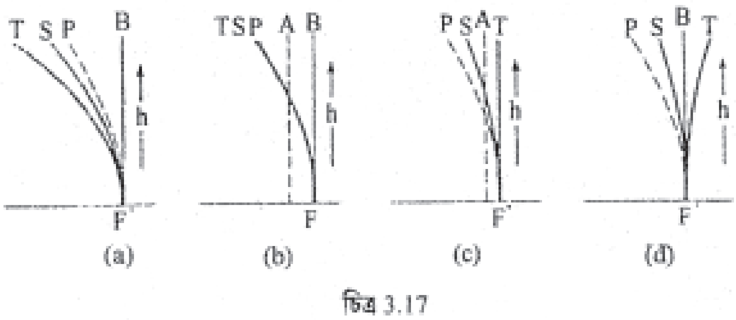
চিত্র 3.16 (a) লক্ষ্যবস্তু একটি দণ্ডযুক্ত চাকা যার কেন্দ্র অক্ষরেখার ওপরে আছে (b) এবং (c) তে যথাক্রমে T-তল ও S-তলে প্রতিবিম্বকে দেখানো হয়েছে।

চিত্র 3.16 এই উভয় ক্ষেত্রে কি হ'বে তা' দেখানো হয়েছে।

আলোকতন্ত্রে অবিন্দুকত্ব আলোচনা করার সময় T ও S তলের কথা বলা হয়েছে। এই সঙ্গে আরও একটি তল প্রাসঙ্গিক যাকে পেৎসভাল তল (Petzval surface) নামে অভিহিত করা হয়। হাঙ্গেরীয় গণিতজ্ঞ জোসেফ ম্যাক্স পেৎসভাল (1807-1891) আলোকতন্ত্রে বক্রতার ওপর অনুসন্ধান করতে গিয়ে এই তলের কল্পনা করেন। T ও S তল দুটিই সাধারণভাবে বক্র হয়। যখন এই দু'টি তল মিলে যায় তখন অবিন্দুকত্ব থাকবে না কিন্তু বক্রতা থাকবে এবং এই তলটিই হ'ল পেৎসভাল তল। আমরা এই তলকে P তল বলে উল্লেখ করব।

অবিন্দুকত্ব কমাবার সম্ভাব্য উপায় :

একটি পাতলা লেন্স অথবা পাতলা উত্তল ও অবতল লেন্স যুগ্ম দিয়ে যে প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় তাতে অবিন্দুকত্ব অনেকটা থাকে। কিন্তু যদি এর সঙ্গে আরও একটি লেন্স বা রোধক ব্যবহার করা হয় তবে অবিন্দুকত্ব অনেকটাই কমানো সম্ভব। আলোকতন্ত্রে লেন্সগুলির ঠিকমত অবস্থান অথবা রোধকের ঠিকমত ব্যবহার করে T ও S তলের বক্রতার পরিবর্তন করা সম্ভব হয়।



চিত্র 3.17

3.5 বক্রতা (Curvature)

আলোকতন্ত্রে গোলীয় অপেরণ, কোমা ও অবিন্দুকত্ব না থাকলে অর্থাৎ প্রথম তিনটি জাইডেল যোগ (Seidel sum) শূন্য হ'লে অক্ষরেখার বাইরে বিভিন্ন বিন্দুর প্রতিবিম্বও বিন্দু হবে এবং এই বিন্দুগুলি পেৎসভাল তলের ওপর থাকবে। অবিন্দুকত্ব না থাকলেও প্রতিবিম্বের বক্রতা থাকবে। এই অপেরণের জন্য উপাক্ষীয় ফোকাসের মধ্য দিয়ে অক্ষরেখার ওপর লম্বভাবে পর্দা রাখলে দেখা যাবে যে প্রতিবিম্বের কেন্দ্রীয় অংশ সুস্পষ্ট হলেও বাইরের অংশে অস্পষ্ট দেখা যাচ্ছে। ক্যামেরার ক্ষেত্রে উন্নত আলোকচিত্রের জন্য প্রতিবিম্বের বক্রতা কমানো বিশেষ জরুরি। একটি সহজ উপায় হ'ল লেন্সের সামনে উপযুক্ত একটি রোধক বসানো। এ ক্ষেত্রে অবিন্দুকত্ব থাকলেও রোধকের জন্য লক্ষ্যবস্তুর বিভিন্ন বিন্দু থেকে আসা মূলরশ্মি লেন্সের বিভিন্ন অংশ দিয়ে যাওয়ার জন্য বক্রতা কম হয়।

অভিসারী লেন্সের ক্ষেত্রে পেৎসভাল তল লক্ষ্যবস্তুর দিকে থাকে এবং অপসারী লেন্সের জন্য পেৎসভাল তল লক্ষ্যবস্তুর বিপরীত দিকে থাকে। অভিসারী ও অপসারী লেন্সের সুবিধামত যুগ্ম ব্যবহার করে প্রতিবিম্বের বক্রতা দূর করা যেতে পারে।

অক্ষরেখা থেকে y উচ্চতায় পেৎসভাল তলে কোন প্রতিবিম্ব বিন্দু ও উপাক্ষীয় তলের ওপর প্রতিবিম্ব বিন্দুর দূরত্ব গণনা করলে হবে,

$$\Delta x = \frac{y^2}{2}\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{n_i f_i} \qquad ......(3.34)$$

n_i, f_i হ'ল i তম লেন্সের জন্য যথাক্রমে প্রতিসরাঙ্ক ও ফোকাস দৈর্ঘ্য। এখানে m সংখ্যক পাতলা লেন্সের সমন্বয়ে আলোকতন্ত্রটি গঠিত ধরা হয়েছে। 3.34 থেকে দেখা যাচ্ছে যে পেৎসভাল তল বিভিন্ন লেন্সের বক্রতা ও অবস্থানের ওপর নির্ভর করে না।

$m = 2$ ধরে, $\Delta x = 0$ হওয়ার শর্ত হ'ল

$$\frac{1}{n_1 f_1}+\frac{1}{n_2 f_2}=0 \qquad ....(3.35)$$

অথবা, $n_1 f_1 + n_2 f_2 = 0$ .....(3.36)

3.36 কে বলা হয় পেৎসভাল শর্ত। একটি সহজ উদাহরণ নেওয়া যাক। মনে করি দু'টি পাতলা লেন্স একটি অভিসারী ও অপরটি অপসারী নেওয়া হ'ল। এদের ফোকাস দৈর্ঘ্য এমন যে $f_1 = -f_2$ এবং $n_1 = n_2$

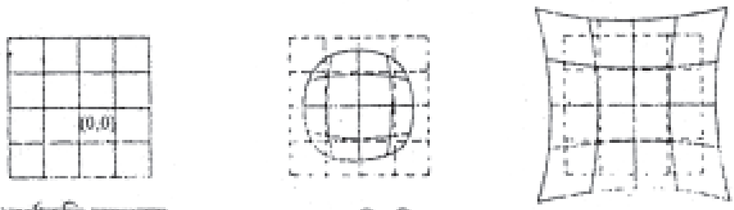
লেন্স দু'টি যদি পরস্পর থেকে d দূরত্বে থাকে, তা' হলে পেৎসভাল শর্ত পূরণ করে তুল্যমান ফোকাস দৈর্ঘ্য f হবে; $f = f_1^2 / d$

কারণ আমরা জানি, $\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{d}{f_1 f_2}$

f ধনাত্মক সুতরাং এ ভাবে একটি অভিসারী আলোকতন্ত্র গঠন করা যায় যেখানে প্রতিবিম্ব তলে বক্রতা থাকবে না। দেখার জন্য যে আলোকযন্ত্র ব্যবহার করা হয় সেই যন্ত্রে প্রতিবিম্বের বক্রতা বিশেষ অসুবিধা সৃষ্টি করে না কিন্তু ফটো লেন্সের ক্ষেত্রে বক্রতা কমানো জরুরি কারণ তা' না হলে ফিল্মের সমতলে প্রতিবিম্বের বক্রতার জন্য আলোকচিত্র অস্পষ্ট হবে। বক্রতা কমানোর উদ্দেশ্যে ফটো ও প্রক্ষেপক যন্ত্রের অভিলক্ষ্যের ফোকাসতলের আগে ক্ষেত্র সমতলক (Field flattener) লেন্স ব্যবহার করা হয়।

3.6 বিকৃতি (Distortion)

এ পর্যন্ত আপনি চারটি জাইডেল অপেরণ বিষয়ে জেনেছেন। এগুলি হ'ল অপেরণ, কোমা, অবিন্দুকত্ব এবং বক্রতা। কোন আলোকতন্ত্রে যদি এ-সব অপেরণ না থাকে তবে যে প্রতিবিম্ব গঠিত হবে তা' সুস্পষ্ট হবে এবং বক্রতা দোষ থাকবে না। কিন্তু এই শর্ত পূরণ হলেও প্রতিবিম্ব কিন্তু পুরোপুরি দোষমুক্ত হবে না। কোন আদর্শ-আলোকতন্ত্রে এ ছাড়াও লক্ষ্যবস্তু ও প্রতিবিম্বের মধ্যে পুরোপুরি জ্যামিতিকভাবে সাদৃশ্য থাকা দরকার অর্থাৎ লক্ষ্যবস্তুর প্রতিটি বিন্দুর জন্য প্রতিবিম্বের অনুরূপ বিন্দুর জ্যামিতিক সম্বন্ধ ঠিকমত বজায় থাকতে হবে। এ শর্ত পূরণ না হ'লে প্রতিবিম্বে যে ত্রুটি দেখা যায় তাকে বলা হয় বিকৃতি (Distortion)। এ সম্পর্কে অনুসন্ধান



(a)বর্গাকৃতি লক্ষ্যবস্তু (b) বিকৃতি (c) পিনকুশন বিকৃতি

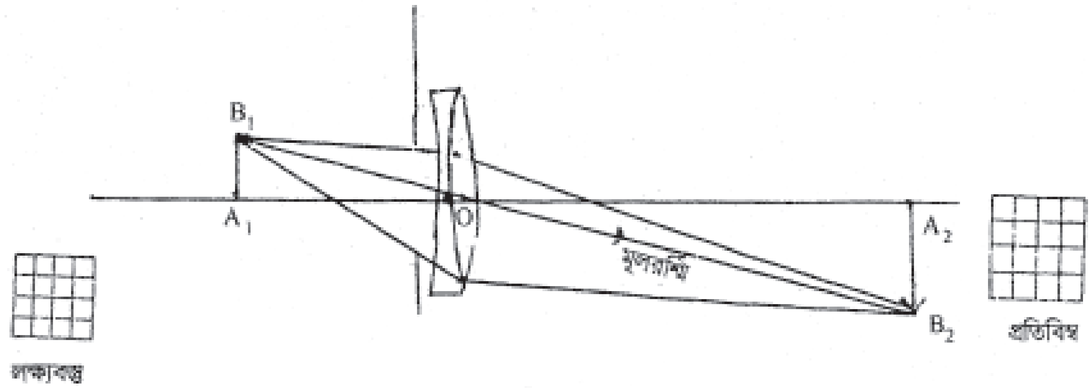
চিত্র 3.18

করতে গিয়ে দেখা গেছে যে কোন আলোকতন্ত্রে অক্ষরেখা থেকে বিভিন্ন দূরত্বে থাকা লক্ষ্যবস্তুর বিবর্ধন সমান না হ'লে এই ত্রুটির সৃষ্টি হয়। যদি অক্ষরেখা থেকে দূরত্বের সঙ্গে বিবর্ধন বেড়ে যায় তা'হলে বর্গাকৃতি লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্ব পিন কুশন বা ডমরুর আকারের চেহারা নেবে কারণ বর্গক্ষেত্রের চার কোণের দূরত্ব প্রতিবিম্বে তুলনামূলকভাবে বেশি হবে। এ-ধরণের বিকৃতিকে বলা হয় **পিন কুশন** অথবা **ডমরু বিকৃতি** (Pin cushion distortion) এবং এর প্রকৃতিকে বলা হবে **ধনাত্মক**। আবার বিবর্ধন যদি অক্ষরেখা থেকে দূরত্বের সঙ্গে কমে যায় তা'হলে বর্গের বাহুর তুলনায় দু'টি কর্ণের দৈর্ঘ্য কম বাড়বে — প্রতিবিম্বের এই বিকৃতিকে বলা হয় **পিপা আকারের বিকৃতি** (Barrel shaped distortion) এবং এর প্রকৃতিকে **ঋণাত্মক** বলা হবে।

চিত্র 3.18 এ দু'ক্ষেত্রেই,আদর্শ-প্রতিবিম্বকে বিন্দু রেখা দিয়ে আঁকা বর্গক্ষেত্র হিসাবে দেখানো হয়েছে।

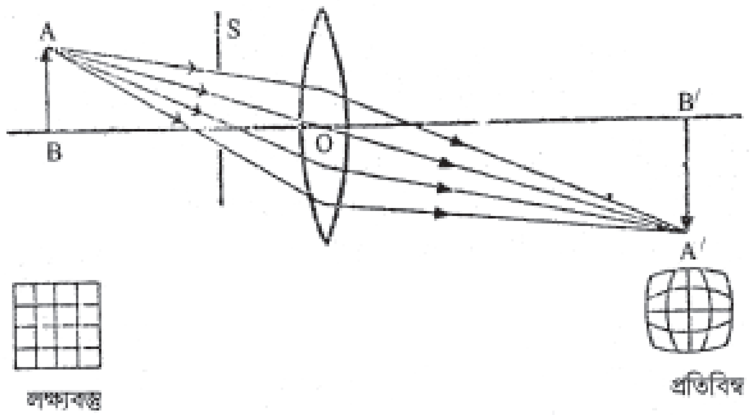
প্রতিবিম্ব অবিকৃত অবস্থায় পেতে গেলে আলোকযন্ত্রে এমন ব্যবস্থা করতে হবে যে অনুপ্রস্থ বিবর্ধন (Transverse magnification) প্রতিবিম্ব তলের সর্বত্র একই থাকবে।

একটি পাতলা লেন্সে অবিকৃত প্রতিবিম্ব গঠনে এই শর্ত প্রযোজ্য। পাতলা লেন্সের প্রতিবিম্বে বিকৃতি প্রায় থাকেই না। কিন্তু একই সঙ্গে অন্যান্য সব অপেরণ থেকে প্রতিবিম্ব মুক্ত হবে না। পাতলা লেন্সের সামনে বা

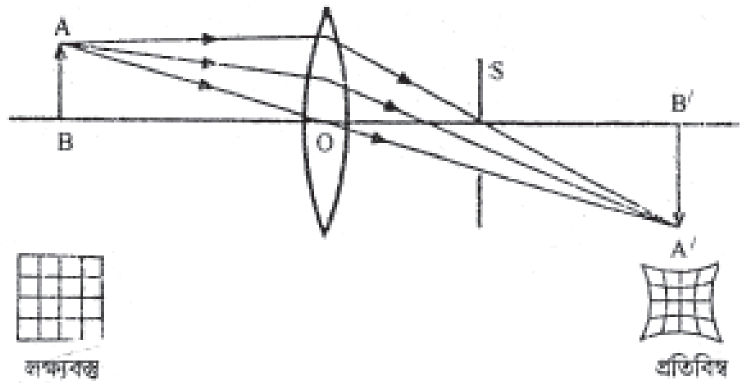


চিত্র 3.19

পিছনে রোধক রাখলে কিন্তু বিকৃতির সৃষ্টি হবে যদিও লেন্সের গায়ে রোধক রাখলে বিকৃতি হবে না। পাতলা লেন্সে রোধকের অবস্থানের সঙ্গে প্রতিবিম্বে বিকৃতি কিভাবে সৃষ্টি হয় তা' দেখা যাক। একটি অভিসারী পাতলা লেন্স নেওয়া হ'ল। আমরা ধরে নিচ্ছি যে প্রথম চারটি জাইডেল অপেরণ এখানে অনুপস্থিত। A_1B_1 একটি পরিমিত লক্ষ্যবস্তু যা' আলোচনার সুবিধার জন্য বর্গাকৃতি ধরা হয়েছে। প্রথমে ধরা যাক যে রোধক লেন্সের সঙ্গে সংলগ্ন। (চিত্র 3.19) এক্ষেত্রে A_1 থেকে উপাক্ষীয় রশ্মি লেন্সের কেন্দ্রীয় অঞ্চল দিয়ে গিয়ে A_2 প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করেছে এবং অক্ষরেখার বাইরে B_1 বিন্দুর প্রতিবিম্বও একইভাবে মূলরশ্মি B_1O এর ওপর B_2 বিন্দুতে প্রতিবিম্ব গঠন করেছে। এক্ষেত্রে উপাক্ষীয় রশ্মির প্রতিবিম্বে বিকৃতি প্রায় হবেই না। কিন্তু 3.20 চিত্রে রোধকটি লেনসের সামনে বসানো হয়েছে। এক্ষেত্রে A_1 থেকে উপাক্ষীয় রশ্মি লেন্সের কেন্দ্রীয় অঞ্চল দিয়ে গিয়ে A_2 প্রতিবিম্ব গঠন করছে। কিন্তু অক্ষরেখার বাইরে B_1 বিন্দু থেকে আলোকরশ্মি লেন্সের নিচের অংশ দিয়েই যেতে পারে। এর ফলে B_1 এর প্রতিবিম্ব মূল রশ্মি অনুযায়ী B_2' না হয়ে A_2 এর নিকটতর B_2 বিন্দুতে হবে। লক্ষ্যবস্তুর প্রান্তিক অঞ্চলের বিবর্ধন সেইজন্য উপাক্ষীয় রশ্মির প্রতিবিম্বের তুলনায় কম হবে এবং বর্গাকৃতি লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্বে ঢোলক বিকৃতি দেখা যাবে।

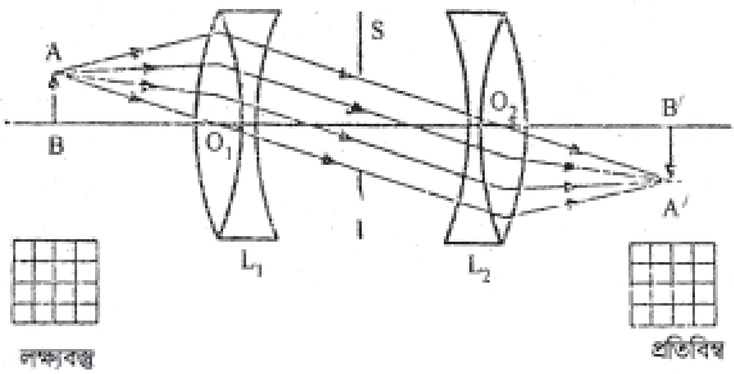


চিত্র 3.20



চিত্র 3.21

চিত্র 3.22 এ রোধক রাখা হয়েছে প্রতিবিম্বের দিকে অর্থাৎ লক্ষ্যবস্তু থেকে দূরে লেন্সের পরে। এক্ষেত্রে লক্ষ্যবস্তুর প্রান্তিক বিন্দু B_1 থেকে আলোকরশ্মি লেন্সের উপরের অংশ দিয়ে কেবলমাত্র যেতে পারবে। এর ফলে



চিত্র 3.22

B_1 এর প্রতিবিম্ব B_2 মূল রশ্মি ধরে যে প্রতিবিম্ব B_2' হত তার তুলনায় A_2 থেকে আরও দূরে অবস্থিত হবে। এক্ষেত্রে লক্ষ্যবস্তুর প্রান্তিক অঞ্চলের প্রতিবিম্বের বিবর্ধন উপাক্ষীয় প্রতিবিম্বের তুলনায় বেশি হবে এবং বর্গাকৃতি লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্বে আমরা পিন কুশন বিকৃতি দেখতে পাব।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে আমরা বুঝতে পারি যে যদি দু'টি অনুরূপ লেন্সের ঠিক মাঝখানে রোধক রাখা যায় তা'হলে এই ব্যবস্থায় প্রতিবিম্বের বিকৃতি দূর করা সম্ভব হবে যদি বিবর্ধনের মান একক হয়। চিত্র 3.22 তে এই ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। কারণ প্রথম লেন্সের পরে রোধক থাকায় এই অংশে পিনকুশন বিবর্ধন হবে এবং দ্বিতীয় লেন্সের আগে রোধক থাকায় ঢোলক বিকৃতি সৃষ্টি হবে যা' প্রথম লেন্সের বিকৃতিকে অনেকটাই দূর করবে এই দুই অংশের প্রতিসাম্যের জন্য।

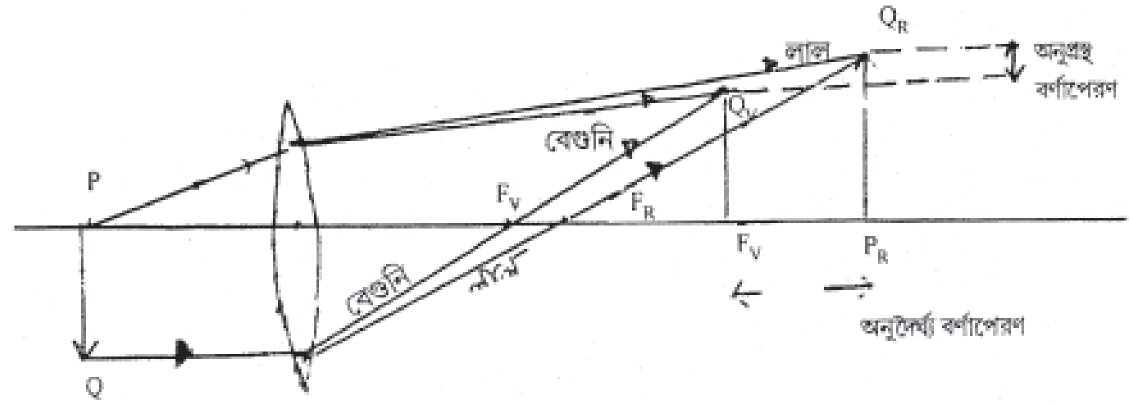
উচ্চমানের ক্যামেরার লেন্সের নকশায় বিকৃতি ও অবিন্দুকত্ব দূর করার জন্য এই ব্যবস্থার সাহায্য নেওয়া হয়।

3.7 বর্ণাপেরণ (Chromatic aberration)

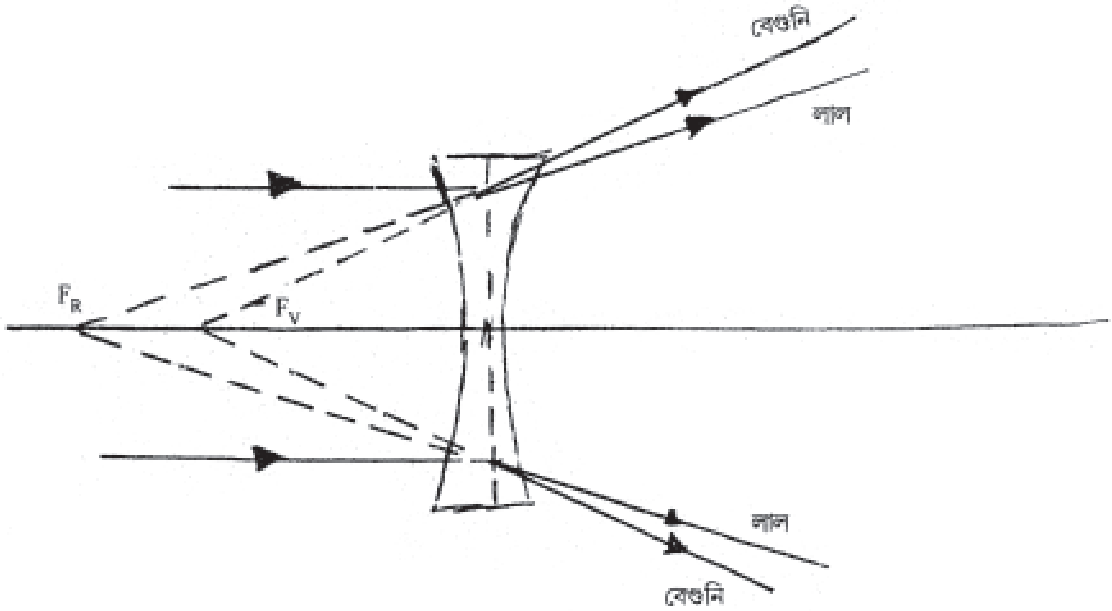
আপনি আগেই জেনেছেন যে এক বর্ণ আলোর ক্ষেত্রে প্রতিসম আলোকীয় তন্ত্র যখন গাউসীয় সীমার মধ্যে কাজ করে তখন আদর্শ প্রতিবিম্ব তৈরি করে। কিন্তু গাউসীয় সীমার বাইরে প্রতিবিম্বে পাঁচ রকম ত্রুটি বা অপেরণ দেখা যায়। আমরা এ-বিষয়ে এতক্ষণ আলোচনা করেছি। বহুবর্ণ আলো, যেমন সাদা আলো ব্যবহার করলে গাউসীয় সীমার মধ্যেও লেন্সের প্রতিবিম্বে একধরনের ত্রুটির সৃষ্টি হয়। এর কারণ হ'ল আলোকতন্ত্রে প্রতিসারক মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে। এর ফলে আলোকতন্ত্রের মধ্যে দিয়ে বিভিন্ন বর্ণের আলোর গতিপথ পুরোপুরি এক থাকবে না। ফোকাস দৈর্ঘ্য বর্ণ নির্ভর হওয়ায় প্রতিবিম্বের অবস্থান ও বিবর্ধনও বর্ণের ওপর নির্ভর করবে। সাদা আলো থেকে যে প্রতিবিম্ব তৈরি হবে তা' সাদা না হয়ে রঙিন দেখা যাবে। একটি পাতলা লেন্সে বিষয়টি অনুধাবন করা যাক। বায়ুতে অবস্থিত একটি পাতলা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য f হ'ল

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \qquad \text{.... (3.37)}$$

n হ'ল লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক। r_1, r_2 লেন্সের দুই গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ। লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক বেগুনি রং-এর জন্য যদি n_v হয় এবং লাল রং-এর জন্য যদি n_r হয় তা'হলে $n_V > n_r$ হওয়ায় ফোকাস দৈর্ঘ্য লাল থেকে বেগুনি রং পরিবর্তনের সঙ্গে কমে যায়। পাতলা উত্তল লেন্স দিয়ে কোন সাদা লক্ষ্যবস্তুর প্রতিবিম্ব তৈরি হ'লে দেখা যাবে কয়েকটি রঙিন প্রতিবিম্ব বর্ণ অনুযায়ী কাছাকাছি গঠিত হয়েছে। যাদের মাপের অল্প পার্থক্যও আছে। বেগুনি রং-এর প্রতিবিম্ব লেন্সের সবচেয়ে কাছে ও লাল আলোর প্রতিবিম্ব সবচেয়ে দূরে থাকবে। সাদা রং-এর বর্ণালিতে হলুদ-সবুজ রং হ'ল সবচেয়ে উজ্জ্বল। যদি এই আলোর প্রতিবিম্ব পর্দায় স্পষ্ট করা হয় তা'হলে অন্যান্য রং-এর প্রতিবিম্ব ঠিকমত ফোকাস থাকবে না। ফলে কিছুটা অস্পষ্ট সাদা প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে। পর্দাকে যদি লেন্সের দিকে সরানো যায় তা' হলে প্রতিবিম্বের প্রান্তরেখা (Edge) লাল রং-এ রঞ্জিত হবে। আবার অপরদিকে সরালে প্রতিবিম্বের প্রান্ত নীল রং-এ রঞ্জিত হবে। বহুবর্ণ আলো ব্যবহার করলে লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক আলোর রং-এর ওপর নির্ভরশীল হওয়ায় প্রতিবিম্বে এই যে ত্রুটি দেখা যায় তাকে **বর্ণাপেরণ** (Chromatic aberration) নামে অভিহিত করা হয়।



চিত্র 3.23



চিত্র 3.24

PQ একটি ছোট লক্ষ্যবস্তু অক্ষরেখার ওপর লম্বভাবে আছে। PQ এর বেগুনি রং-এর প্রতিবিম্ব $P_V Q_V$, লাল রং-এর প্রতিবিম্ব $P_R Q_R$ এর তুলনায় নিকটতর হবে। অক্ষের ওপর উভয় প্রতিবিম্বের দূরত্বের অন্তর হ'ল **অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ** এবং তাদের উচ্চতার অন্তর হ'ল **অনুপ্রস্থ বর্ণাপেরণ**। অভিসারী লেন্সের ক্ষেত্রে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ **ধনাত্মক** কিন্তু অপসারী লেন্সের ক্ষেত্রে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ **ঋণাত্মক**।

পরবর্তী আলোচনার সুবিধার জন্য কিছু তথ্য আমরা এখানে সন্নিবেশিত করেছি। আলোকবিজ্ঞানে বিভিন্ন রং-এর আলোকে চিহ্নিত করা হয় ফ্রাউনহোফার রেখার (Frounhofer line) নাম দিয়ে। বিভিন্ন কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক ফ্রাউনহোফার রেখা অনুযায়ী লিপিবদ্ধ করা আছে। আমরা আপনার জ্ঞাতার্থে দু'টি সংক্ষিপ্ত সারণি দিলাম।

সারণি 2 : ফ্রাউনহোফার রেখা সম্পর্কীয় তথ্য

ফ্রাউনহোফার রেখা	রং	তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $1\ \text{Å} = 10^{-8}$ cm
C	লাল	6563 Å
D	হলুদ	5893 Å
F	নীল	4862 Å
G	বেগুনি	4308 Å

সারণি 3 : কিছু ক্রাউন (Crown) ও ফ্লিন্ট (Flint) কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক ফ্রাউনহোফার রেখা অনুযায়ী

কাঁচ	n_C	n_D	n_F	n_G	$\omega = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$
বোরোসিলিকেট ক্রাউন (B SC-2)	1.51462	1.51700	1.52264	1.52708	0.0155125
ক্রাউন (চশমার জন্য) (SPC-1)	1.52042	1.52300	1.52933	1.53435	0.0170363
পাতলা ফ্লিন্ট (L F)	1.57208	1.57600	1.58606	1.59441	0.0242708
ঘন ফ্লিন্ট (DF-2)	1.61216	1.61700	1.62901	1.63923	0.0273095

3.7.1 একটি পাতলা লেন্সে বর্ণাপেরণ

বর্ণাপেরণ পরিমাপ করার সময় সাধারণত দু'টি নির্দিষ্ট প্রান্তীয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হিসাবে ফ্রাউন হোফার রেখা C ও F এবং মধ্যবর্তী তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হিসাবে D রেখা নেওয়া হয়। একটি পাতলা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য f হ'ল

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad \text{....(3.38)}$$

বরং লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব u ও প্রতিবিম্বের দূরত্ব v হ'লে

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \qquad \text{...... (3.39)}$$

তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন $\delta\lambda$ এর সঙ্গে প্রতিসরাঙ্ক n এর পরিবর্তন δn হ'লে অন্তরকলনের সাহায্যে (3.38)

থেকে পাই $$\delta\left(\frac{1}{f}\right) = -\frac{\delta f}{f^2} = \delta n\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad \text{......(3.39)}$$

কিন্তু $$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{1}{f(n-1)}$$

$$\therefore \delta f = -f^2 \frac{\delta n}{f(n-1)} = -f \frac{\delta n}{n-1} \qquad \text{.....(3.40)}$$

C ও F রেখাকে প্রান্তীয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং D রেখাকে মধ্যবর্তী তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ধরে,

$$\delta f = f_C - f_F = -f_D \frac{(n_C - n_F)}{n_D - 1} = f_D \cdot \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \omega . f_D$$

এবং 3.39 থেকে, $\delta\left(\frac{1}{f}\right)=\frac{\omega}{f_D}$

এখানে ω হ'ল C ও F রেখার সাপেক্ষে প্রতিসারকের বিচ্ছুরণ। যেহেতু $n_F > n_C$, $\omega=\frac{n_F-n_C}{n_D-1}>0$

f_C-f_F হ'ল **সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে** অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ।

অভিসারী লেন্সের ক্ষেত্রে $f > 0$ সুতরাং $f_C > f_F$ এবং অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ ধনাত্মক।

একইভাবে uকে ধ্রুবক ধরে,

$$\delta\left(\frac{1}{v}\right)=\delta\left(\frac{1}{f}\right)$$

$$\therefore -\frac{\delta v}{v^2}=-\frac{\delta f}{f^2}$$

$$\delta v = v^2\frac{\delta f}{f^2}=\frac{v^2}{f^2}(-f)\frac{\delta n}{n-1}=-\frac{v^2}{f}.\frac{\delta n}{n-1}$$

C ও F রেখার সাপেক্ষে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ হ'ল—

$$v_C - v_F = -\frac{{v_D}^2}{f_D}\left(\frac{n_C-n_F}{n_D-1}\right)=\frac{{v_D}^2}{f_D}\frac{n_F-n_C}{n_D-1} \quad =\omega\frac{{v_D}^2}{f_D} \qquad .....(3.41)$$

কোন মাধ্যমের ক্ষেত্রেই ω এর মান শূন্য হয় না সুতরাং একক পাতলা লেন্সের প্রতিবিম্বে বর্ণাপেরণ থাকবেই।

3.7.2 অবর্ণক লেন্স ও লেন্স সমবায়

একক পাতলা লেন্সে বর্ণাপেরণ দূর করা যে সম্ভব নয়, তা আমরা আগেই দেখেছি। এখন লেন্স সমবায়ে বর্ণাপেরণের উৎপত্তি এবং তা' দূর করা সম্ভব কিনা দেখা যাক।

(ক) সংলগ্ন লেনস সমবায়ে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ

দুটি পাতলা লেন্স নেওয়া হ'ল যাদের ফোকাস দৈর্ঘ্য f' ও f"। এদের সংলগ্ন সমবায়ের ফোকাস দৈর্ঘ্য F, তাহলে

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{f''} \qquad ....(3.42)$$

তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সঙ্গে ফোকাস দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয়, সুতরাং দুটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মধ্যে 1/F এর পরিবর্তন $\delta\left(\frac{1}{F}\right)$ হ'লে 3.42 কে অন্তরকলনের সাহায্যে আমরা পাই

$$\delta\left(\frac{1}{F}\right)=\delta\left(\frac{1}{f'}\right)+\delta\left(\frac{1}{f''}\right)$$

$$-\frac{\delta F}{F^2}=-\frac{\omega'}{f'}-\frac{\omega''}{f''}$$

$$\therefore \delta F = F^2\left(\frac{\omega'}{f'}+\frac{\omega''}{f''}\right)$$

সংলগ্ন সমবায়ে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ হ'ল δF। অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ না থাকার প্রয়োজনীয় শর্ত হ'ল $\delta F=0$

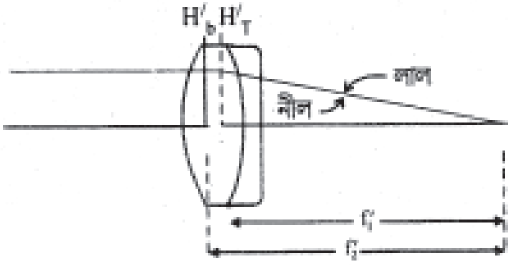
অর্থাৎ $\dfrac{\omega'}{f'}+\dfrac{\omega''}{f''}=0$ .....(3.43)

অথবা $f'/f''=-\omega'/\omega''$ ....(3.44)

এখানে $\omega'=\dfrac{n'_F-n'_C}{n'_D-1}$, প্রথম লেন্সের প্রতিসারকের C ও F এর মধ্যে বিচ্ছুরণ।

$\omega''=\dfrac{n''_F-n''_C}{n''_D-1}$, দ্বিতীয় লেনসের প্রতিসারকের C ও F এর মধ্যে বিচ্ছুরণ।

যেহেতু ω' এবং ω" সব মাধ্যমের ক্ষেত্রেই ধনাত্মক সুতরাং (3.44) অনুযায়ী f', f" এর মধ্যে একটি ধনাত্মক



চিত্র 3.25

হ'লে অপরটিকে ঋণাত্মক হতে হবে। অর্থাৎ একটি লেন্স অভিসারী হলে অপরটি অপসারী হতে হবে এবং এভাবে দু'টি সংলগ্ন পাতলা লেন্সের সমবায়ের সাহায্যে প্রতিবিম্বে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ দূর করা সম্ভব। এ ধরনের দুটি পাতলা লেন্সের সমবায়কে **অবার্ণ যুগ্ম** (Achromatic doublet) বলা হয়। (চিত্র 3.25)

অবার্ণ যুগ্মে দুটি লেন্সের কাচ পৃথক হওয়া দরকার। ω' ও ω" এর মধ্যে পার্থক্য বেশি হ'লে f' ও f" এর মধ্যেও পার্থক্য বেশি হবে এবং যুগ্ম লেন্সটি পাতলা হলেও অধিকতর অভিসারী বা অপসারী লেন্স হিসাবে কাজ করবে। একটি লেন্সের কাচ ক্রাউন হ'লে অপরটি ফ্লিন্ট কাচের হবে। কিন্তু যদি ω' = ω" হয় তা'হলে $\dfrac{1}{F}=0$ হবে অর্থাৎ লেন্সযুগ্ম এক্ষেত্রে একটি কাচের ফলকের মত কাজ করবে যার অভিসারী বা অপসারী ক্ষমতা নেই।

একটি অবার্ণ লেন্স যুগ্ম গঠন করতে গেলে আমাদের শেষ পর্যন্ত দুটি লেন্সের উভয় তলের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে। কয়েকটি ধাপে এই গণনা করা হয়ে থাকে তা' এখানে লিপিবদ্ধ করা হ'ল।

1) প্রথমে দরকার সংলগ্ন সমবায়ের ফোকাস দৈর্ঘ্য F অথবা ক্ষমতা $P=\frac{1}{F}$ এর মান। সংলগ্ন লেন্স দুটির ফোকাস দৈর্ঘ্য f', f" এবং ক্ষমতা p', p" হ'লে

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{f''} \quad .....(i)$$

এবং $P = p' + p''$ ....(ii)

2) আমরা জানি

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{f'} &= (n'_D - 1)k', \\ \frac{1}{f''} &= (n''_D - 1)k''\end{aligned}\right\} \quad ....(iii)$$

$$\left.\begin{aligned}\text{এখানে, } K' &= \frac{1}{r'_1}-\frac{1}{r'_2}, \\ K'' &= \frac{1}{r''_1}-\frac{1}{r''_2}\end{aligned}\right\} \quad ....(iv)$$

3) কি ধরণের ক্রাউন ও ফ্লিন্ট কাচ ব্যবহার করা হবে সে বিষয়ে তথ্য। এই তথ্যের সাহায্যে এই দু'রকম কাচের বিচ্ছুরণ ক্ষমতা ω', ω" গণনা করতে হবে :

$$\left.\begin{aligned}\omega' &= \frac{n'_F - n'_C}{n'_D - 1}, \\ \omega'' &= \frac{n''_F - n''_C}{n''_D - 1}\end{aligned}\right\} \quad ....(v)$$

4) অবার্ণ লেনস যুগ্মের শর্ত হ'ল

$$\frac{\omega'}{f'}+\frac{\omega''}{f''}=0 \quad ..... (vi)$$

বা, $\omega'p' + \omega''p'' = 0$ ..... (vii)

5) (ii) ও (vii) থেকে পাওয়া যায়,

$$\left.\begin{aligned}p' &= \frac{P\omega''}{\omega''-\omega'}, \\ p'' &= -\frac{P\omega'}{\omega''-\omega'}\end{aligned}\right\} \quad ....(viii)$$

(viii) থেকে p' ও p" নির্ণয় করা যাবে।

6) যেহেতু $p' = (n'_D - 1)k'$
এবং $p'' = (n''_D - 1)\,k''$ ....(ix)

(ix) এর সাহায্যে k', k" গণনা করা যায়।

7) k', k" গণনা করার পর (iv) এর সাহায্যে প্রথম ও দ্বিতীয় লেন্সের একটি ক'রে তলের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা যাবে যদি সংলগ্ন দুটি তলের ব্যাসার্ধের সুবিধামত মান ধরে নেওয়া হয়।

একটি উদাহরণের সাহায্যে অবার্ণ যুগ্মের গণনার পদ্ধতিটি আপনি সহজে বুঝতে পারবেন।

উদাহরণ 1

একটি অবার্ণ লেন্স যুগ্ম গঠন করতে হবে যার ফোকাস দৈর্ঘ্য 10 cm

উত্তর : ফোকাস দৈর্ঘ্য 10 cm মানে হল ক্ষমতা 10D। প্রথমে C ও F রেখার সাপেক্ষে লেন্স যুগ্ম গঠনের গণনা করব। মধ্যবর্তী তরঙ্গ দৈর্ঘ্য D রেখা ধরা হয়েছে। তা'হলে D রেখার জন্য P_D=10D

ধরা যাক বোরোসিলিকেট ক্রাউন (BSC-2) ও পাতলা ফ্লিন্ট (LF) কাচ ব্যবহার করে লেন্স যুগ্ম গঠন করা হবে। অভিসারী লেন্স ক্রাউন ও অপসারী লেন্স ফ্লিন্ট কাচের করতে হবে যার ফলে প্রদত্ত অবর্ণক যুগ্ম অভিসারী হয়।

এখন P_D=10D, $\omega' = 0.0155175$, $\omega'' = 0.0242708$

$$\therefore p'_D = \frac{P_D\omega''}{\omega'' - \omega'} = \frac{10 \times 0.0242708}{0.0242708 - 0.0155125}$$
$$= 27.7118D$$

$$p''_D = -\frac{P_D\omega'}{\omega'' - \omega'} = \frac{-10 \times 0.0155175}{0.0242708 - 0.0155125}$$
$$= -17.7118D$$

আপনি লক্ষ্য করবেন যে দু'টি লেন্সের ক্ষমতা যোগ করলে 10D হয় যা' থেকে গণনা সঠিক হয়েছে বোঝা যায়। দু'টি লেন্সের ক্ষমতা থেকে ফোকাস দৈর্ঘ্য সহজেই নির্ণয় করা যায়। এখন প্রশ্ন হচ্ছে প্রত্যেক লেন্সের উভয় তলের বক্রতা কি হ'বে কারণ একই বর্ধনাংকের জন্য বিভিন্ন r_1, r_2 এর মান নেওয়া যেতে পারে কারণ $\frac{1}{r_1} = k + \frac{1}{r_2}$

লেন্স প্রস্তুতকারক কিছু সুবিধার জন্য সাধারণত প্রথম ও দ্বিতীয় লেন্সের সংলগ্ন দুটি তলের বক্রতা সমমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নের রাখেন যার ফলে দু'টি লেন্সকে কানাডা বালসাম (Canada Balsam) বা অন্য কোন স্বচ্ছ প্লাস্টিকের আঠা দিয়ে একসঙ্গে লাগানো যায়। এই ব্যবস্থায় দু'টি লেন্সের মধ্যে ফাঁক না থাকায় আলোকরশ্মির তীব্রতা দুই লেন্সের বায়ু প্রতিফলনের জন্য কমে যাবে না এবং লেন্সের বিভিন্ন তলের ঘষা মাজার ব্যয়ও কম হবে। অনেক সময়েই অভিসারী লেন্সকে সমোত্তল (bi-convex) নেওয়া হয়। তা'হলে $r'_1 = -r'_2$ এবং

$$k' = \frac{1}{r_1'} - \frac{1}{r_2'} = \frac{2}{r_1'} = \frac{p_D'}{n_D' - 1}$$

$$k' = \frac{27.7118}{.51700} = 53.6011$$

$$r_1' = \frac{2}{53.6011} = 0.03731\text{m} = 3.731 \text{ cm}$$

দ্বিতীয় লেন্সের প্রথম তলের বক্রতা প্রথম লেন্সের বক্রতার সমমান হবে সুতরাং ঐ লেন্সের দ্বিতীয় তলের বক্রতা এমন করতে হবে যে ক্ষমতা -17.711D হয়।

এখানে $r_1'' = -r_1'$ এবং

$$k'' = \frac{1}{r_1''} - \frac{1}{r_2''} = -\frac{1}{0.03731} - \frac{1}{r_2''} = \frac{p_D''}{n_D'' - 1}$$

$$= -\frac{17.7118}{0.57600} = -30.7496$$

$$\therefore \frac{1}{r_2''} = 30.7496 - \frac{1}{0.03731} = 30.7496 - 26.8024$$

$$= 3.9471$$

$$\therefore r_2'' = 0.2533 \text{ m} = 25.33 \text{ cm}$$

অবার্ণ লেন্স যুগ্মের ব্যাসার্ধ হবে,

$$r_1' = 3.731 \text{ cm}, \quad r_2' = -3.731 \text{ cm}$$

$$r_1'' = -3.731 \text{ cm}, \quad r_2'' = 25.33 \text{ cm}$$

C, F ও G রেখার তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে অবার্ণ লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে এখন দেখতে হবে বর্ণাপেরণ কতটা দূর হ'ল।

$$P_C = (n_C' - 1)k' + (n_C'' - 1)k''$$

$$= 0.51462 \times 53.6011 + .57208 \times (-30.7496)$$

$$= 9.9930\text{D}$$

$$f_C = 10.0070 \text{ cm}$$

$$P_F = 0.52264 \times 53.6011 + 0.58606 \times (-30.7496)$$

$$= 9.9930\text{D}$$

$$f_F = 10.0070 \text{ cm}$$

$$P_G = 0.52708 \times 53.6011 + 0.59441 \times (-30.7496)$$

$$= 9.9742\text{D}$$

$f_G = 10.0259$ cm

f_C, f_D এবং f_F এর মধ্যে পার্থক্য অকিঞ্চিৎকর কিন্তু f_G এর মান অন্য ফোকাস দৈর্ঘ্যের তুলনায় প্রায় .2 mm বেশি। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে C ও F এর মধ্যে বর্ণাপেরণ দূর করতে পারলেও তার বাইরে অন্য রং এর অস্তিত্ব প্রতিবিম্বে থেকে যাবে। এই ত্রুটিকে বলা হয় গৌণ বর্ণালি (Secondary spectrum)। মাধ্যমের যথোপযুক্ত নির্বাচনের দ্বারা এই ত্রুটিকে কমানো হয়।

3.7.3 ব্যবধানে অবস্থিত দু'টি পাতলা লেন্সে বর্ণাপেরণ দূর করার পদ্ধতি

বর্ণাপেরণ দূর করার আর একটি উপায় হ'ল একই কাচের তৈরি দু'টি পাতলা লেন্স ব্যবহার করা যাদের মধ্যে দূরত্ব তাদের ফোকাস দৈর্ঘ্যের গড় মান অর্থাৎ ফোকাস দৈর্ঘ্যের যোগফলের অর্ধেক। এই মন্তব্যের প্রমাণ এখানে দেওয়া হ'ল।

মনে করি দু'টি পাতলা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য f' ও f" এবং লেন্স দু'টি d ব্যবধানে রাখা হয়েছে। পূর্বের পাঠ অনুযায়ী এই সমবায়ের ফোকাস দৈর্ঘ্য F হবে

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} - \frac{d}{f' f''} \qquad .....(3.45)$$

এবং লেন্সের ক্ষমতার সূত্রে (3.45) হবে

$$P = p'+p''-d\,p'\,p''$$

$$= (n'-1)\,k'+(n''-1)\,k''-d\,(n'-1)k'\,(n''-1)k'' \qquad ....(3.46)$$

দু'টি লেন্স একই কাচের তৈরি হ'লে $n' = n'' = n$

তখন 3.46 কে লেখা যায়,

$$P = (n-1)\,(k'+k'') - d\,(n-1)^2 k'\,k''$$

আলোর রং এর ওপর P নির্ভর না করার শর্ত হ'ল

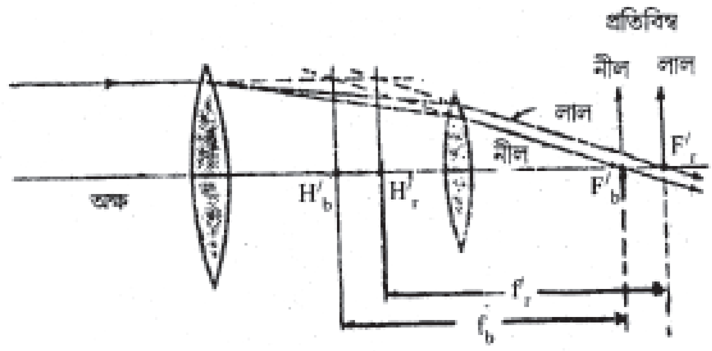
$$\frac{dp}{dn} = (k' + k'') - 2d(n-1)k'k'' = 0$$

বা, $$d = \frac{1}{2(n-1)}\left(\frac{1}{k'} + \frac{1}{k''}\right)$$

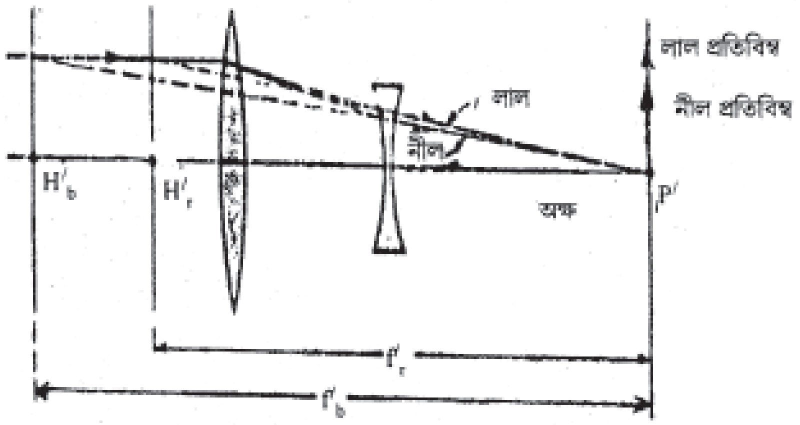
এখন $$\frac{1}{f'} = (n-1)k',\ \frac{1}{f''} = (n-1)k''$$

সুতরাং $$d = \frac{1}{2}(f' + f'') \qquad ....(3.47)$$

3.47 থেকে আমরা দেখলাম যে একই কাচের তৈরি দু'টি লেন্সকে যদি তাদের ফোকাস দৈর্ঘ্যের গড়ের সমান ব্যবধানে রাখা হয় তা'হলে এই লেন্স সমবায়ের ফোকাস দৈর্ঘ্য পাতলা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোয় মাপা হয় তার কাছাকাছি বেশি বা কম তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে একই হবে।



চিত্র 3.26 ব্যবধানে অবস্থিত লেন্সযুগ্মে অনুপ্রস্থ বর্ণাপেরণ মুক্ত করা হয়েছে



চিত্র 3.27 ব্যবধানে অবস্থিত লেন্সযুগ্ম। এখানে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ নেই

বিভিন্ন আলোকযন্ত্রে যেমন অভিনেত্রের (Ocular) ক্ষেত্রে এ-ধরণের ব্যবধানে অবস্থিত লেন্স যুগ্মের বহুল ব্যবহার আছে কারণ এ-ব্যবস্থায় ফোকাস দৈর্ঘ্য আলোর রং-এর সাপেক্ষে অপরিবর্তিত থাকায় চোখ দিয়ে দেখার সময় প্রতিবিম্ব অনুপ্রস্থ বর্ণাপেরণ মুক্ত বোধ হবে। কিন্তু এখানে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ দূর করা যায় না (চিত্র 3.26)।

চিত্র 3.27 এ ব্যবধানে অবস্থিত আর একটি লেন্সযুগ্ম ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে যেখানে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ নেই।

দুটি পৃথক মাধ্যমের সহযোগে অবর্ণক লেন্স যুগ্ম তৈরি করার সময় দুটি লেন্সের তলগুলির বক্রতা যদি এমনভাবে নেওয়া হয় যে একই সঙ্গে গোলীয় অপেরণও দূর করা যায় তা'হলে সেই লেন্সযুগ্মকে অতি-অবার্ণ (Apochromat) বলা হয়।

3.8 উপসংহার

এ পর্যন্ত আমরা প্রতিবিম্ব গঠনে সাতটি মূল অপেরণ নিয়ে আলোচনা করেছি যার মধ্যে একবর্ণ-আলোর ক্ষেত্রে পাঁচটি অপেরণ ও একাধিক বর্ণের মিশ্র আলোর জন্য দু'টি বর্ণাপেরণ আছে। এই আলোচনা থেকে আপনি

উপলব্ধি করেছেন যে কোন লেন্সে বা একাধিক লেন্সযুক্ত আলোকতন্ত্রে প্রতিবিম্বকে অধিকাংশ ক্ষেত্রেই কোন অপেরণ থেকে সম্পূর্ণভাবে মুক্ত করা সম্ভবপর নয়। সুতরাং বাস্তব প্রয়োগের ক্ষেত্রে কোনভাবেই প্রতিবিম্বকে একই সঙ্গে সমস্ত অপেরণ থেকে মুক্ত করা যাবে না। এ-অবস্থায় ভাল লেন্স দিয়ে আলোকতন্ত্র তৈরি করার সময়ে প্রয়োজন অনুসারে যে অপেরণগুলি কমানো বেশি জরুরি সেই দিকে নজর দিয়ে লেন্সের নকশা ঠিক করা হয়। দূরবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যে বর্ণাপেরণ, গোলীয় অপেরণ ও কোমা হ্রাস করা বিশেষ জরুরি। এ-ক্ষেত্রে প্রতিবিম্বে অবিন্দুকত্ব, বক্রতা ও বিকৃতি তত গুরুত্বপূর্ণ নয় কারণ পর্যবেক্ষণের জন্য অভিলক্ষ্যের ব্যবহার সীমিত অঞ্চলের মধ্যেই থাকে। অপরপক্ষে ক্যামেরার অভিলক্ষ্য ব্যবহার করার সময় বৃহৎ কৌণিক উন্মেষ প্রয়োজন হয় এবং সেইজন্য প্রতিবিম্বে অন্যান্য অপেরণের তুলনায় অবিন্দুকত্ব, কোমা ও বিকৃতিকে কমানোর জন্য বেশি গুরুত্ব আরোপ করা হয়।

3.9 সারাংশ

আলোকবিদ্যার অন্তর্গত একক 03 পাঠ ক'রে আপনি জেনেছেন যে কোন আলোকতন্ত্রে বাস্তব চাহিদা অনুযায়ী লেন্সের উন্মেষ বড় হলে বা লক্ষ্যবস্তু বড় হলে বা অন্যান্য নানা কারণে যে প্রতিবিম্ব সৃষ্টি হয় তা' গাউসীয় আসন্নায়নের আদর্শ প্রতিবিম্ব নয় এবং বাস্তব প্রতিবিম্বে নানা ত্রুটি বা অপেরণ দেখা যায়।

প্রতিবিম্বে এই ত্রুটির উৎপত্তির কারণ অনুযায়ী বিভিন্ন অপেরণের সঙ্গে আপনি পরিচিত হয়েছেন। যেমন একবর্ণ আলোর ক্ষেত্রে এই অপেরণগুলি হ'ল গোলীয় অপেরণ, কোমা, অবিন্দুকত্ব, বক্রতা ও বিকৃতি।

- আপনি ত্রৈমাত্রিক তত্ত্ব অনুযায়ী গোলীয় অপেরণ পরিমাপ করতে শিখেছেন। ন্যূনতম গোলীয় অপেরণের শর্ত কি জেনেছেন। গোলীয় তলের অবিপথী বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করতে শিখেছেন।
- কোমা কি এবং তা' দূর করার বিষয়ে অ্যাবের সাইন শর্ত কি তা' জেনেছেন।
- অবিন্দুকত্ব কি এবং তা' কিভাবে কমানো যায় সে সম্পর্কে সম্যক ধারণাও আপনার হয়েছে।
- প্রতিবিম্বের বক্রতা এবং তা' দূর করার উপায় সম্পর্কে জেনেছেন।
- প্রতিবিম্বের বিকৃতি কি ভাবে হয় এবং কিভাবে তা' দূর করা যায় সে বিষয়ে জেনেছেন।
- বিভিন্ন বর্ণের মিশ্র আলো লেন্সে কিভাবে বর্ণাপেরণ সৃষ্টি করে তা' জেনেছেন।
- বর্ণাপেরণ দূর করার একাধিক পদ্ধতি শিখেছেন।
- বিভিন্ন আলোকযন্ত্রের ব্যবহারিক চাহিদা অনুসারে কোন্ কোন্ অপেরণ গুরুত্বপূর্ণ যা হ্রাস করা প্রয়োজন সে সম্পর্কেও কার্যকরী ধারণা লাভ করেছেন।

3.10 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একটি লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য $f = 10$ cm. উন্মেষ = 1 cm., $n = 1.5$. সারণি 1 এ এই লেনসের f অপরিবর্তিত রেখে লেন্সের বিভিন্ন আকৃতি সূচক q এর জন্য গোলীয় অপেরণ Δf এর মান দেওয়া হয়েছে।

আপনি 3.24 অনুযায়ী Δf এর মান গণনা করুন। আপনার উত্তর সারণি 1-এর সর্বশেষ কলমে দেওয়া আছে।

2. সারণি 2-এ প্রদত্ত লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রেখে আকৃতি সূচকের বিভিন্ন মানের জন্য 3.30 অনুযায়ী কোমার পরিমাপ গণনা করুন। উত্তর সারণি 2-এ দেওয়া আছে।

3. দু'রকম কাচ ব্যবহার ক'রে একটি অবর্ণক লেন্স যুগ্ম তৈরি করতে হবে যার ফোকাস দৈর্ঘ্য 50 cm. দু'রকম কাচের প্রতিসরাঙ্ক লাল ও নীল রং এর আলোর জন্য নীচে দেওয়া হয়েছে। দু'টি লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

	1নং কাচ	2নং কাচ
$n_{লাল}$	1.51	1.64
$n_{নীল}$	1.52	1.66

3.11 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1

3.29 অনুযায়ী Δf হ'ল,

$$\Delta f = \frac{h^2}{2}.f^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left[\frac{1}{(n-1)(1-\sigma)f}\right]^3 \times$$

$$\left[1-\left\{\sigma-(n-1)(1-\sigma)\right\}^2\left\{\sigma-\left(n^2-1\right)(1-\sigma)\right\}\right] \quad \text{.....(3.48)}$$

প্রথমে তৃতীয় বন্ধনীতে নিম্নলিখিত রাশিকে সরলীকরণ করা হ'ল

$$\left[1-\left\{\sigma-(n-1)(1-\sigma)\right\}^2\left\{\sigma-\left(n^2-1\right)(1-\sigma)\right\}\right]$$

$$=1-\left\{\sigma-n+n\sigma+1-\sigma\right\}^2\times\left\{\sigma-n^2+1+\sigma n^2-\sigma\right\}$$

$$=1-\left\{n(\sigma-1)+1\right\}^2\times\left\{n^2(\sigma-1)+1\right\}$$

$$=1-\left\{n^2(\sigma-1)^2+2n(\sigma-1)+1\right\}\times\left\{n^2(\sigma-1)+1\right\}$$

$$=1-\left\{n^4(\sigma-1)^3+n^2(\sigma-1)^2+2n^3(\sigma-1)^2+2n(\sigma-1)+n^2(\sigma-1)+1\right\}$$

$$=-n(\sigma-1)\left\{n^3(\sigma-1)^2+n(\sigma-1)+2n^2(\sigma-1)+2+n\right\}$$

$$=n(1-\sigma)\left\{n^3\sigma^2-2\sigma n^3+n^3+n\sigma-n+2n^2\sigma-2n^2+2+n\right\}$$

$$=n(1-\sigma)\left\{2-2n^2+n^3+\sigma\left(n+2n^2-2n^3\right)+\sigma^2n^3\right\} \quad \text{.....(3.49)}$$

3.49 Δf এর রাশি 3.48 এ প্রতিস্থাপিত করে আমরা পাই

$$\Delta f = \frac{(n-1)f^2h^2}{2n^2} \times \frac{n(1-\sigma)}{f^3(n-1)^3(1-\sigma)^3} \times$$

$$\left\{2-2n^2+n^3+\sigma\left(n+2n^2-2n^3\right)+\sigma^2n^3\right\}$$

$$= \frac{h^2}{2nf(n-1)^2(1-\sigma)^2}\left[2-2n^2+n^3+\sigma\left(n+2n^2-2n^3\right)+\sigma^2n^3\right]$$

Δf এর 3.30 রাশি পাওয়া গেল।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলির উত্তর

1. 3.24 অনুযায়ী Δf এর মান হ'ল

$$\Delta f = \frac{h^2}{2n(n-1)^2(1-\sigma)^2 f}\left(a\sigma^2+b\sigma+c\right)$$

এখানে $a = n^3$, $b = n+2n^2-2n^3$, $c = 2-2n^2+n^3$

প্রদত্ত প্রশ্নে $n = 1.5$, $f = 10$ cm, $h = 1$ cm

সুতরাং $a = 3.375$, $b = 1.5+2\times2.25-2\times3.375$

$= 1.5+4.5-6.75$

$= -.75$

$C = 2-2\times2.25+3.375$

$= 2-4.5+3.375$

$= 0.875$

$$\therefore a\sigma^2+b\sigma+c = 3.375\sigma^2-0.75\sigma+0.875$$

$$A = \frac{h^2}{2n(n-1)^2(1-\sigma)^2 f} = \frac{1.0}{3\times.25\times10(1-\sigma)^2}$$

$$= \frac{1.0}{7.5(1-\sigma)^2}$$

$$\therefore \Delta f = \frac{1.0}{7.5(1-\sigma)^2}\left[3.375\sigma^2-0.75\sigma+0.875\right]$$

1) $\sigma = 3,\ \Delta f = \frac{1.0}{7.5\times 4}[3.375\times 9 - 0.75\times 3 + .875] = .97$

2) $\sigma = \infty,\ \Delta f = \frac{1.0}{7.5}\times 3.375 = .45$

3) $\sigma = -3,\ \Delta f = \frac{1.0}{7.5\times 16}[3.375\times 9 + 0.75\times 3 + 0.875] = .28$

4) $\sigma = -1,\ \Delta f = \frac{1.0}{7.5\times 4}[3.375 + 0.75 + 0.875] = 0.17$

5) $\sigma = -\frac{1}{3},\ \Delta f = \frac{1.0}{7.5\times\left(\frac{16}{9}\right)}\left[3.375\times\frac{1}{9} + 0.75\times\frac{1}{3} + 0.875\right]$

$= 0.75\times 1.5 \qquad \cong .113$

6) $\sigma = 0,\ \Delta f = \frac{1.0}{7.5}\times 0.875 = .117$

7) $\sigma = \frac{1}{3},\ \Delta f = \frac{1.0}{7.5\times\left(\frac{4}{9}\right)}\times\left[3.375\times\frac{1}{9} - 0.75\times\frac{1}{3} + 0.875\right] = 0.30$

2. কোমার পুচ্ছের দৈর্ঘ্য হল (3.30) অনুযায়ী

$$L_C = \frac{3dh^2}{f^3}(Ap + Bq) \qquad \text{....(3.50)}$$

এখানে f = ফোকাস দৈর্ঘ্য = 10 cm, h = 1.0 cm, n = 1.5, d = 2 cm

$$A = \frac{3(2n+1)}{4n},\quad B = \frac{3(n+1)}{4n(n-1)}$$

$$A = \frac{3\times(2\times 1.5 + 1)}{4\times 1.5} = \frac{3\times 4}{6} = 2$$

$$B = \frac{3\times(1.5+1)}{4\times 1.5\times .5} = \frac{3\times 2.5}{3} = 2.5$$

এখানে সমান্তরাল রশ্মি সূক্ষ্মকোণে লেন্সে আপতিত হচ্ছে।

S =∞ এবং S' = f, সুতরাং $p = \frac{s' - s}{s' + s} = -1$

সুতরাং 3.50 এ মান বসিয়ে পাওয়া গেল,

$$L_C = \frac{3\times2\times1}{10^3}\times\left(2\times(-1)+2.5q\right)$$

$$= 6\times10^{-3}\times(-2+2.5q) \qquad \text{....(3.51)}$$

1) $q = -2.0$, $L_C = 6\times10^{-3}\times(-2-2.5\times(+2)$ cm

$= 6\times10^{-3}\,(-7.0)$ cm $= -0.042$ cm

2) $q = -1.0$

$L_C = 6\times10^{-3}\times(-2-2.5) = -0.027$ cm

3) $q = -0.50$

$L_C = 6\times10^{-3}\times(-2-2.5\times.5) = -0.0195$ cm

4) $q = 6\times10^{-3}\times(-2) = -0.012$ cm

5) $q = 0.50$

$L_C = 6\times10^{-3}\times(-2+2.5\times.5) = -0.0045$ cm

6) $q = 1.0$

$L_C = 6\times10^{-3}\times(-2+2.5) = +0.0030$ cm

7) $q = 2.0$

$L_C = 6\times10^{-3}\times(-2+2.5\times2) = 6\times10^{-3}\times3 = +0.018$ cm

3. 1নং কাচের জন্য মধ্যবর্তী বর্ণের আলোর প্রতিসরাঙ্ক ধরা যেতে পারে $n_1 = \frac{1.51+1.52}{2} = 1.515$

2নং কাচের জন্য মধ্যবর্তী বর্ণের আলোর প্রতিসরাঙ্ক হ'ল $n_2 = \frac{1.64+1.66}{2} = 1.65$

1নং কাচের বিচ্ছুরণ $\omega_1 = \frac{n_{\text{নীল}} - n_{\text{লাল}}}{n_1 - 1} = \frac{1.52-1.51}{1.515-1.0} = \frac{.01}{.515} = 0.0194$

2নং কাচের বিচ্ছুরণ $\omega_2 = \frac{1.66-1.64}{1.65-1.0} = \frac{.02}{.65} = 0.0307$

f_1, f_2 যথাক্রমে 1নং কাচ ও 2নং কাচের লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য এবং F লেন্স যুগ্মের ফোকাস দৈর্ঘ্য।

অবর্ণক লেন্স যুগ্ম গঠনের শর্ত হ'ল,

$\frac{\omega_1}{f_1} + \frac{\omega_2}{f_2} = 0$ অর্থাৎ $\frac{f_1}{f_2} = -\frac{\omega_1}{\omega_2}$

এখন $\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$

$\therefore \frac{f_1}{F}-1=\frac{f_1}{f_2}=-\frac{\omega_1}{\omega_2} \quad \therefore f_1=\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)F$

$\therefore f_1=\left(1-\frac{0.0194}{0.0307}\right)\times 50=18.4 \text{ cm}$

আবার, $\frac{f_2}{F}-1=\frac{f_2}{f_1}=-\frac{\omega_2}{\omega_1}$

$\therefore f_2=\left(1-\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)F=\left(1-\frac{0.0307}{0.0194}\right)\times 50$

$=-29.12 \text{ cm}$

1নং কাচের লেন্স অভিসারী ও ফোকাস দৈর্ঘ্য 18.4 cm

2নং কাচের লেন্স অপসারী ও ফোকাস দৈর্ঘ্য = −29.12 cm

একক 4 ❑ আলোকের ব্যতিচার ও সুসম্বদ্ধতা

গঠন

4.1· প্রস্তাবনা

বিভিন্ন আলোকীয় ঘটনার (Optical phenomena) সঙ্গে আমরা যথেষ্ট পরিচিত। প্রতিফলন, প্রতিসরণ বা বিচ্ছুরণের বিষয়ে পূর্ববর্তী এককে আলোচনাও হয়েছে। আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে ঐসব ঘটনাগুলি ব্যাখ্যার জন্য আমরা জ্যামিতীয় আলোক বিভাগের সাহায্য নিয়েছি। অর্থাৎ আলোকরশ্মিকে ঋজুরেখ (rectilinear) পথে গমনকারী শক্তিপ্রবাহ হিসেবে ধরে নিয়ে আমরা আলোক সংক্রান্ত বেশ কিছু ঘটনার সন্তোষজনক ব্যাখ্যা দিতে পেরেছি। অথচ এই পর্যায়ের (Block-1) প্রথম এককে (Unit-1) আলোকের চরিত্র নিয়ে আলোচনায় দেখা গেছে আলো এক বিন্দু থেকে আরেক বিন্দুতে তরঙ্গাকারে প্রবাহিত হয়। এই তরঙ্গের দৈর্ঘ্য খুব ছোট (যেমন দৃশ্যমান আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 400nm [ন্যানোমিটার] থেকে 800nm বা এক মিটারের একশ কোটি ভাগের 400 ভাগ থেকে 800 ভাগ)। তাই কতগুলি ক্ষেত্রে আলোর তরঙ্গ স্বরূপকে (wave nature) উপেক্ষা করে সরল রেখায় প্রবাহিত রশ্মি হিসেবে ধরে নিয়ে আমরা কিছু বিষয় ব্যাখ্যা করতে পারি। কিন্তু সর্বদা এই কাজ করা সম্ভব নয়। আমরা এই এককে বিশেষ কিছু আলোকীয় ঘটনা পর্যালোচনা করব যা ব্যাখ্যার জন্য আলোকের তরঙ্গ স্বরূপ স্বীকার করে নেওয়া অবশ্য প্রয়োজনীয়।

এই একক থেকে শুরু করে পরবর্তী কয়েকটি এককে আমরা যে আলোকীয় ঘটনাগুলির কথা বলব তা হল, আলোকের ব্যতিচার, ব্যবর্তন, সমবর্তন প্রভৃতি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রেই ব্যাখ্যার জন্য প্রয়োজন হবে আলোর তরঙ্গতত্ত্ব। ইতিহাসগত দৃষ্টিকোণ থেকে দেখলে বোঝা যাবে যে এই ঘটনাগুলি আবিষ্কৃত হয়েছে তুলনায় অনেক পরে। প্রতিফলন বা প্রতিসরণের সূত্রের সম্যক উপলব্ধির আগেই দূরবীণ তৈরি সম্ভব হয়েছিল। প্রতিসরণের স্নেলের সূত্র পাওয়া গিয়েছিল সপ্তদশ শতাব্দীর গোড়াতে। কিন্তু আলোকের ব্যতিচার সংক্রান্ত একটি অতি বিখ্যাত পরীক্ষা আজ থেকে দুশ বছর আগে 1801 সালে আলোর তরঙ্গচরিত্রের দিকে বিজ্ঞানীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করতে সক্ষম হয়। টমাস ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষা (Young's double slit experiment) তাই একটি দিগ্‌নির্দেশক পরীক্ষা। টমাস ইয়ং এর নামের সঙ্গে অবশ্য আপনাদের আগেই পরিচয় ঘটেছে স্থিতিস্থাপকতার ইয়ং গুণাঙ্কের মধ্য দিয়ে।

খুব স্বাভাবিকভাবে এই প্রশ্ন উঠবে যে কেন এত দেরী হল আলোকের তরঙ্গ চরিত্রের হদিস পেতে। কেনই বা তরঙ্গভিত্তিক ব্যাখ্যার দাবী রাখে এমন আলোকীয় ঘটনাগুলি আরও আগে ধরা যায় নি? খুব সংক্ষেপে এর জবাব হচ্ছে যে এই পর্যবেক্ষণগুলির জন্য বেশির ভাগ ক্ষেত্রেই কিছু বিশেষ যন্ত্রব্যবস্থার প্রয়োজন যা পরবর্তীকালে তৈরি করা সম্ভব হয়েছে। আর কিছু পর্যবেক্ষণ, যেমন জলের ওপর ছড়ানো তেল স্তরের বর্ণ ইত্যাদির ব্যাখ্যা অন্যপথে দেওয়ার চেষ্টা হয়েছে। তাই ইয়াং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষা আলোকের ব্যতিচার তথা আলোকের তরঙ্গ ধর্ম বিষয়ক আলোচনার প্রথম ধাপ হিসেবে সুগৃহীত হয়েছে। আমরাও সেখান থেকেই শুরু করব। অবশ্য তার আগে তরঙ্গের উপরিপাত ও ঐ বিষয়ক গাণিতিক আলোচনার প্রয়োজন হবে।

এই এককের আরেকটি অন্যতম বিষয় সুসম্বদ্ধতা (coherence) বিষয়ক আলোচনার মধ্য দিয়ে আরও একবার বোঝা যাবে আলোর ব্যতিচার কেন খুব অনায়াসে দেখা সম্ভব হয় নি, আলোকের ব্যতিচারের ক্ষেত্রে সুসম্বদ্ধ উৎসের কেন প্রয়োজন হয় এবং কীভাবে সুসম্বদ্ধ উৎস তৈরি করা যায়। নীতিগতভাবে যে দুটি উপায়ে সুসম্বদ্ধ উৎস তৈরি করা যায় তার প্রথমটি অর্থাৎ তরঙ্গমুখের বিভাজনের (division of wavefront) বিষয়টি এখানে আলোচিত হবে। অপরটি অর্থাৎ বিস্তার বিভাজনের (division of amplitude) সাহায্যে সুসম্বদ্ধ উৎস গঠনের বিষয়টি পরবর্তী এককে পর্যালোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করার পর আপনি

- ব্যতিচার বিষয়ে জানতে ও বুঝতে পারবেন।
- পদার্থবিদ্যার ইতিহাসে এক বিশেষ জায়গা দখল করে থাকা ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষা বিষয়ে অবগত হবেন।
- ব্যতিচারের ক্ষেত্রে সুসম্বদ্ধতা ও সুসম্বদ্ধ উৎসের প্রয়োজনীয়তা সম্পর্কে সম্যক ধারণা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন উপায়ে গঠিত ব্যতিচার ব্যবস্থা ও সেগুলির বৈশিষ্ট্যের সঙ্গে আপনি পরিচিত হবেন।
- ব্যতিচার ঝালরে (Pattern) ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের বেধ নির্ণয় করতে পারবেন।

4.2 তরঙ্গের উপরিপাতের নীতি

দুটি তরঙ্গ পরস্পরকে প্রভাবিত না করে একই সঙ্গে প্রসার লাভ করতে পারে। শব্দ তরঙ্গ বা অন্য যান্ত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা দেখেছি কোনো মাধ্যমের মধ্য দিয়ে চলমান তরঙ্গগুলির প্রতিটিই স্বাধীনভাবে অগ্রসর হয়। আলোক রশ্মি যখন শূন্য মাধ্যমে গমন করে তখনও এই নীতি প্রযোজ্য হয়। কোনো মাধ্যমের একটি বিন্দু দিয়ে একাধিক তরঙ্গ প্রবাহিত হলে ঐ বিন্দুর লব্ধি সরণ হবে বিন্দুটিতে প্রতিটি তরঙ্গের নিজ নিজ সরণের ভেক্টর যোগফল। আবার দুটি তরঙ্গ মাধ্যমের কোনো একটি বিন্দুতে মিলিত হওয়ার পরে যখন অগ্রসর হয় তখন তাদের কোনো বৈশিষ্ট্যগত পরিবর্তন ঘটে না। ফলে ধরা যায় না তাদের উপরিপাত ঘটেছিল কিনা। পূর্ববর্তী একটি ব্লকে (EPH 03, Block 1, Unit-7) এই বিষয়টি বিস্তৃত ভাবে আলোচিত হয়েছে। তাই এখানে আমরা উপরিপাতের সম্পর্কে সংক্ষেপে কয়েকটি কথা বলে নেব।

সন্দেহ নেই ব্যতিচারের জন্য দুটি আলোক তরঙ্গের উপরিপাত অবশ্য প্রয়োজনীয়। কিন্তু ব্যতিচার হওয়ার জন্য আরও কিছু শর্ত পূরণ আবশ্যক। তাই উপরিপাত মানেই ব্যতিচার নয়। আমরা এই এককে ব্যতিচার সম্পর্কে সংক্ষিপ্ত আলোচনা করব।

আলোক তরঙ্গের ব্যতিচারের জন্য যখন দুটি আলোকরশ্মির উপরিপাত ঘটে তখন সেখানে শক্তির পুনর্বিন্যাস তথা পুনর্বন্টন দেখা যায়। ফলে যে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ (interference fringe) গঠিত হয় তা পর্যায়ক্রমে আলোকিত ও অন্ধকার অঞ্চল বিশেষ। এইরকম ব্যতিচার ঝালরকে স্থায়ী চেহারা দেওয়ার জন্য আলোর উৎস দুটি বিশেষ সম্পর্কযুক্ত হওয়া প্রয়োজন।

আমরা এবার গণণা করে দেখব যে একই কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট কিন্তু দশা-পার্থক্য রয়েছে এমন দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে কী পাওয়া যাচ্ছে।

ধরা যাক

$$y_1 = a_1 \sin \omega t,$$
$$y_2 = a_2 \sin (\omega t + \delta)$$

তরঙ্গের উপরিপাতের নীতি অনুযায়ী লেখা যায় যে

$$y = y_1+y_2 = a_1 \operatorname{Sin} \omega t + a_2 \operatorname{Sin} (\omega t+\delta)$$
$$= a_1 \operatorname{Sin} \omega t + a_2 \operatorname{Sin} \omega t \operatorname{Cos}\delta + a_2 \operatorname{Cos} \omega t \operatorname{Sin}\delta$$
$$= \operatorname{Sin} \omega t\,[a_1+a_2\operatorname{Cos}\delta] + [\operatorname{Cos} \omega t]\,[a_2\operatorname{Sin}\delta] \qquad ....(4.1)$$

এখন ধরা যাক

$$a_1 + a_2 \operatorname{Cos}\delta = A \operatorname{Cos}\theta ,$$

এবং $\quad a_2 \operatorname{Sin}\delta = B \operatorname{Sin}\theta ,$

যেখানে B এবং θ উভয়েই দুটি নতুন ধ্রুবক।

$$y = (\operatorname{Sin} \omega t)(B \operatorname{Cos}\theta) + (\operatorname{Cos} \omega t)(B \operatorname{Sin}\theta)$$
$$= B \operatorname{Sin} (\omega t+\theta) \qquad ....(4.2)$$

অতএব দেখা যাচ্ছে লব্ধি তরঙ্গও একই কম্পাঙ্কযুক্ত একটি সাইন তরঙ্গ (Sine wave) যার বিস্তার হচ্ছে B। B র সম্যক পরিচয়ের জন্য আমরা নীচের পদ্ধতি অবলম্বন করব। আমরা লিখতে পারি

$$B^2 \operatorname{Cos}^2\theta + B^2 \operatorname{Sin}^2\theta = (a_1+a_2 \operatorname{Cos}\delta)^2 + (a_2 \operatorname{Sin}\delta)^2$$

$$\therefore B^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\delta \qquad ....(4.3)$$

আমরা জানি যে তরঙ্গের প্রাবল্য বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক তাহলে লব্ধি প্রাবল্য I লিখলে (4.3) সমীকরণটি হবে।

$$I = I_1+I_2+2\sqrt{I_1 I_2}\operatorname{Cos}\delta \qquad ....(4.4)$$

লক্ষ্য করুন যে লব্ধি প্রাবল্য দুটি তরঙ্গের কেবল বিস্তার নয়, দশা পার্থক্যের ওপরেও নির্ভরশীল। আর ওপরের (4.4) সমীকরণটি পাওয়া যায় কারণ লব্ধি প্রাবল্য $I \propto B^2$, প্রথম তরঙ্গের প্রাবল্য $I_1 \propto a_1^2$ এবং দ্বিতীয় তরঙ্গের প্রাবল্য $I_1 \propto a_2^2$ তাহলে লেখা যায় যে স্পষ্টতই লব্ধি প্রাবল্য তরঙ্গ দুটির প্রত্যেকটির প্রাবল্যের থেকে ভিন্ন এবং তরঙ্গ দুটির দশা পার্থক্যের ওপর নির্ভরশীল। এই সমীকরণ ব্যবহার করে একটি গাণিতিক উদাহরণ দেখা যাক,

উদাহরণ 1

দুটি উৎস থেকে নির্গত সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট অথচ ভিন্ন বিস্তারের দুটি আলোক তরঙ্গের প্রাবল্যের অনুপাত 81:1। তরঙ্গ দুটির উপরিপাতের ফলে উদ্ভূত ব্যতিচার নকশায় সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন প্রাবল্যের ফ্রিঞ্জের প্রাবল্য দুটির অনুপাত নির্ণয় করুন।

উত্তর :

আমরা (4.3) সমীকরণ থেকে লিখতে পারি যে

সর্বোচ্চ প্রাব্যল্য $I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2$, যখন $Co\,\delta = 1$

সর্বনিম্ন প্রাবল্য $I_{min} = \left(\sqrt{I_1} \sim \sqrt{I_2}\right)^2$, যখন $Co\,\delta = -1$

এক্ষেত্রে দেওয়া আছে $I_1/I_2 = 81/1$

অতএব, $\sqrt{\dfrac{I_1}{I_2}} = \sqrt{\dfrac{81}{1}}$ অথবা, $\sqrt{I_1} = 9\sqrt{I_2}$

অতএব, $$I_{max} = \left(9\sqrt{I_2} + \sqrt{I_2}\right)^2 = 100\, I_2$$

$$I_{min} = \left(9\sqrt{I_2} \sim \sqrt{I_2}\right)^2 = 64\, I_2$$

সুতরাং সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন প্রাবল্যের অনুপাত হবে

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{100 I_2}{64 I_2} = \frac{25}{16} \quad \therefore I_{max} : I_{min} = 25 : 16$$

এবার আপনি নীচের অনুশীলনী নিজে চেষ্টা করে দেখুন।

অনুশীলনী 1 : দুটি উৎস থেকে আগত আলোক তরঙ্গের বিস্তারের অনুপাত 2 ঃ1, সমান কম্পাঙ্কের এই দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে প্রাপ্ত লব্ধি প্রাবল্যের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের অনুপাত গণনা করুন।

অনুশীলনী 2 : দুটি উৎস থেকে আগত সমান কম্পাঙ্ক এবং স্থির দশা পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি তরঙ্গের প্রাবল্য যথাক্রমে I_1 এবং $4I_1$, যখন তরঙ্গ দুটির দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ তখন তাদের উপরিপাতের ফলে উদ্ভূত লব্ধি প্রাবল্য কত? দশা পার্থক্য π হলে লব্ধি প্রাবল্য কী দাঁড়াবে?

এবার আমরা (4.4) সমীকরণের দিকে আর একবার দৃষ্টি দেব। যদি দুটি তরঙ্গের বিস্তার সমান হয় অর্থাৎ যদি $a_1 = a_2 = a$ হয় তবে আমরা পাই

$$I = a^2 + a^2 + 2a^2 \cos\delta$$

এক্ষেত্রে যেহেতু $a_1 = a_2 = a$, সুতরাং $I_1 = I_2 = I'$ ধরা যায়

অতএব
$$I = I' + I' + 2I' \cos\delta$$
$$= 2I'(1 + \cos\delta)$$
$$= 4I' \cos^2 \delta/2 \qquad \text{..........(4.5)}$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে দুটি সমপ্রাবল্যের তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে লব্ধি প্রাবল্য ঐ তরঙ্গদুটির প্রাবল্য এবং তাদের দশা পার্থক্যের ওপর নির্ভর করে।

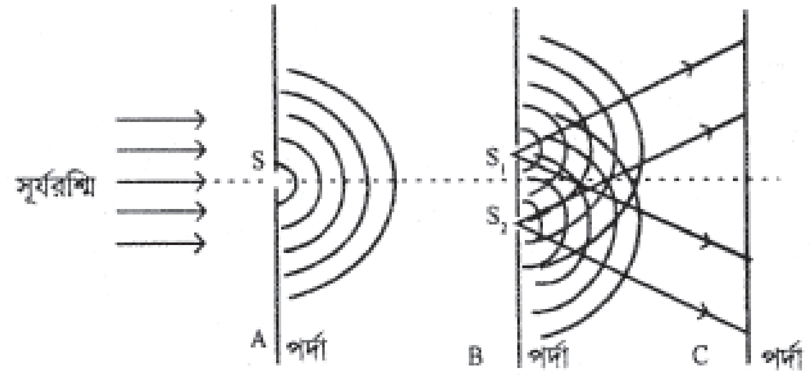
যেহেতু $\cos^2 \delta/2$ -এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 1 এবং O, অতএব সমীকরণ (4.5) থেকে লব্ধি প্রাবল্যের সর্বোচ্চ মান হবে $4\,I'$ অর্থাৎ যে দুটি তরঙ্গের উপরিপাত ঘটেছে তাদের প্রাবল্যের চারগুণ যখন $\cos^2 \delta/2=1$ এবং এই লব্ধি প্রাবল্যের সর্বনিম্ন মান শূন্য হবে যখন $\cos^2 \delta/2=0$ ।

আমরা আগেই বলেছি যে উপযুক্ত ব্যবস্থার সাহায্যে উপরিপাতের ঘটনা ক্ষেত্রবিশেষে ব্যতিচার সৃষ্টি করতে পারে। আলোর ব্যতিচারের ক্ষেত্রে দুটি আলোক রশ্মির উপরিপাতের মধ্যে দিয়ে ব্যতিচার ঘটে। সেই রশ্মিদ্বয় এমন ভাবে মিলিত হতে পারে যার ফলে লব্ধি প্রাবল্য সর্বোচ্চ হয় অর্থাৎ $\cos^2 \delta/2$র মান 1 হয়। যার অর্থ $\delta/2 = m\pi$ যেখানে m একটি ধনাত্মক বা ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা অথবা শূন্য। এই ঘটনাকে বলে সংপোষী বা গঠনমূলক ব্যতিচার (Constructive interference)। অন্যদিকে যদি ব্যতিচারের ফলে লব্ধি প্রাবল্য শূন্য হয় অর্থাৎ $\cos^2 \delta/2=0$ বা $\delta/2 = m\frac{\pi}{2}$ (যেখানে $m \neq 1, \neq 2, \neq 3,$ইত্যাদি) তাহলে সেই ব্যতিচারকে বলা হয় বিনাশী ব্যতিচার (destructive interference)। এই বিষয়গুলি আমাদের আলোচনায় আবার আসবে।

4.3 ইয়ং-এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষা (Young's double-slit experiment)

1801 সালে, বিজ্ঞানী টমাস ইয়ং এর একটি বিশেষ পরীক্ষা আলোক বিজ্ঞানের জগতে অন্যতম মাইলফলক। তার এই পরীক্ষা আলোর তরঙ্গ স্বরূপ সন্দেহাতীত ভাবে প্রতিষ্ঠা করে দেয়। তার আগে আলোকের তরঙ্গ স্বরূপের সম্ভাব্যতা নিয়ে বিভিন্ন তত্ত্ব প্রস্তাবিত হলেও ইয়ং তার এই দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষার মাধ্যমে দেখান যে এই পরীক্ষালব্ধ পর্যবেক্ষণ কেবলমাত্র আলোককে তরঙ্গ হিসেবে ধরে নিয়ে ব্যাখ্যা করা সম্ভব। আপনারা স্থিতিস্থাপকতা বিষয়ে চর্চা করতে গিয়ে যে ইয়ং গুণাঙ্কের কথা শুনেছেন তা এসেছে এই টমাস ইয়ং এর নাম থেকেই।

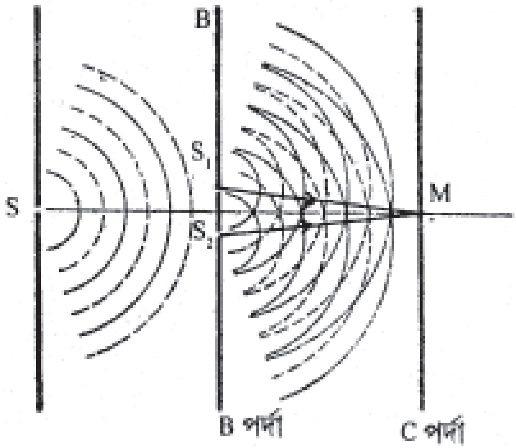
ইয়ং এর পরীক্ষাটি নীচের চিত্রের (4.1) সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। পর্দা A এর ওপর একটি অতিক্ষুদ্র পিনছিদ্র (pinhole) রয়েছে (S_0) সেখানে সূর্যালোক আপতিত হচ্ছে।



চিত্র 4.1 ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষার যান্ত্রিক ব্যবস্থা

এই পিনছিদ্র থেকে নির্গত আলোকরশ্মি আপতিত হয় পর্দা B র ওপর যার মধ্যে খুব অল্প দূরত্বে দুটি পিনছিদ্র S_1এবং S_2 রয়েছে যেখান থেকে আলো আবার নির্গত হয়ে পর্দা C র ওপর আপতিত হতে পারে। চিত্র 4.2 লক্ষ্য করলে দেখা যাবে S_1 এবং S_2 থেকে আগত আলোকরশ্মির B পর্দা ও C পর্দার মধ্যবর্তী অঞ্চলে এবং C পর্দায় উপরিপাত ঘটে।

বিষয়টি আপাতদৃষ্টিতে যথেষ্ট সরল মনে হলেও এবং এই ধরণের ঘটনার কথা আগে জানা থাকলেও ইয়ং প্রথম লক্ষ্য করেন যে C পর্দায় আপতিত আলোক সর্বত্র সমান ঔজ্জ্বল্যের সৃষ্টি করেনি বরং সেখানে তৈরি হয়েছে পর্যায়ক্রমে কিছু অন্ধকার ও উজ্জ্বল পটি। এর মধ্যে একটি পটি বিশেষভাবে উজ্জ্বল এবং ঐ পটিটির মধ্যবিন্দু M, S_1ও S_2 ছিদ্র থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত। এই উজ্জ্বল পটিটিকে কেন্দ্রীয় ঝালর হিসেবে অভিহিত করা হয়। লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে এই কেন্দ্রীয় ঝালর থেকে যত দূরে যাওয়া যায় উজ্জ্বল ঝালরগুলির ঔজ্জ্বল্য তত কমতে থাকে। এই ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থাকে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ বলা হয়।



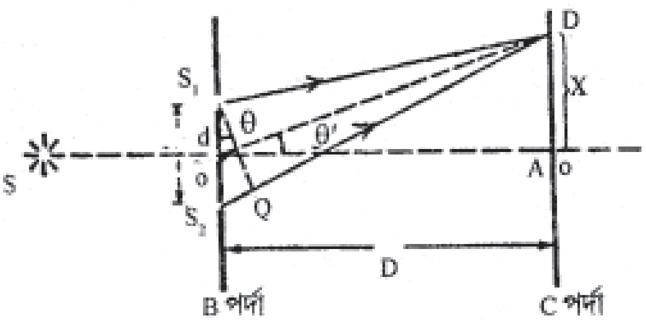
চিত্র 4.2 ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষায় সৃষ্ট কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জ C পর্দার M বিন্দুতে সৃষ্টি হয়েছে।

ইয়ং এর পরীক্ষায় যে ঝালর পাওয়া যায় তার উৎস তরঙ্গের উপরিপাতের নীতি থেকে ব্যাখ্যা করা যায় এবং সেই ব্যাখ্যায় আমরা যাবো। তবে তার আগে C পর্দায় আপতিত আলোর এই ঝালর সৃষ্টি তথা শক্তিবিন্যাসের ও পুনর্বণ্টনের কয়েকটি বৈশিষ্ট্য আমরা আলোচনা করব। আরও একটি বিষয়ে আপনাদের দৃষ্টি আকর্ষণ করছি। নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষায় যে ঝালর সৃষ্টির বিষয়টি দেখা যায় তার ব্যাখ্যা কিন্তু আলোর ঋজুরেখ গতির সাহায্যে দেওয়া সম্ভব নয়। কারণ আলো যদি S_1 এবং S_2 পিনছিদ্র দিয়ে কেবলমাত্র ঋজুরেখ পথে অগ্রসর হয়ে C পর্দায় আপতিত হত তাহলে কিন্তু C পর্দায় কেবলমাত্র দুটি আলোক বিন্দু আমরা দেখতে পেতাম অর্থাৎ এই পরীক্ষার মাধ্যমে আলোর ফ্রিঞ্জের (fringe) সৃষ্টি নিশ্চিত ভাবে প্রমাণ করে আলোক রশ্মি এক বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে তরঙ্গাকারে প্রসার লাভ করে। আলোর ঋজুরেখ গতি ঐ তরঙ্গাকারের এক সরলীকৃত অভিরূপ মাত্র।

ইয়ং এর পরীক্ষা যেভাবে করা হয়েছিল তাতে খুব ভালো ফল অবশ্য পাওয়া যায়নি। কারণ একদিকে A ও B পর্দার তিনটি ছিদ্র S, S_1 এবং S_2 খুব ছোট হওয়া প্রয়োজন কারণ তা না হলে সমস্ত ঘটনাটি প্রত্যক্ষ করা সম্ভব হবে

না অথচ ছিদ্র যদি অত্যন্ত ছোট হয় তবে C পর্দাতে পৌঁছনো আলোর পরিমাণ ভীষণ কমে যায়। সেক্ষেত্রে উজ্জ্বল এবং কালো বা অন্ধকার (dark) ফ্রিঞ্জকে আলাদা করে চেনা শক্ত হয়ে পড়ে। দ্বিতীয়ত সূর্যের আলো, আমরা জানি, অনেকগুলি বর্ণের আলোর সমষ্টি। প্রতিটি বর্ণের আলো আলাদা করে একটি ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থা গড়ে তোলে। C পর্দার ঠিক কোন জায়গায় উজ্জ্বল এবং কালো ফ্রিঞ্জ তৈরি হবে তা নির্ভর করে আপতিত আলোকের বর্ণ তথা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর সূর্যের আলোয় বহু তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর উপস্থিতির ফলে C পর্দার একই বিন্দুতে একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য উজ্জ্বল পটি তৈরি হলে ঐ একই বিন্দুতে আরেকটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর জন্য কালো ঝালর তৈরি হতে পারে। ফলে সামগ্রিক ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থাটি তুলনায় অস্পষ্ট হয়ে পড়ে। এই অবস্থা এড়ানোর জন্য পরবর্তী পর্যায়ে দুটি পদক্ষেপ নেওয়া হয়। প্রথমত সূর্যের আলোর মত বহু বর্ণ বিশিষ্ট আলোর পরিবর্তে একবর্ণ বিশিষ্ট আলোর সাহায্যে পরীক্ষাটি করা হয় এবং দ্বিতীয়ত: ইয়ং এর মূল পরীক্ষায় ব্যবহৃত পিনছিদ্রগুলির (S, S_1, S_2) পরিবর্তে রেখাছিদ্র (Slit) ব্যবহার করে অপেক্ষাকৃত ভালো ফল পাওয়া যায়। তবু একথা আবারও বলা প্রয়োজন যে ঐতিহাসিক দিক থেকে আলোর তরঙ্গ স্বরূপ প্রতিষ্ঠা করার ক্ষেত্রে ইয়ং এর পরীক্ষা এক অনন্য স্থান দখল করে রয়েছে। এবার আমরা দেখব কীভাবে আলোর তরঙ্গ স্বরূপের ওপর ভিত্তি করে ও উপরিপাতের নীতি প্রয়োগ করে ইয়ং এর পরীক্ষায় প্রাপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ নির্ণয় করা যায়।

4.3.1 ইয়ং এর পরীক্ষায় প্রাপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ নির্ণয়



চিত্র 4.3 ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষায় আলোক রশ্মির পথপার্থক্য গণনা।

চিত্র 4.3 এ দেখা যাচ্ছে যে S_1 এবং S_2 পিনছিদ্র দুটি থেকে আলোকরশ্মি এসে পর্দায় আপতিত হচ্ছে। A বিন্দুটি S_1 এবং S_2 থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত। ফলে S_1 এবং S_2 থেকে দুটি আলোক তরঙ্গ যখন সেখানে মিলিত হবে তখন সমান দূরত্ব অতিক্রম করে আসার ফলে সেই তরঙ্গ দুটির মধ্যে কোনো পথ পার্থক্য (Path difference) থাকবে না এবং তাদের মধ্যে কোনো দশার পার্থক্যও হবে না, ফলে উপরিপাতের নীতি অনুযায়ী ঐ A বিন্দুতে আলোক তরঙ্গের সংপোষী ব্যতিচার (Constructive interference) ঘটবে অর্থাৎ ঐ বিন্দুতে একটি উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের সৃষ্টি হবে। কিন্তু ঐ একই পর্দার ওপর P বিন্দুতে S_1 এবং S_2 থেকে আলো বিভিন্ন দূরত্ব অতিক্রম করে পৌঁছচ্ছে। এখানে $S_1P < S_2P$।

তাই S_1 ও S_2 রেখাছিদ্র থেকে P বিন্দুতে আগত তরঙ্গ দুটির পথপার্থক্য ($S_2P - S_1P$) এবং দশাপার্থক্য $\delta = \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(S_2P - S_1P)$। স্পষ্টতই দশাপার্থক্য ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ -র ওপর নির্ভরশীল। পথপার্থক্য ($S_2P - S_1P$) কে S_2Q-এর সমান লেখা যায়। S_1S_2 দূরত্বটি খুব ক্ষুদ্র S_2P -র ওপর Q এমন একটি বিন্দু যে $S_1 = PQ$, উৎসদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব d, উৎস ও পর্দার মধ্যে দূরত্ব D-র তুলনায় খুবই ছোট। অর্থাৎ $d << D$।

তাই লেখা যায় $S_2P\text{-}S_1P = S_2Q = d\ Sin\theta$ ।

$S_1\ QS_2$ কোণটি প্রায় সমকোণ বলে ধরে নেওয়া যায়। θ এবং θ' কোণ দুটিই ক্ষুদ্র এবং প্রায় সমান $\theta \simeq \theta'$ ।
আর এই কোণ দুটি অত্যন্ত ক্ষুদ্র হলে লেখা যায় $Sin\theta' = \tan\theta'$

$$\therefore S_2P - S_1P = dSin\theta' = d\frac{x}{op}$$

$$= d\frac{x}{OA} = d\frac{x}{D}$$

এখানে $x = AP = \frac{D}{d}(S_2P - S_1P)$ ....(4.6a)

আমরা জানি যে S_1 ও S_2 থেকে আগত আলোক তরঙ্গের সম্মিলিত প্রভাবে P বিন্দুতে যে প্রাবল্যের সৃষ্টি হবে তা

হল $I = 4a^2Cos^2\ \frac{\delta}{2} = 4a^2Cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2}\frac{x}{D}\right)$

$$= 4a^2Cos^2\left(\frac{2\pi}{D}\frac{d}{\lambda}\right) \qquad ....(4.6)$$

এই প্রাবল্য সর্বোচ্চ হবে যখন $I = 4a^2$, অর্থাৎ $Cos^2\left(\frac{x\pi}{D}\frac{d}{\lambda}\right) = 1$ হয় বা $Cos\left(\frac{x\pi}{D}\frac{d}{\lambda}\right) = \pm 1$ হয় অর্থাৎ যখন

$\frac{x\pi}{D}\frac{d}{\lambda} = m\pi$ হয় যেখানে m = যে কোনো ধনাত্মক বা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা অথবা শূন্য

সুতরাং $x = \frac{D}{d}m\lambda = \frac{D}{d}(2m)\lambda/2$ ....(4.7)

আবার প্রাবল্য সর্বনিম্ন হবে যদি I =O হয়। সেক্ষেত্রে (4.6) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায় $Cos^2\left(\frac{x\pi}{D}\cdot\frac{d}{\lambda}\right) = 0$

বা $\frac{x\pi}{D}\frac{d}{\lambda} = (2m+1)\pi/2$

বা, $x = \frac{D}{d}(2m+1)\lambda/2$ ....(4.8)

এখানেও m একটি অখণ্ড সংখ্যা অথবা শূন্য। এই দুটি ক্ষেত্রেই m ব্যতিচার ঝালরের ক্রম বোঝাচ্ছে। দেখা যাচ্ছে যে A বিন্দু থেকে m ক্রমিক সংখ্যার বা m-ক্রমের (m^{th} order) উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের দূরত্ব

$$x_m = \frac{D}{d}m\lambda = \frac{D}{2d}2m.\lambda/2 \qquad ....(4.8a)$$

একইভাবে (m+1) ক্রমের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের দূরত্ব $x_{m+1} = \frac{D}{d}(m+1)\lambda = \frac{D}{2d}2(m+1)\lambda/2$ ....(4.8b)

সুতরাং একটি উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের প্রস্থ

$$X_{m+1} - X_m = \frac{D}{d}\lambda(m+1-m) = \frac{D\lambda}{d} \qquad ....(4.8c)$$

$\therefore$ ফ্রিঞ্জের প্রস্থকে β দ্বারা সূচিত করলে লেখা যায়

$$\beta = \frac{D\lambda}{d} \qquad .... (4.9)$$

লক্ষ্য করুন এই প্রস্থ D, d এবং λ -র ওপর নির্ভরশীল এবং এটি ক্রমের ওপর নির্ভরশীল নয়। যার অর্থ সমস্ত ক্রমের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের প্রস্থ একই রকম। ঠিক একইভাবে লেখা যায়
m- ক্রমের অন্ধকার বা কালো (dark) ফ্রিঞ্জের A বিন্দু থেকে দূরত্ব

$$x'_m = \frac{D}{d}(2m+1)\lambda/2 \qquad \text{................(4.10a)}$$

এবং (m+1) -ক্রমের কালো ফিঞ্জের A বিন্দু থেকে দূরত্ব

$$x'_{m+1} = \frac{D}{d}[2(m+1)+1]\lambda/2 = \frac{D}{d}[2m+3]\lambda/2 \qquad \text{............. (4.10b)}$$

এক্ষেত্রেও ফ্রিঞ্জের প্রস্থ

$$x'_{m+1} - X'_m = \frac{D}{d}[2m+3-2m-1]\lambda/2 = \frac{D\lambda}{d} = \beta \qquad \text{............... (4.10c)}$$

অর্থাৎ অন্ধকার ফ্রিঞ্জের প্রস্থ ও উজ্জ্বলই ফ্রিঞ্জের প্রস্থ সমান এবং উভয়ক্ষেত্রেই ফ্রিঞ্জের প্রস্থ $\beta = \frac{D\lambda}{\lambda}$ ।

কাজেই ফ্রিঞ্জ উজ্জ্বল হোক বা অন্ধকার হোক ফ্রিঞ্জের প্রস্থ β বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে

(i) উৎসদ্বয়ের দূরত্ব কমালে বা বাড়ালে, এবং (ii) তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ ও পর্দা থেকে উৎসের দূরত্ব D উভয়ই বাড়ালে বা কমালে ।

আমরা পরবর্তী পর্যায়ে এই ব্যতিচারের অন্যান্য বৈশিষ্ট্য নিয়ে আলোচনার আগে আপনি একটি অনুশীলনী চেষ্টা করে দেখুন।

অনুশীলনী 3 : পরস্পরের থেকে 3mm দূরে অবস্থিত দুটি সরু সমান্তরাল রেখাছিদ্র থেকে নির্গত আলো 0.60m দূরে অবস্থিত পর্দার ওপর ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ গঠন করে। যদি রেখাছিদ্র দুটি 590nm তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অলোর সাহায্যে আলোকিত হয়ে থাকে তবে গঠিত ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের প্রস্থ নির্ণয় করুন।

4.3.2 ইয়ং এর পরীক্ষায় প্রাপ্ত ফ্রিঞ্জের প্রকৃতি

পর্দার ওপরে অবস্থিত P বিন্দুতে যদি উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ দেখা যায়, তাহলে লেখা যায়

$$S_2P - S_1P = m\lambda \qquad \text{..............(4.11a)}$$

একবর্ণী আলোর ক্ষেত্রে λ ধ্রুবক, সুতরাং $m\lambda$ -ও ধ্রুবক। আমরা যদি $S_2P = r_2$ এবং $S_1P = r_1$ দ্বারা সূচিত করি তবে ওপরের সমীকরণ (4.11a)-কে আমরা লিখতে পারি $r_2 - r_1 =$ ধ্রুবক ....(4.11b)

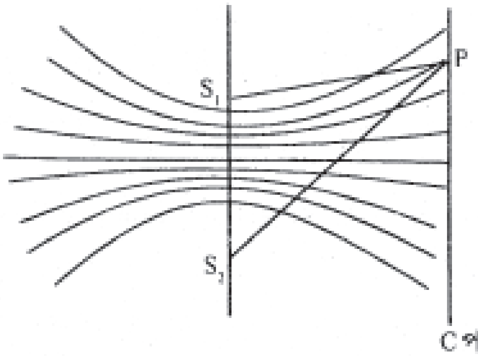
এটি একটি পরাবৃত্তের (hyperbola) সমীকরণ।

P বিন্দুটিকে পর্দার ওপর ভিন্ন স্থানে নির্বাচিত করলে দেখা যাবে যে ধ্রুবকটি ভিন্ন হচ্ছে। যার অর্থ ভিন্ন ভিন্ন ক্রমের (order) ফ্রিঞ্জগুলি বিভিন্ন পরাগোলকের (hyperboloid of revolution) ওপর অবস্থিত থাকবে এবং প্রতিটিরই ফোকাস বিন্দুদ্বয় হবে S_1 এবং S_2। ফ্রিঞ্জের আকৃতি অবশ্য পর্দার অবস্থানের ওপর নির্ভর করবে। যেমন, (i) যদি দুটি উৎসের সংযোগকারী সরলরেখার সমান্তরাল করে পর্দাটি রাখা হয় তাহলে আমরা পর্যায়ক্রমে উজ্জ্বল ও অন্ধকার ফ্রিঞ্জ দেখতে পাব, এবং এই ফ্রিঞ্জগুলি মূল রেখাছিদ্র S এর দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল হবে। (চিত্র 4.4)

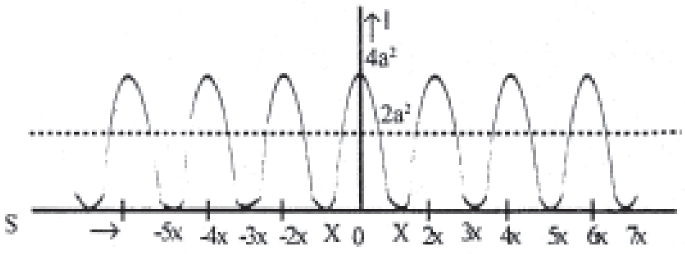
(ii) যদি S_1ও S_2 র সংযোগকারী রেখার লম্বভাবে পর্দাকে রাখা যায় তাহলে কতগুলি সমকেন্দ্রিক বৃত্তাকৃতি ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। এই বৃত্তগুলি পর্যায়ক্রমে উজ্জ্বল ও অন্ধকার হবে।

লক্ষ্য করার বিষয় ত্রিমাত্রিক দেশের (three dimensional space) যেখানে ব্যতিচার ঘটেছে সেখানে পর্দা রাখলেই ফ্রিঞ্জ দেখা যাবে। অর্থাৎ ফ্রিঞ্জ একটি বিশেষ স্থানেই গঠিত হয় নি। তাই এই ধরণের ফ্রিঞ্জকে বলা হয় অস্থানীকৃত ফ্রিঞ্জ (non-localized fringe)।

আরেকটি বিষয় আমাদের খেয়াল রাখতে হবে। ব্যতিচারের ফলে শক্তি পুনর্বিন্যাস ও পুনর্বণ্টন ঘটে কিন্তু শক্তির সংরক্ষণ সূত্রটি রক্ষিত হয়। নীচের চিত্রে (4.5) একটি ব্যতিচার ব্যবস্থায় S_1ও S_2 উৎস থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত পর্দার ওপর বিভিন্ন বিন্দুতে দশাপার্থক্যের সঙ্গে আলোক প্রাবল্যের পরিবর্তনটি দেখানো হয়েছে। যেখানে $4a^2$ চরম (maximum) প্রাবল্য সেখানে পাওয়া যাবে উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ এবং সর্বনিম্ন প্রাবল্য যেখানে শূন্য হবে, সেখানে পাওয়া যাবে অন্ধকার ফ্রিঞ্জ। লক্ষ্য করুন (চিত্র4.5) সমগ্র ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থাটির গড় আলোক প্রাবল্য $2a^2$, যা সংশ্লিষ্ট আলোকরশ্মি দ্বয়ের প্রাবল্যের যোগফল। এর থেকে বোঝা যায় যে শক্তির সংরক্ষণ সূত্রটি এখানে রক্ষিত হয়েছে।



চিত্র (4.4) ইয়ং এর পরীক্ষায় গঠিত ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের আকৃতি পর্দা কীভাবে রাখা হচ্ছে তার ওপর নির্ভরশীল।



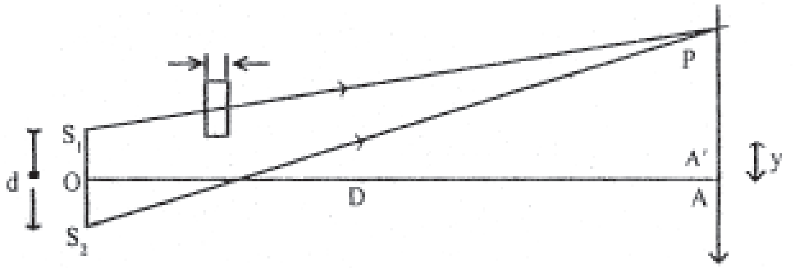
চিত্র (4.5) ব্যতিচার নকশায় দশা পার্থক্যের সঙ্গে আলোক প্রাবল্যের পরিবর্তন।

4.3.3 ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের সরণের সাহায্যে পাতলা, স্বচ্ছ পাতের বেধ নির্ণয়

ব্যতিচার নকশায় যে ফ্রিঞ্জ দেখা যায় দুটি উৎস থেকে আগত আলোকরশ্মির পথপার্থক্যের ওপর তা নির্ভর করে আমরা দেখেছি। এ ধরনের ব্যতিচার ব্যবস্থায় উৎসে দুটির যে কোনো একটি থেকে নির্গত আলোক রশ্মির পথে যদি স্বচ্ছ ও পাতলা কোন পাত রাখা হয় তাহলে রশ্মিটিকে অতিরিক্ত কিছু পথ অতিক্রম করতে হয়। এই অতিরিক্ত পথের পরিমাণ যে পাত রাখা হয়েছে তার বেধ ও তার উপাদানের প্রতিসরাঙ্কের ওপর নির্ভর করে। রশ্মির পথটি

দীর্ঘতর হয়ে যাওয়ার ফলে পাতটি রশ্মিটির পথে স্থাপনের পূর্বে যেখানে অপর রশ্মিটির সঙ্গে মিলিত হয়ে শূন্য ক্রমের ফ্রিঞ্জটি তৈরি করেছিল এখন সেখানে রশ্মি দুটির মধ্যে পথপার্থক্য সৃষ্টি হওয়ায় ভিন্ন ক্রমের ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে। অর্থাৎ সামগ্রিকভাবে ফ্রিঞ্জগুলি একটু সরে যাবে। ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থার এই সরে যাওয়া বা স্থানান্তরের পরিমাণ মাপা সম্ভব হলে ঐ পাতটির বেধ মাপা সম্ভব যদি ঐ পাতের উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক জানা থাকে। অন্যভাবে বলা যায় যে, যদি পাতলা পাতটির বেধ জানা থাকে তাহলে ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থার সরণের পরিমাণ মেপে পাতের উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব।

চিত্র 4.6 -এ দেখানো হয়েছে যে t বেধের একটি পাতলা পাত,যার উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক μ,তাকে



চিত্র (4.6) দুটি উৎস থেকে নির্গত দুটি রশ্মির একটির পথে 't' বেধের ও μ প্রতিসরাঙ্ক বিশিষ্ট উপাদানের একটি স্বচ্ছ পাত রাখা হয়েছে। ফলে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি A থেকে A^1 -এ সরে গেছে।

রাখা হয়েছে S_1 থেকে নির্গত আলোক রশ্মির পথে। ফলে S_1থেকে যে রশ্মি পর্দার P বিন্দুতে পৌঁছতে আগে কেবলমাত্র বায়ুতে S_1P পথ অতিক্রম করত সেই রশ্মি বর্তমানে $(S_1P\text{-}t)$ পথ বায়ুতে এবং বাকী t পথ μ প্রতিসরাঙ্ক বিশিষ্ট মাধ্যমের ভিতর দিয়ে যাবে। যদি বায়ুতে এবং ঐ মাধ্যমে আলোর গতিবেগ যথাক্রমে C এবং ν হয় তবে

S_1 থেকে P তে পৌঁছনোর জন্য প্রয়োজনীয় সময় T হবে $T = \dfrac{S_1P - t}{c} + \dfrac{t}{\nu}$

যেহেতু $\nu = \dfrac{c}{\mu}$,

$$\therefore T = \frac{S_1P - t}{c} + \frac{\mu t}{c} = \frac{S_1P + (\mu - 1)t}{c}$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে পাতটি S_1P পথটিকে $(\mu - 1)t$ পরিমাণ দীর্ঘতর করে দিয়েছে। চিত্র 4.3 এর অনুসরণে 4.6 নং চিত্রেও পর্দার A বিন্দুটি দুটি উৎস S_1ও S_2 থেকে সমদূরত্ব বিশিষ্ট। ফলে ঐ A বিন্দুতেই কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জটি পাওয়ার কথা। কিন্তু এ ক্ষেত্রে পর্দার ওপর অপর এক বিন্দু A^1 আলোক পথের (optical path) বিচারে S_1ও S_2 থেকে সমদূরত্বে রয়েছে। ফলে কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জটিও সেখানেই গঠিত হবে।

P বিন্দুতে দুটি উৎস থেকে আগত রশ্মিদ্বয়ের পথপার্থক্য এখন কী হবে দেখা যাক।

নতুন পথপার্থক্য $S_2P - \left[S_1P + (\mu - 1)t\right] = S_2P - S_1P - (\mu - 1)t$

কিন্তু সমীকরণ (4.6a) থেকে পাই $= S_2P - S_1P = \dfrac{d}{D}x$

$$\therefore \text{নতুন পথপার্থক্য} = \frac{d}{D}x - (\mu - 1)t \qquad \text{..........(4.11)}$$

এখন যদি পর্দার ওপর A থেকে x'_m দূরত্বের কোন বিন্দুতে m ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জটি গঠিত হয় তাহলে ওপরের সমীকরণটি কে (4.7) সমীকরণের সাহায্যে লেখা যায় $= \frac{d}{D}x'_m - (\mu - 1)t = m\lambda$ ...(4.12)

$$\therefore x'_m = \frac{D}{d}\left[m\lambda + (\mu - 1)t\right] \qquad ....(4.13)$$

লক্ষ্য করুন ঐ পাত না থাকলে t=0 হতো এবং (4.13 সমীকরণে) t=0 বসালে আমরা সমীকরণ (4.7) -এর মত একটি ব্যঞ্জনা পেতাম।

অতএব পাতটির জন্য ফ্রিঞ্জের অবস্থানের যে সরণ দেখা যাবে অর্থাৎ একই ক্রমিক সংখ্যার ফ্রিঞ্জ ঐ পাত প্রবেশ করানোর আগে যেখানে ছিল সেখান থেকে যতটা সরে যাবে তা হল

$$x'_m - x_m = \frac{D}{d}\left[(\mu - 1)t + m\lambda\right] - \frac{D}{d}(m\lambda)$$

এই সরণ $(x'_m - x_m) = y$ লিখলে উপরের সমীকরণটি হবে

$$y = \frac{D}{d}(\mu - 1)t \qquad ....(4.14)$$

লক্ষ্য করুন ফ্রিঞ্জের এই সরণ ফ্রিঞ্জের ক্রমের ওপর নির্ভরশীল নয়। সমীকরণ (4.14) ব্যবহার করে ফ্রিঞ্জের সরণ পরিমাপের সাহায্যে কোন পাতের যেমন, অভ্র (mica) বেধ নির্ণয় করা সম্ভব যদি μ জানা থাকে। বস্তুত: পাতটি সমাগ্রিক ভাবে ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থাটিকে পর্দার ওপর কিছুটা সরিয়ে দেয়। এই সরণ সেই দিকে ঘটে যে দিকের উৎস থেকে নির্গত আলোক রশ্মির পথে অভ্রের পাতটি রাখা হয়েছে। এক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জের অবস্থান A থেকে A′ বিন্দুতে যাবে কারণ A′ বিন্দুটি A র সাপেক্ষে যেদিকে S_1 সেদিকে অবস্থিত। যদি অভ্রের পাতটি S_2 থেকে নির্গত আলোর পথে রাখা হত তাহলে চিত্র 4.6 এ A′ বিন্দুর অবস্থান হত A বিন্দুর নীচে।

আরও একটি বিষয়ে দৃষ্টি দেওয়া প্রয়োজন। এই পাতটি প্রবেশ করানোর ফলে কিন্তু ফ্রিঞ্জের প্রস্থ পরিবর্তিত হয় না কেবল ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থাটির সরণ ঘটে। বস্তুত প্রায়শই কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জটির সরণ গণনা করে y এর মান নির্ণয় করা হয়। সাদা আলো ব্যবহার করলে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটিই সাদা হবে। দুপাশে বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। কাজেই পাতটি প্রবেশ করানোর ফলে সাদা ফ্রিঞ্জটির সরণ সহজেই চেনা যাবে। যদি পাত ঢোকানোর পরে m- ও (m+1)-ক্রমের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ অর্থাৎ পরপর দুটি উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের মধ্যে দূরত্ব গণনা করা যায় তাহলে আমরা পাই

$$X'_{m+1} - X'_m = \frac{D}{d}\left[(m+1)\lambda + (\mu - 1)t\right] - \frac{D}{d}\left[m\lambda + (\mu - 1)t\right]$$

$$= \frac{D}{d}\left[(m+1)\lambda - m\lambda\right] = \frac{D}{d}\lambda = \beta \qquad ....(4.14a)$$

যেহেতু দুটি পর পর উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের ভিতর দূরত্ব হচ্ছে ফ্রিঞ্জের প্রস্থ, অতএব $(x'_{m+1} - x_m) = \beta$ প্রকৃত পক্ষে ফ্রিঞ্জের প্রস্থ সূচিত করছে। এই প্রস্থের কিন্তু কোনো পরিবর্তন ঘটে নি। পাতটি ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থার সরণ ঘটিয়েছে মাত্র।

সমীকরণ (4.14a)-এর সাহায্যে (4.14) কে লেখা যায় $y = \frac{\beta}{\lambda}(\mu-1)t$ ....(4.15)

এরকম পাতলা পাতের বেধ গণনা করার জন্য নীচের অনুশীলনীটি করে দেখুন।

অনুশীলনী 5 : 7 মাইক্রন বেধবিশিষ্ট কাচের একটি পাতলা পাতকে দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষার একটি রশ্মির পথে রাখার ফলে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি এমন জায়গায় সরে গেল যেখানে আগে ষষ্ঠ ক্রমের ফ্রিঞ্জটি ছিল। ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 6300 $\mathring{A}$ হলে কাচের প্রতিসরাঙ্ক কত?

4.4 সুসম্বদ্ধতা ও সুসম্বদ্ধ উৎস (Coherence and Coherent source)

ইয়াং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষা একদিকে যেমন আলোর তরঙ্গ প্রকৃতির ইঙ্গিত দিল তেমনই অন্যদিকে প্রশ্ন উঠল যে আলোর ব্যতিচার আমরা সর্বদা দেখতে পাই না কেন অর্থাৎএকটা ঘরে দুটি আলো যখন জ্বলে তখন সেই দুটি উৎস থেকে আগত আলোকরশ্মি কেন ব্যতিচার দেখায় না? বস্তুত: দুটি পৃথক উৎস থেকে নির্গত আলোকরশ্মির উপরিপাত হলেই যদি ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ দেখা যেত তাহলে ব্যতিচার তথা আলোর তরঙ্গ স্বরূপ আবিষ্কার বহু আগেই হয়ত সম্ভব হত। অতএব একথা খুব সুস্পষ্টভাবে বলা প্রয়োজন যে উপরিপাত ও ব্যতিচার দুটি সম্পূর্ণ ভিন্ন ঘটনা। এটা ঠিক যে আলোর ব্যতিচারের জন্য উপরিপাতের প্রয়োজন কিন্তু উপরিপাত হলেই ব্যতিচার সম্ভব হয় না—আরও কিছু শর্তপূরণের প্রয়োজন হয়। তাই ঘরের দুটি আলো থেকে টেবিলের ওপর যখন আলো এসে পড়ে তখন টেবিলের ঐ অংশটি উজ্জ্বলতর দেখায় কিন্তু সেখানে পর্যায়ক্রমে সাজানো উজ্জ্বল ও অন্ধকার ফ্রিঞ্জ দেখা যায় না।

যে সময়টুকু কোন তরঙ্গাবলী (wave train) সরল সমঞ্জস (Simple harmonic) থাকে, সেই সময়কে বলা হয় সুসম্বদ্ধ সময় (Coherence time) , এই সময়কে তরঙ্গের দ্রুতি দ্বারা গুণ ক'রে যে অনুরূপ দূরত্ব পাওয়া যায় তা হচ্ছে সুসম্বদ্ধ দৈর্ঘ্য (Coherent length).

দুটি আলোক উৎস থেকে নিঃসৃত আলোক তরঙ্গ কোন এক স্থানে মিলিত হ'লে তাদের দশা সম্পর্ক উপরিপাতের ফলে সেই সময়টুকুই কেবল স্থির থাকে যা সুসম্বদ্ধ সময়ের সঙ্গে তুলনা করা যেতে পারে।

সাধারণ আলোক উৎসগুলোর ক্ষেত্রে সুসম্বদ্ধ সময় দ্রুততম অভিজ্ঞাপকগুলোর (detectors) প্রতিক্রিয়া সময়ের (Response time) চেয়েও ক্ষুদ্রতর। এর অর্থ হচ্ছে এই যে, দুটি ভিন্ন উৎস থেকে নিঃসৃত তরঙ্গের মধ্যে ব্যতিচার নিরীক্ষণ করা অসম্ভব। অন্যভাবে আমরা বলতে পারি ব্যতিচার তরঙ্গের দশা তথা সরণ অভিজ্ঞাপকের প্রতিক্রিয়া সময়ের তুলনায় এত বেশী দ্রুত অনিয়মিতভাবে পরিবর্তিত হয় যে অভিজ্ঞাপক শুধু সময় সাপেক্ষে গত সরণেরই প্রতিক্রিয়ার ইঙ্গিত দেয়।

সেই কারণেই আলোকীয় ব্যতিচার পরীক্ষাগুলিতে একই উৎস থেকে নিঃসৃত আলোকের বিভাজন এবং যথোপযুক্তভাবে পুনর্মিলনের ব্যবস্থা করতে পারলেই ব্যতিচারের সৃষ্টি হয়।

দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস থেকে আগত আলোক রশ্মির মধ্যে সর্বদা একটি সুনির্দিষ্ট দশা পার্থক্য (Phase difference) বজায় থাকে। সময়ের সঙ্গে তা পরিবর্তিত হয় না। অন্যদিকে দুটি ভিন্ন উৎস থেকে আগত রশ্মির মধ্যে দশার সম্পর্ক (Phase relation) তথা দশার পার্থক্য অনিয়মিতভাবে পরিবর্তিত হয়। ঘরের দুটি বাল্ব থেকে যখন আলো এসে দেওয়ালে পড়ে তখন আপতিত তরঙ্গদুটির মধ্যে দশার পার্থক্যের একটি মান মাত্র 10^{-8} সেকেন্ডের জন্য বজায়

থাকে। তারপরই যে দুটি তরঙ্গ দেওয়ালের ঐ বিন্দুটিতে এসে উপস্থিত হয় তাদের মধ্যে দশার পার্থক্য পাল্টে যায়। ফলে যে বিন্দুটিতে 10^{-8} সেকেন্ড আগে আপতিত রশ্মিদ্বয় হয়ত উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের সৃষ্টি করেছিল তা পরিবর্তিত হয়ে যায়, হয়ত বা নতুন আসা দুই রশ্মির দশা পার্থক্যের ওপর নির্ভর করে ঠিক সেই মুহূর্তে সেখানে গড়ে ওঠে কোনো অন্ধকার বা কালো ফ্রিঞ্জ। অর্থাৎ যে ব্যতিচার পটি মাত্র 10^{-8} সেকেন্ড আগে সৃষ্টি হয়েছিল তা নষ্ট হয়ে তৈরি হয় এক নতুন ব্যতিচার নকশা। খুব স্বাভাবিক ভাবেই আমাদের চোখ অত স্বল্প সময়ে ঘটে যাওয়া ব্যতিচারের ঘটনাকে ধরতে পারে না। একটি ব্যতিচার ব্যবস্থা থেকে পাল্টে অন্যটিতে যেতে যখন মাত্র 10^{-8} সেকেন্ড সময় লাগে মনে রাখতে হবে আমাদের চোখ বড়জোর 10^{-1} সেকেন্ডে ঘটে যাওয়া ঘটনাকে আলাদা করে চিনতে পারে। তার থেকে কম সময়ে ঘটে যাওয়া ঘটনাকে আলাদা করে চেনা তার পক্ষে সম্ভব নয়।

অতএব একটি স্থায়ী ব্যতিচার ব্যবস্থা দেখা এবং ফটো তোলার জন্য অবশ্যই দুটি সুসম্বদ্ধ উৎসের দরকার যে দুটি উৎস থেকে আগত আলোকরশ্মির মধ্যে ব্যতিচার ঘটবে। স্বভাবতই প্রশ্ন উঠবে যে কীভাবে এরকম দুটি উৎস পাওয়া সম্ভব। এই প্রশ্নের খুব সংক্ষিপ্ত এবং সরাসরি উত্তর হচ্ছে যে, দুটি উৎসকে প্রকৃতপক্ষে একটি উৎস থেকে তৈরি করে নিতে হবে, যেমন ইয়ং এর পরীক্ষার ক্ষেত্রে ঘটেছিল, যেখানে S_1 এবং S_2 উৎস দুটিই তৈরি হয়েছিল S পিনছিদ্র থেকে। এর ফলে S বা মূল উৎস থেকে নির্গত পরপর দুটি আলোক তরঙ্গের মধ্যে যে দশা পার্থক্যই থাকুক না কেন তা নবসৃষ্ট উৎসদ্বয় S_1 এবং S_2 কে উৎস S থেকে আগত আলোকরশ্মি একইভাবে প্রভাবিত করবে। ফলে ঐ দুটি উৎস S_1 এবং S_2 থেকে নির্গত আলোক রশ্মির দশার মধ্যে একটি স্থায়ী সম্পর্ক থাকবে এবং একটি স্থায়ী ব্যতিচার ব্যবস্থা পাওয়া যাবে। এরকম দুটি উৎসকে বলা হয় সুসম্বদ্ধ উৎস এবং এই ঘটনাকে বলা হয় সুসম্বদ্ধতা।

প্রসঙ্গত: দুটি বিষয় মনে রাখা দরকার। আমরা একটি উৎস থেকে দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস পাওয়ার যে পদ্ধতির কথা বলেছি তা নীতিগতভাবে দুটি উপায়ে হতে পারে। এদের একটিকে বলা হয় তরঙ্গমুখের বিভাজন পদ্ধতি (division of wavefront) অপরটিকে বলা হয় বিস্তার বিভাজন পদ্ধতি (division of amplitude)। এই দুটি পদ্ধতির প্রথমটি নিয়ে আমরা এই এককেই আলোচনা করব, দ্বিতীয়টি নিয়ে পরবর্তী এককে আলোচনা হবে।

সুসম্বদ্ধতা প্রসঙ্গে ফিরে আসা যাক। ব্যতিচারের জন্য সুসম্বদ্ধ উৎসের প্রয়োজন একথা আগেই বলা হয়েছে। তবে সুসম্বদ্ধতা বিষয়টি আরও খানিকটা বিস্তৃত করে বলা প্রয়োজন কারণ তার আরও কিছু বৈশিষ্ট্যের সঙ্গে আপনাকে পরিচিত হতে হবে।

4.4.1 সুসম্বদ্ধতার প্রকারভেদ

একেবারে বিশুদ্ধ একবর্ণী (monochromatic) আলো কিন্তু বাস্তবে পাওয়া খুবই শক্ত। এর ফলে বর্ণালিতে একটি বর্ণের আলোর জন্য যে রেখা পাওয়া যায় তার মধ্যে অন্য বর্ণের কিছু আলোর প্রায়শই উপস্থিতি দেখা যায় এবং রেখা বর্ণালিটি কিছুটা চওড়া বা বেধবিশিষ্ট হয়ে পড়ে। ঘটনাটিকে বলা হয় রেখাবেধ (line width)। তাই একটি তরঙ্গকে একটি বিশুদ্ধ সাইন তরঙ্গ (Sine wave) হিসাবে প্রকাশ করলে সেখানে কিছু ত্রুটি থেকে যায়।

কাজেই যেসব তরঙ্গকে বিশুদ্ধ সাইন তরঙ্গ বলে ভাবা হয় সেগুলিকে প্রকৃতপক্ষে সীমিত সময়ে বা সীমিত দেশ (space) বা অঞ্চলে লক্ষ্য করতে হয়। বেশি দূরত্বে বা বেশি সময় ধরে সেগুলিকে লক্ষ্য করা গেলে তাদের সেই বৈশিষ্ট্যে বিচ্যুতি ধরা পড়বে। সেই তরঙ্গগুলি একটি উৎস থেকে নির্গত হলেও সুসম্বদ্ধ একথা বলা যাবে না। বাস্তব ক্ষেত্রে আমরা একবর্ণী আলোকরশ্মি পাই না, পাই আপাত একবর্ণী (quasi monochromatic) তরঙ্গ। তাই সুসম্বদ্ধ উৎস তৈরি করার বিষয়টি যথেষ্ট কঠিন হয়ে পড়ে। আংশিক সুসম্বদ্ধ (partially coherent) তরঙ্গ অপেক্ষাকৃত

সহজে পাওয়া যায় এবং ব্যতিচারের ঘটনাটি সহজে দৃশ্যমান হয় না।

তাই সুসম্বদ্ধতার ক্ষেত্রে আমরা দুটি ধরণের সুসম্বদ্ধতার কথা বলে থাকি। এগুলি হল সাময়িক বা সময়ভিত্তিকসুসম্বদ্ধতা (temporal coherence) এবং স্থানিক সুসম্বদ্ধতা (spatial coherence)।

সময়ভিত্তিক সুসম্বদ্ধতার জন্য দুটি উৎস থেকে আগত আলোর তরঙ্গ ক্ষেত্র (wave field) দুটির মধ্যে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে বিভিন্ন সময়ে সম্পর্কটি লক্ষ্য করা হয়। এক্ষেত্রে সুসম্বদ্ধতার সময় (coherence time) হিসাবে একটি রাশিকে সংজ্ঞায়িত করে বিষয়টি বিচার করা যায়।

অন্যদিকে স্থানিক সুসম্বদ্ধতা বলতে দুটি তরঙ্গ ক্ষেত্রের মধ্যে একই মুহূর্তে ভিন্ন বিন্দুতে তাদের আন্তঃসম্পর্কটি লক্ষ্য করা হয়। এবং ঠিক আগের মতই এক্ষেত্রে সুসম্বদ্ধতার দূরত্ব (coherence region) বা অঞ্চল নামে একটি রাশিকে সংজ্ঞায়িত করে বিষয়টি পরিমাণগত ভাবে বুঝবার চেষ্টা করা হয়।

সুসম্বদ্ধতা এবং সুসম্বদ্ধ উৎস তৈরি করার সময় এই দিকগুলি বিবেচনা করে সমগ্র পরীক্ষা ব্যবস্থাটি গড়ে তুলতে হয়। সুসম্বদ্ধ উৎস থেকে আগত রশ্মিদের মধ্যে ব্যতিচার ঘটানোর জন্য কেবল উৎসদ্বয়ের দূরত্ব কম হলেই চলে না, তাদের সঙ্গে অভিনেত্রের এক রেখায় আনার কাজটিও অর্থাৎ সংরেখনের কাজটিও (alignment) সুষ্ঠুভাবে করতে হয়। তারপরই অভিনেত্রের দৃষ্টি ক্ষেত্রে (field of view) ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ দেখা সম্ভব হয়।

4.5 তরঙ্গমুখের বিভাজন (Division of Wavefront) ও ব্যতিচার

তরঙ্গমুখ বলতে কী বোঝায়? প্রথমে এই প্রশ্নের উত্তর দেওয়া যাক। একটি তরঙ্গ যখন উৎস থেকে প্রসার লাভ করে তখন যে অঞ্চলের মধ্যে দিয়ে তরঙ্গ প্রসারিত হচ্ছে সে অঞ্চলটিতে দৃষ্টি দেওয়া যাক। একটি মুহূর্তে ঐ তরঙ্গের যে বিন্দুগুলি একই দশায় রয়েছে সেই বিন্দুগুলি যুক্ত করে যে নিরবচ্ছিন্ন রেখা (দ্বিমাত্রিক প্রসারের (ক্ষেত্রে) বা তল (ত্রিমাত্রিক প্রসারের ক্ষেত্রে) পাওয়া যায় তাকে তরঙ্গমুখ বলা হয়। তরঙ্গের প্রসার মানে এই তরঙ্গমুখের প্রসার। তরঙ্গমুখ বিস্তার লাভ করার অর্থ মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে বা শূন্য মাধ্যমে (যেমন আলোর ক্ষেত্রে) ঐ তরঙ্গের সমদশা সম্পন্ন বিন্দুগুলি বিস্তার লাভ করছে। অর্থাৎ একটি তরঙ্গমুখের ওপর অবস্থিত সকল বিন্দুতেই এক বিশেষ মুহূর্তে আন্দোলিত কণাগুলি (যান্ত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে) বা আন্দোলিত ভেক্টর (আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রে) একই দশায় রয়েছে।

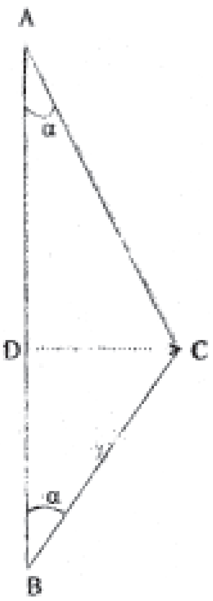
এখন এইরকম একটি তরঙ্গমুখের উপস্থিত তরঙ্গসমূহকে যদি কোনো বিশেষ পদ্ধতির সাহায্যে দুটি ভিন্ন পথে পরিচালিত করা যায় তাহলে একই তরঙ্গমুখ থেকে দুটি ভিন্ন রশ্মি পাওয়া যায় এবং সেই রশ্মিদ্বয়ের দশার মধ্যে এক স্থায়ী সম্পর্ক বজায় থাকে। ফলে তরঙ্গমুখের এই বিভাজনের মধ্যে দিয়ে সৃষ্ট দুটি তরঙ্গ প্রকৃত পক্ষে একই তরঙ্গমুখের সদস্য তাই এই দুটি তরঙ্গ দুটি সুসমঞ্জস উৎস থেকে নির্গত হচ্ছে বলে ধরা যায়। প্রকৃতপক্ষে এইরকম ভাবে তৈরি করে নেওয়া দুটি উৎস থেকে নিঃসৃত রশ্মির মধ্যে ব্যতিচার সম্ভব।

এখন প্রশ্ন হচ্ছে এই তরঙ্গমুখের বিভাজন কীভাবে করা যায়? আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সাহায্যে বিশেষ ব্যবস্থার ওপর ভিত্তি করে একটি তরঙ্গমুখের বিভাজন সম্ভব। আমরা এখানে কয়েকটি ক্ষেত্রের ব্যতিচার বিষয়ে আলোচনা করব যেখানে তরঙ্গমুখের বিভাজনের সাহায্যে সুসমঞ্জস উৎস গঠন করে ব্যতিচার গঠন করা হয়েছে। যেমন লয়েডের দর্পণ (Lloyd's mirror) ব্যবস্থায় প্রতিফলনের সাহায্যে দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস তৈরি হয়েছে এবং ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম (Fresnel's biprism) ব্যবস্থায় সুসম্বদ্ধ উৎস পাওয়া গেছে প্রতিসরণের সাহায্যে তরঙ্গ মুখের বিভাজন করে।

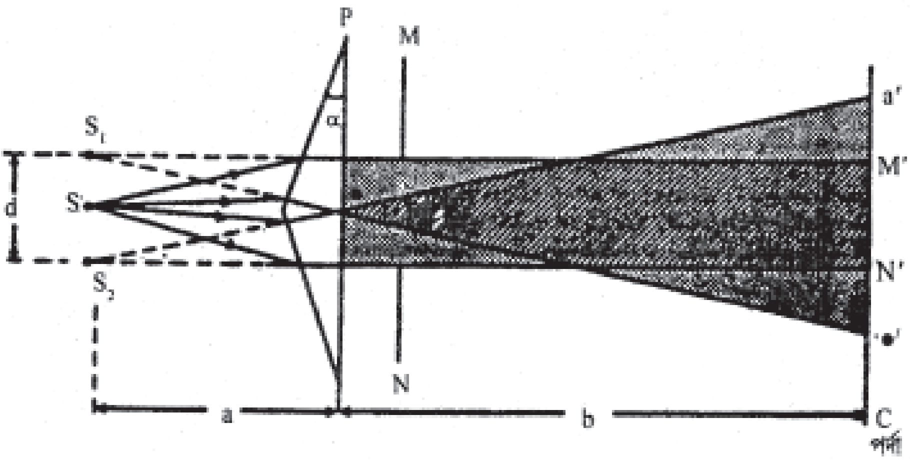
বিস্তারের বিভাজনের (division of amplitude) সাহায্যে একটি উৎস থেকে দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস গঠন করে নেওয়ার বিষয়টি পরবর্তী এককে আলোচনা করা হবে। বিস্তার বিভাজনের ফলে গঠিত সুসম্বদ্ধ উৎস থেকে নির্গত আলোর ব্যতিচারের সম্পর্কেও সেখানেই আলোচনা হবে।

4.6 ফ্রেনেলের যুগ্ম-প্রিজম (Frenel's Biprism) পরীক্ষা

তরঙ্গমুখের বিভাজনের সাহায্যে একটি মূল উৎস থেকে দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস সৃষ্টি করে ব্যতিচার ঘটানোর ক্ষেত্রে ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম পরীক্ষা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। এই যুগ্ম প্রিজমটি দুটি অনুরূপ পাতলা প্রিজমের সমন্বয়ে গঠিত। এখানে আলোর উৎস থেকে নিঃসৃত একটি তরঙ্গ মুখ ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজমের সাহায্যে বিভাজিত হয়ে দুটি তরঙ্গ মুখের সৃষ্টি করে প্রতিসরণের ফলে মূল উৎসটি থেকে যুগ্ম প্রিজমের সাহায্যে যে দুটি অসদবিম্বের সৃষ্টি হয় তারা দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস হিসেবে কাজ করে। চিত্র (4.7) -এ ABC একটি যুগ্ম প্রিজম। এখানে ADC ও BDC পাতলা প্রিজম দুটির ভূমি CD তলে পরস্পর সংলগ্ন রয়েছে। অনুরূপ পাতলা প্রিজম দ্বয়ের শীর্ষ কোণ $\angle BAC$ এবং $\angle ABC$ উভয়েই সমান ও খুব ছোট। যুগ্ম প্রিজমটি সাধারণত: একটি সমদ্বিবাহু প্রিজম যার শীর্ষকোণ $A\hat{C}B$ 180^0 -র চেয়ে সামান্য কম।



চিত্র (4.7) যুগ্ম প্রিজম



চিত্র (4.8) ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজমের সাহায্যে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ গঠন। C পর্দার ওপর M'N' অঞ্চলে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ দেখা যাবে।

ওপরের চিত্র (4.8) -এ যুগ্ম-প্রিজম দিয়ে আলোকরশ্মির পথ এবং ব্যতিচারের ঝালর গঠনের বিষয়টি দেখানো হয়েছে। এখানে আলোর মূল উৎস S একটি রেখাছিদ্র (slit) এবং উৎসটিকে দীপ্ত করার জন্য ব্যবহৃত আলো একবর্ণী বা প্রায় একবর্ণী, যেমন সোডিয়াম আলো।

লক্ষ্য করুন S উৎস থেকে নির্গত আলোর পাতলা যুগ্ম প্রিজম P-তে প্রতিসৃত হয়ে C পর্দার ওপর দুটি কিরণপুঞ্জ a'M' ও M'e'এর আংশিক উপরিপাত ঘটায় এবং a'N' ও M'e' দুটি অসদ্ উৎস S_1 এবং S_2 থেকে আসছে বলে মনে হয়। বস্তুত: এই S_1 এবং S_2 সুসম্বদ্ধ উৎস দুটি একই উৎস S_1 থেকে গঠিত হয়েছে। 4.8

চিত্রে দেখানো অবস্থানে M ও N পর্দা দুটি থাকলে C পর্দার $M'N'$ অঞ্চলটিতে দুটি উৎস S_1 ও S_2 থেকে আলোর উপরিপাত ঘটে এবং এই অঞ্চলে আলোর ব্যতিচার লক্ষ্য করা যায়। যদি M ও N পর্দা দুটি না থাকে, তবে সমস্ত $a'e'$ অঞ্চল জুড়েই কিরণপুঞ্জ দুটির উপরিপাত ঘটবে। ইয়ং এর পরীক্ষায় ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের প্রস্থ আলোক উৎস দুটির দূরত্ব d র ব্যস্তানুপাতিক হয়। তাই স্পষ্ট ঝালর পাওয়ার জন্য d কমানো দরকার এবং এই উদ্দেশ্য পূরণের জন্য যুগ্ম প্রিজমের সমান ক্ষুদ্র কোণদ্বয় α ছোট হওয়া দরকার।

আমরা এবার একটি গণনার সাহায্যে প্রিজমের কোণ α-র সঙ্গে বিচ্যুতির সম্পর্কটি নির্ণয় করব।

আলোক রশ্মি যখন যুগ্ম প্রিজমের মধ্য দিয়ে গমন করে তখন প্রতিসরণের ফলে রশ্মির বিচ্যুতি ঘটে।

চিত্রে এই বিচ্যুতিকে δ দিয়ে সূচিত করা হয়েছে। যদি প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক μ হয় তবে আমরা জানি যে পাতলা প্রিজমের ক্ষেত্রে লেখা যায়

$$\delta = (\mu - 1)\alpha \qquad \text{..........(4.16)}$$

এখানে α এবং $(\mu-1)$ দুয়েরই মান ছোট হওয়ার ফলে δ-ও খুব ছোট হবে।

চিত্রে দেখা যাচ্ছে যে দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস S_1 এবং S_2 র মধ্যে দূরত্ব d। যুগ্ম প্রিজম থেকে ঐ দুই উৎস সংযোগকারী রেখার দূরত্ব a হলে লেখা যায়।

$$\frac{d/2}{a} = \tan\delta$$

অর্থাৎ $d = 2a\tan\delta$ ....(4.17)

যেহেতু δ খুব ক্ষুদ্র, অতএব লেখা যায় যে

$\tan\delta = \delta \therefore d = 2a\delta$

(4.16) সমীকরণের সাহায্য নিয়ে পাই

$d = 2a(\mu - 1)\alpha$ ....(4.18)

অতএব দেখা যাচ্ছে যে α ছোট হলে d, অর্থাৎ দুটি উৎসের মধ্যে দূরত্ব, কম হবে, আমরা দেখতে পাব যে এর ফলে ফ্রিঞ্জের বেধ বড় হবে এবং তা স্পষ্টতর হবে।

4.6.1 ফ্রেনেলের যুগ্ম-প্রিজমে ফ্রিঞ্জের বেধ

এই বিষয়টি পাঠের আগে ইয়ং এর পরীক্ষায় যে ফ্রিঞ্জের প্রস্থ গণনা করা হয়েছিল তা একবার দেখে নিন। এবার চিত্র 4:10 দেখুন।

যদি C বিন্দু থেকে m ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের দূরত্ব X_m হয় তবে

$$X_m = \frac{D}{d} m\lambda \qquad \text{........... (4.19)}$$

এখানে $D = a+b$ যেখানে

$a \rightarrow$ যুগ্ম প্রিজম থেকে মূল আলোক উৎস S এর দূরত্ব

$b \rightarrow$ যুগ্ম প্রিজম থেকে পর্দা (MN) এর দূরত্ব

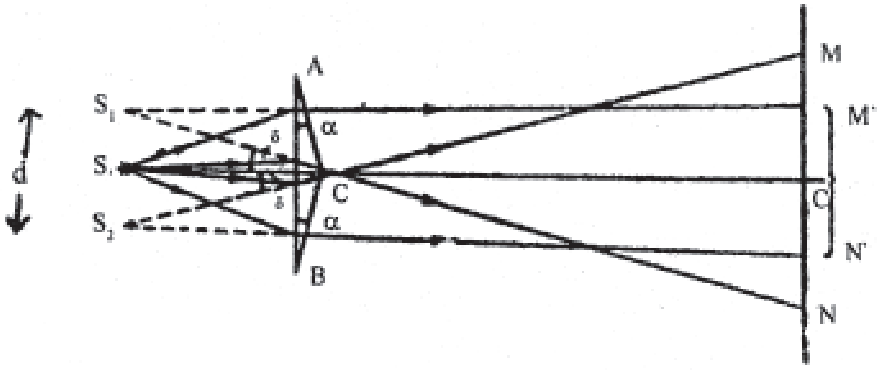
α কোণ দুটি ছোট ও সমান হওয়ায় লেখা যায়

$SC = S_1C = S_2C = a$

এবং আমরা (4.18) সমীকরণ থেকে জানি যে

$d = 2a(\mu - 1)\alpha$

d এর এই মান (4.19) সমীকরণে বসালে X_m এর ব্যঞ্জনাটি একটু ভিন্ন ভাবে পাওয়া যাবে।



চিত্র (4.10) যুগ্ম প্রিজমের মধ্যে দিয়ে আলোকরশ্মির পথ ও দুটি সুসমঞ্জস উৎস S_1 ও S_2 গঠন ও পর্দার যে অঞ্চলে (M'N') ফ্রিঞ্জ দেখা যাবে এগুলি এখানে দেখানো হয়েছে।

সুতরাং m ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের C বিন্দু থেকে দূরত্বকে লেখা যায়

$$x_m = \frac{a+b}{2a(\mu-1)\alpha} m\lambda \qquad \text{............(4.20)}$$

ঠিক একই ভাবে (m+1) ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের দূরত্বকে লেখা যায়

$$X_{m+1} = \frac{a+b}{2a(\mu-1)\alpha}(m+1)\lambda$$

অতএব ফ্রিঞ্জের বেধ $\beta = x_{m+1} - x_m$

$$\therefore \beta = \frac{a+b}{2a(\mu-1)\alpha}\lambda \qquad \text{...........(4.21)}$$

এই সম্পর্ক থেকে দেখা যাচ্ছে যে যুগ্ম প্রিজমে সৃষ্ট ফ্রিঞ্জের বেধ যে বিষয়গুলির ওপর নির্ভর করে তা হল

(i) উৎস থেকে যুগ্ম প্রিজমের দূরত্ব (a)।

(ii) উৎস থেকে পর্দার দূরত্ব $(a+b) = D$। যুগ্ম প্রিজম নিয়ে পরীক্ষার সময় অভিনেত্র ব্যবহার করে এই ফ্রিঞ্জ দেখা যায়। তাই উৎস ও অভিনেত্রের দূরত্বই উৎস ও পর্দার দূরত্ব D বলে মনে করা যেতে পারে।

(iii) ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য (λ)। λ বৃদ্ধি পেলে ফ্রিঞ্জের বেধ বাড়ে। তাই লাল আলোতে তৈরি ফ্রিঞ্জ বেগুনি আলোর ফ্রিঞ্জ থেকে বেশি প্রস্থ বিশিষ্ট হবে।

(iv) প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক (μ)। লক্ষ্য করবেন μ কেবল প্রিজমের উপাদান নয়, ব্যবহৃত আলোর বর্ণের ওপরও নির্ভর করে।

(v) যুগ্ম প্রিজমের সূক্ষকোণ α র ওপরেও ফ্রিঞ্জের প্রস্থ নির্ভর করে। α যত ছোট হবে এই ফ্রিঞ্জ তত চওড়া হবে।

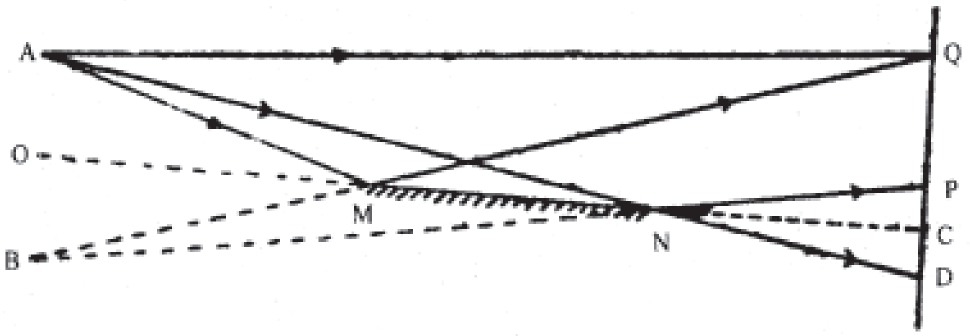
আসুন এবার আমরা যুগ্ম প্রিজমের ওপর নীচের অনুশীলনীটি চেষ্টা করি।

অনুশীলনী 5 : একটি যুগ্ম প্রিজমের সূক্ষ্ম কোণটির মান 1^0 30 এবং তার উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক1 52, 6563 $\overset{o}{A}$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহার করে ব্যতিচার ঝালর তৈরি করা হলে ফ্রিঞ্জের প্রস্থ কত হবে? দেওয়া আছে উৎস ও যুগ্ম প্রিজমের দূরত্ব 20cm এবং যুগ্ম প্রিজম ও পর্দার দূরত্ব 80cm।

ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম বিষয়ক আলোচনা থেকে সম্ভবত অনুমান করা গেছে অভ্রের পাতের বেধ নির্ণয় সংক্রান্ত যে পরীক্ষার বর্ণনা আমরা 4.3.3 অংশে দিয়েছি সেই পরীক্ষাটি এই যুগ্ম প্রিজমে গঠিত ব্যতিচার ব্যবস্থাতেও করা সম্ভব। বস্তুত: ফ্রিঞ্জের সরণ ঘটিয়ে পাতলা পাতের বেধ নির্ণয়ের পরীক্ষা ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম ব্যবস্থার সাহায্যেই করা হয়ে থাকে। (4.15) সমীকরণ দ্বারা বেধ নির্ণয়ের সম্পর্কটি যুগ্ম প্রিজমের ক্ষেত্রেও অপরিবর্তিতভাবে প্রযোজ্য।

4.7 লয়েডের দর্পণ (Lloyd's mirror) পরীক্ষা

লয়েডের দর্পণ পরীক্ষায় আলোর প্রতিফলনের সাহায্য নিয়ে দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস গঠন করা হয় এবং এক্ষেত্রেও তরঙ্গমুখের বিভাজন ঘটে। 4.11 নং চিত্রে নীচে এই ব্যবস্থাটি দেখানো হয়েছে।



চিত্র (4.11) লয়েডের দর্পণ পরীক্ষার সাহায্যে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ।

এই ব্যবস্থায় একটি রেখাছিদ্র A থেকে আলো একটি সমতল দর্পণ MN-এর ওপর আপতিত হয়।

(4.11) চিত্রে দেখানো হয়েছে এই দর্পণের প্রতিফলক তলটি কাগজের তলের লম্ব এবং মূল আলোক উৎস হিসেবে ব্যবহৃত বিন্দু A প্রকৃত পক্ষে একটি সরু রেখাছিদ্র। এই রেখাছিদ্রকে প্রায় একবর্ণী সোডিয়াম আলোর সাহায্যে আলোকিত করা হয়েছে। লক্ষ্য করুন এই ব্যবস্থাটিতে মূল উৎস হল A এবং দর্পণে ঐ উৎসের প্রতিফলনের ফলে সৃষ্ট অসদ্‌বিম্ব B অন্য একটি উৎস। এই দুটি উৎসই ব্যতিচারের জন্য প্রয়োজনীয় দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস হিসেবে কাজ করে।

4.11 চিত্রে দেখুন যে উৎস A থেকে আগত আলোকরশ্মি পর্দার D থেকে ওপরের অংশকে আলোকিত করে। প্রতিফলিত আলো, যা কিনা অসদবিম্ব B থেকে নির্গত হচ্ছে বলে মনে হয় পর্দার QP অংশকে আলোকিত করে। ফলে পর্দার QP অংশে সুসম্বদ্ধ উৎসদ্বয় থেকে আগত আলোর উপরিপাত ঘটে। এবং ঐ অঞ্চলে আলোর ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টি হয়।

এই পরীক্ষায় যে ফ্রিঞ্জ উৎপন্ন হয় তার কতগুলি বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য করা যায়।

চিত্র 4.11 থেকে দেখা যাচ্ছে যে, কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি পর্দার ওপর নিরীক্ষণ করা যাবে না যে পর্যন্ত না পর্দাটিকে দর্পণের দিকে সরিয়ে N অবস্থানে নিয়ে আসা হবে। N অবস্থানে পর্দাটি প্রতিফলক MN এর উৎস থেকে দূরের প্রান্তটিকে স্পর্শ করবে। বাস্তবিক পক্ষে, যদি কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি সাদা আলোর দ্বারা নিরীক্ষণ করা হয়, তা হ'লে ফ্রিঞ্জটি অন্ধকার দেখা যাবে। এর থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, প্রতিফলিত রশ্মির প্রতিফলনের দরুণ হঠাৎ π পরিমাণ দশা পরিবর্তন ঘটে। এখানে লক্ষ্যণীয় যে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি যখন পাওয়া যাবে তখন AN =BN অর্থাৎ পথ পার্থক্য সমান। তাই অন্ধকার কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যায় যেহেতু দশার পরিবর্তন π ঘটে আলো লঘুতর মাধ্যম থেকে অপেক্ষাকৃত বেশি প্রতিসরাংকের দর্পণে প্রতিফলিত হওয়ার দরুন, অপেক্ষাকৃত বেশি প্রতিসরাংকের মাধ্যম থেকে আলো লঘুতর প্রতিসরাংকের দর্পণে প্রতিফলিত হলে কিন্তু কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি উজ্জ্বল দেখাবে।

সুতরাং পর্দার ওপর P বিন্দুটি যদি এমন হয় যে,

$$BP - AP = n\lambda\,, \quad n = 0,1,2,3,\ldots\ldots$$

তা হলে আমরা বিনাশী ব্যতিচার পাব। অপর পক্ষে, যদি

$BP - AP = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$ হয়, তবে চরম ব্যতিচারের শর্তটি সিদ্ধ হবে।

4.8 সারাংশ

1. আলোর ব্যতিচারের ঘটনা আলোর তরঙ্গ ধর্মের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা সম্ভব। বস্তুত: আলোর ব্যতিচারই প্রথম আলোর তরঙ্গ ধর্মের দিকে অঙ্গুলি নির্দেশ করে।

2. ব্যতিচারের জন্য আলোক তরঙ্গের উপরিপাত প্রয়োজন। তরঙ্গের উপরিপাতের নীতি প্রয়োগ করে বিষয়টি বোঝা সম্ভব। তবে ব্যতিচারের জন্য তরঙ্গের উপরিপাতের সঙ্গে সঙ্গে আরও বিশেষ কিছু শর্তপূরণ আবশ্যিক।

3. ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষার মাধ্যমে আজ থেকে দুশ বছর আগে (1801 সালে) প্রথম ব্যতিচার প্রত্যক্ষ করা সম্ভব হয়। আলোর তরঙ্গ প্রকৃতি প্রতিষ্ঠা করার ব্যাপারে এটি একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ পরীক্ষা।

4. ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষায় প্রাপ্ত ব্যতিচার ঝালরে উজ্জ্বল ও অন্ধকার উভয় শ্রেণির ফ্রিঞ্জের প্রস্থ সমান এবং শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনেই সেগুলি গঠিত হয়। পাতলা স্বচ্ছ উপাদানের বেধ বা প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয়ে ব্যতিচারের সাহায্য নেওয়া যায়।

5. স্থায়ী ব্যতিচার ব্যবস্থা সৃষ্টির জন্য দুটি সুসম্বদ্ধ উৎস প্রয়োজন। ইয়ং এর পরীক্ষার আগে বিষয়টি উপলব্ধি করা সম্ভব হয়নি এবং ব্যতিচার তথা আলোর তরঙ্গধর্ম অচেনা থেকে গিয়েছিল।

6. সুসম্বদ্ধ উৎস তৈরির জন্য কিছু শর্তপূরণ আবশ্যিক। এই শর্তপূরণের ওপর নির্ভর করে যে পদ্ধতিতে সুসম্বদ্ধ উৎস গঠন করা হয় সেগুলিকে দুটি ভাগে ভাগ করা যায়। এদুটি হল তরঙ্গমুখের বিভাজন পদ্ধতি এবং বিস্তার বিভাজন পদ্ধতি।

7. তরঙ্গমুখের বিভাজন পদ্ধতিতে গঠিত সুসম্বদ্ধ উৎসের দ্বারা সৃষ্ট ব্যতিচার এখানে আলোচিত হয়েছে। ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম এবং লয়েডের দর্পণের পরীক্ষা দুটিতে তরঙ্গমুখের বিভাজনের মাধ্যমে ব্যতিচার ঘটে। পরীক্ষাদ্বয় এখানে বর্ণিত হয়েছে।

8. ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম পরীক্ষাটি আগত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বা পাতলা স্বচ্ছ বস্তুর বেধ নির্ণয়ে উপযোগী এবং ব্যতিচারের একটি গুরুত্বপূর্ণ পরীক্ষা ব্যবস্থা।

9. লয়েডের দর্পণে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি উজ্জ্বল না হয়ে অন্ধকার হয়, কারণ দুটি ব্যতিচারি উৎপন্নকারী রশ্মির একটি লঘুতর মাধ্যম থেকে ঘনতর মাধ্যমে প্রতিফলিত হয়। এক্ষেত্রে প্রতিফলনের ফলে ঐ রশ্মিটির π দশা পার্থক্য ঘটে।

4.9 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. দুটি সুসম্বদ্ধ আলোক উৎসের প্রাবল্যের অনুপাত 64:9 । এই দুটি উৎস থেকে নির্গত আলোক তরঙ্গ ব্যতিচার ঝালর তৈরি করলে সেই ঝালরের উজ্জ্বল ও 'অন্ধকার' ফ্রিঞ্জের প্রাবল্যের তুলনা করুন। এক্ষেত্রে সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বিস্তারের অনুপাত কত?

2. ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষায় 6500Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহার করে উৎস থেকে 120 cm দূরে রাখা পর্দার ওপর ফ্রিঞ্জ পাওয়া গেল। যদি উৎস দুটির মধ্যে দূরত্ব 2mm হয় তাহলে কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ থেকে পর্দার ওপর তৃতীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের দূরত্ব কত?

3. একটি ঘরে দুটি মোমবাতি জ্বলছে। ঘরের দেওয়ালে কি ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ দেখা যাবে? কারণসহ উত্তর লিখুন।

4. ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম পরীক্ষায় একটি রশ্মির পথে পাতলা একটি কাচের পাত রাখায় কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জটি এমন জায়গায় সরে গেল যেখানে আগে পঞ্চম ক্রমের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের অবস্থান ছিল। যদি কাচের প্রতিসরাঙ্ক 1.5 এবং ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য 6000Å হয় তাহলে কাচের পাতের বেধ নির্ণয় করুন।

5. ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম পরীক্ষায় যুগ্ম প্রিজম থেকে রেখাছিদ্র এবং পর্দা উভয়ের দূরত্বই 50.cm রাখা হল। যদি যুগ্ম প্রিজমের প্রিজম কোণ 179^0 এবং তার উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক 1.5 এবং সৃষ্ট ফ্রিঞ্জের বেধ 0.0135 cm হয় ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?

4.10 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1

(4.3) সমীকরণ থেকে আমরা জানি যে দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে প্রাপ্ত লব্ধি প্রাবল্য I হলে,

$$I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2 \text{ যখন } Cos\delta = 1$$

$$I_{min} = \left(\sqrt{I_1} \sim \sqrt{I_2}\right)^2 \text{ যখন } Cos\delta = -1$$

δ হল তরঙ্গদ্বয়ের দশা পার্থক্য

প্রশ্নানুসারে বা $\frac{I_1}{I_2} = 4$ বা $\sqrt{I_1} = 2\sqrt{I_2}$

$$\therefore I_{max} = (2+1)^2 I_2 = 9I_2$$

$$I_{min} = (2-1)^2 I_2 = I_2$$

সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন প্রাবল্যের অনুপাত

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{9I_2}{I_2} = I_{max} : I_{min} = 9:1$$

অনুশীলনী 2

(4.4) সমীকরণের সাহায্যে লব্ধি প্রাবল্যের ব্যঞ্জনা লেখা যায়

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\, Cos\delta$$

δ সেই তরঙ্গদ্বয়ের দশা পার্থক্য যে তরঙ্গ দুটির প্রাবল্য I_1 ও I_2 ।

প্রশ্নানুসারে এক্ষেত্রে I_1 ও I_2 যথাক্রমে I_1 ও $4I_1$

যখন $\delta = \pi$ তখন

$$I = I_1 + 4I_1 + 2\sqrt{I_1 . 4I_1}\, Cos\pi$$

$$= 5I_1 + 2.2I_1(-1)$$

$$= 5I_1 - 4I_1 = I_1$$

সুতরাং লব্ধি প্রাবল্য ক্ষুদ্রতর প্রাবল্যের সমান

যখন $\delta = \pi/2$ তখন

$$I = I_1 + 4I_1 + 2.\sqrt{I_1 . 4I_1}\, Cos\pi/2$$

$$= 5I_1 + 2.2I_1 .0 = 5I_1$$

সুতরাং এক্ষেত্রে লব্ধি প্রাবল্য, প্রাবল্য দুটির যোগফলের সমান।

অনুশীলনী 3

আমরা জানি যে দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষার ক্ষেত্রে ফ্রিঞ্জের প্রস্থ β হলে $\beta = \frac{D\lambda}{d}$

এখানে D = 0.60m = 60cm

d = 3mm = 0.3cm , λ = 590nm = 5900 $\mathring{A}$ = $5900 \times 10^{-8} \times$ cm

$$\therefore \beta = \frac{60 \times 5900 \times 10^{-8}}{0.3} = \frac{6 \times 59 \times 10^{-4}}{3} \text{ cm}$$

$$= 118 \times 10^{-4} \text{cm} = 1.18 \times 10^{-2} \text{cm}$$

অনুশীলনী 4

(4.15) সমীকরণ থেকে আমরা দেখেছি ফ্রিঞ্জের সরণের পরিমাণ y হলে

$$y = \frac{\beta}{\lambda}(\mu - 1)t$$

যেখানে β = ফ্রিঞ্জের প্রস্থ, λ তরঙ্গদৈর্ঘ্য,

$t = 7 \times 10^{-6} \text{m} = 7 \times 10^{-4} \text{cm}$

এক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জ সরে গেছে ষষ্ঠ ফ্রিঞ্জের জায়গায়

$\therefore$ ফ্রিঞ্জের সরণ ছ'টি ফ্রিঞ্জের প্রস্থের সমান।

$\therefore$ অর্থাৎ $y = 6\beta$ । $6^{\beta} = \dfrac{\beta}{6300 \times 10^{-8}}(\mu - 1)(7 \times 10^{-4})$

$\therefore\ 6 \times 63 = 7(\mu - 1) \times 10^{2}$

$\therefore\ \mu = 1.54$

অনুশীলনী 5

এখানে $\alpha = 1^{0}30' = \dfrac{1.5 \times \pi}{180} \text{rad} = \dfrac{\pi}{120} \text{radian}$

সুতরাং দুটি সুসম্বদ্ধ উৎসের মধ্যে দূরত্ব d হলে,আমরা জানি $d = 2a(\mu - 1)\alpha$

এখানে $\mu = 1.52$, a = যুগ্ম প্রিজম ও উৎসের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 20cm

$$\therefore d = 2(20)(1.52 - 1) \times \frac{\pi}{120} = 0.544 \text{cm}$$

কিন্তু ফ্রিঞ্জের প্রস্থ $\beta = \dfrac{D\lambda}{d}$

এখানে D = (20+80)cm = 100cm $\lambda = 6563\mathring{A} = 6563 \times 10^{-8} \text{cm}$

$$\therefore \beta = \frac{100 \times 6563 \times 10^{-8}}{0 \cdot 544} \text{cm} = 0.0121 \text{cm} ।$$

সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. প্রশ্নানুসারে $I_1 : I_2 = 64 : 9$

$\therefore I_1/I_2 = 64/9 \therefore I_1 = \frac{64}{9} I_2$

$\therefore$ লব্ধি প্রাবল্য $\quad I = \frac{64}{9} I_2 + I_2 + 2\sqrt{\frac{64}{9} I_2 \cdot I_2} \operatorname{Cos}\delta$

সর্বোচ্চ প্রাবল্য I_{max} পাওয়া যায় যখন $\operatorname{Cos}\delta = 1$

$\therefore I_{max} = \left(\frac{64}{9} + 1 + 2.\frac{8}{3}\right) I_2 = \frac{121}{9} I_2$

সর্বেনিম্ন প্রাবল্য I_{min} পাওয়া যায় তখন $\operatorname{Cos}\delta = -1$

$\therefore I_{min} = \frac{64}{9} I_2 + I_2 - 2\sqrt{\frac{64}{9} I_2 . I_2}$

$= \left(\frac{64}{9} + 1 - 2 \times \frac{8}{3}\right) I_2 = \frac{25}{9} I_2$

$\therefore \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{121}{25}$

2. ইয়ং এর দ্বিরেখাছিদ্র পরীক্ষার ক্ষেত্রে আমরা জানি যে যদি m কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ থেকে m তম উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের দূরত্ব x হয় তবে আমরা লিখতে পারি

$$x_m = \frac{D}{d} m\lambda$$

$d \rightarrow$ উৎসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং D হচ্ছে উৎস থেকে পর্দার দূরত্ব (উৎস দ্বয়ের সংযোগকারী রেখা থেকে পর্দার লম্ব দূরত্ব)

প্রশ্নানুসারে m=3 এবং $\lambda = 6000 \mathring{A}$, $D = 120cm$
এবং $d = 2mm = 0.2cm$

$\therefore x_3 = \frac{120 \times 3}{0.2} \times 6000 \times 10^{-8} cm = 1.08 \times 10^{-1} cm$

$= 0.108cm$

3. দুটি জ্বলন্ত মোমবাতি ভিন্ন দুটি উৎস। এই দুটি উৎস থেকে আগত আলো দেওয়ালের ওপর পড়বে ঠিকই এবং আলোক তরঙ্গের উপরিপাতও ঘটবে কিন্তু উৎস দুটি সুসম্বদ্ধ না হওয়ায় স্থায়ী ব্যতিচার ঘটবে না, ফলে ঘরের দেওয়ালে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ দেখা যাবে না।

4. আমরা (4.15) সমীকরণ থেকে পাই ফ্রিঞ্জের সরণ y হলে, $y = \frac{\beta}{\lambda}(\mu - 1)t$ এখানে $\beta =$ ফ্রিঞ্জের প্রস্থ, t পাতের বেধ ও μ পাতের উপাদানের প্রতিসরাঙ্ক। প্রশ্নানুসারে ফ্রিঞ্জ ব্যবস্থায় সরণ ফ্রিঞ্জের বেধের 5 গুণ। অতএব

লেখা যায় যে

$$y = 5\beta = \frac{\beta}{\lambda}(\mu - 1)t$$

$$\therefore t = \frac{5\lambda}{(\mu - 1)} = \frac{5 \times 6000 \times 10^{-8}}{1.5 - 1}\,\text{cm}$$

$$= \frac{5 \times 6 \times 10^{-5}}{5}\,\text{cm} = 6 \times 10^{-4}\,\text{cm} = 6 \times 10^{-6}\,\text{m}$$

এই বেধকে 6μm (মাইক্রোমিটার) বা 6micron বলা যায়।

5. যুগ্ম প্রিজমের স্থূলকোণটি 179^0

$\therefore$ সূক্ষ্মকোণ দুটির সমষ্টি $= 180^0 - 179^0 = 1^0$

$$\therefore \text{সূক্ষ্মকোণ } \alpha = \frac{1}{2}^0 = 0.5^0 = 0.5 \times \frac{\pi}{180}\,\text{rad}$$

উৎসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $d = 2a\alpha(\mu - 1)$

এখানে যুগ্ম প্রিজম ও উৎসের মধ্যবর্তী দূরত্ব $a = 50\text{cm}$

$$\therefore d = 2(50)\frac{\pi \times (.5)}{180}(1.5 - 1)$$

$$= \frac{25\pi}{180}\,\text{cm}$$

ফ্রিঞ্জের প্রস্থ $\beta = \frac{D\lambda}{d}$

এখানে D = উৎস থেকে পর্দার দূরত্ব = (50+50)cm

= 100cm

এবং $\beta = 0.0135\text{cm}$

$$\therefore \lambda = \frac{d\beta}{D} = \frac{\frac{25\pi}{180} \times .0135}{100}\,\text{cm}$$

$$= 5891 \times 10^{-8}\,\text{cm} = 5891\,\overset{0}{\text{A}}$$

একক 5 ❑ বিস্তার বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার

গঠন

5.1 প্রস্তাবনা

একক-4 এ আমরা তরঙ্গমুখ বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার ঘটার বিষয়ে জেনেছি। কীভাবে তরঙ্গমুখ বিভাজন করা হয় এবং ফলে কীভাবে দুটি সুসম্বদ্ধ তরঙ্গ-উৎস উৎপন্ন হয় তাও আমরা জেনেছি। কিন্তু তরঙ্গবিস্তার বিভাজন বলতে আমরা কী বুঝব?

আমরা জানি প্রতিফলিত আলোকরশ্মির তীব্রতা আপতিত আলোক রশ্মির তীব্রতা অপেক্ষা অনেক কম। আমরা এও জানি, আলোর তীব্রতা তার তরঙ্গ বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। অতএব বলা যায় প্রতিফলিত আলোর তরঙ্গ-বিস্তার আপতিত আলোর তরঙ্গ-বিস্তার অপেক্ষা কম। এর কারণ কিছুটা আলো প্রতিসারক মাধ্যমে প্রবেশ করে। অর্থাৎ আপতিত আলোক তরঙ্গের বিস্তার বিভাজিত হয়ে প্রতিফলিত তরঙ্গ ও প্রতিসৃত তরঙ্গ উৎপন্ন করে। এই দুই তরঙ্গের উপরিপাত ঘটিয়ে ব্যতিচার সংঘটিত হতে পারে দুটি শর্তে ঃ 1) তাদের মধ্যে সৃষ্ট পথ-পার্থক্য সুসম্বদ্ধ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা কম হবে এবং 2) উভয় তরঙ্গের তীব্রতার পার্থক্য নগণ্য হবে।

সাবানের বুদ্‌বুদের উপর সূর্যালোক পড়লে আমরা যে বর্ণালি দেখতে পাই, অথবা বৃষ্টিধোয়া রাস্তায় ইতস্তত জমা জলের উপর পাতলা তেলস্তরে যদি সূর্যালোক আপতিত হয় তখনও আমরা যে বর্ণালি দেখি তা হল বিস্তার বিভাজন দ্বারা সৃষ্ট ব্যতিচারের ফল।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করার পর আপনারা যা যা জানবেন তা হ'ল

- আলোক রশ্মির প্রতিফলনে কেন পরিবর্তন ঘটে
- পাতলা ঝিল্লিতে কেন বর্ণালি সৃষ্টি হয়
- কীলকাকৃতির ঝিল্লিতে উৎপন্ন ব্যতিচার নকশার গঠন ও অবস্থান
- নিউটনের বলয় কী এবং এর সাহায্যে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য নির্ণয়
- কাকে বলে সমবেধের ব্যতিচার নকশা এবং কাকে বলে সমনতির ব্যতিচার নকশা
- কী ভাবে প্রতিফলনহীন বিভেদতল গঠন করা যায়
- মাইকেলসন ইনটারফেরোমিটার-এর গঠন ও ব্যবহার।

5.2 প্রতিফলনে দশার পরিবর্তন ঃ স্টোক্‌স্‌-এর বিশ্লেষণ

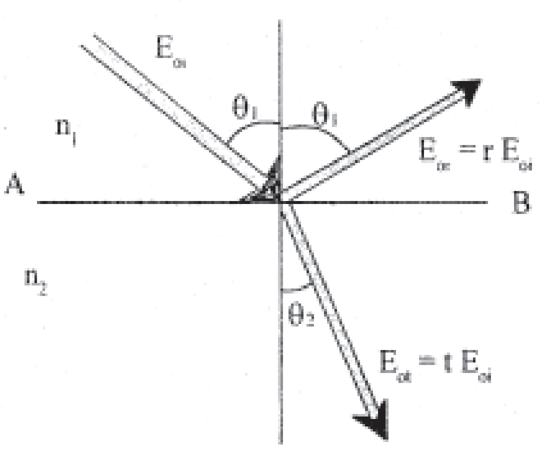
তরঙ্গমুখ-বিভাজন পদ্ধতিতে ব্যতিচার এর তীব্রতা বণ্টন ব্যাখ্যা করতে গিয়ে (একক-4) উপরিপাতিত তরঙ্গ দ্বয়ের পথ-পার্থক্য থেকে দশা-পার্থক্য নির্ণয় করা হয়েছে। কিন্তু যখন লয়েড-দর্পণের ব্যতিচার তীব্রতা ব্যাখ্যা করা হয় তখন বলা হল আলোক তরঙ্গ দর্পণে প্রতিফলিত হলে হঠাৎই প্রতিফলিত দশা তরঙ্গের পরিবর্তন হয়।

আমরা প্রস্তাবনায় জেনেছি যে বিস্তার-বিভাজন ঘটে মাধ্যমের বিভেদ-তলে প্রতিফলন ও প্রতিসরণের দরুন। তাই আমরা জানবো কীভাবে প্রতিফলনে দশা-পরিবর্তন ঘটে। বৃটিশ বিজ্ঞানী স্যার জর্জ গাব্রিয়েল স্টোক্‌স্‌ (1819–1903) প্রদত্ত বিশ্লেষণ থেকে এই দশা পরিবর্তনের ঘটনাটিকে আমরা বুঝে নেবো।

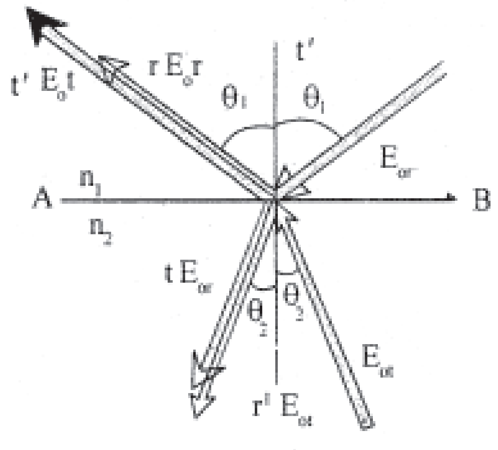
আমরা এখানে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ রূপে আলোককে বিবেচনা করব। এই তরঙ্গের বৈদ্যুতিক সরণ-ভেকটর-$\vec{E}$ কে আলোকের কারণ হিসেবে ধরা হয়। লেখা হয় $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)$

যেখানে $\vec{E}_0$ = বৈদ্যুতিকসরণ ভেক্টরের বিস্তার, $\vec{r}$ = যে স্থানে তরঙ্গকে বিবেচনা করা হচ্ছে তার স্থান ভেক্টর এবং $\vec{k}$ = তরঙ্গ ভেক্টর বা বিস্তারণ (Propagation) ভেক্টর, যে দিকে তরঙ্গ গমন করে $\vec{k}$ সেই দিক নির্দেশ করে; এটি তরঙ্গ মুখের অভিলম্ব ভেক্টর।

অতএব তরঙ্গ বিস্তার $|\vec{E}_0|$ কে বিভাজিত করে পাওয়া যাবে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গের বিস্তার।



চিত্র- 5.1a আপতিত তরঙ্গের প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গে বিভাজন।



চিত্র- 5.1b বিভাজিত প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গের প্রত্যাবর্তন দ্বারা বিপরীতগামী আপতন তরঙ্গ সৃষ্টি।

দুটি পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম (প্রতিসরাংক n_1 ও n_2) AB বিভেদতলে মিলিত হয়েছে। n_1 প্রতিসরাংকের মাধ্যমে E_{oi} বিস্তারের আলোক তরঙ্গ θ_1 কোণে আপতিত হলে θ_1 কোণে E_{or} বিস্তারের প্রতিফলিত তরঙ্গ এবং θ_2 কোণে E_{ot} বিস্তারের প্রতিসৃত তরঙ্গ উৎপন্ন হবে। যদি r ও t যথাক্রমে প্রতিফলন গুণাংক ও উত্তরণ গুণাংক হয় এবং অন্যকোন ভাবে আলোর শোষণ না ঘটে তবে [চিত্র-5.1a]

$E_{or} = r\,E_{oi}$ এবং $E_{ot} = t\,E_{oi}$. ....(5.1a)

আলোক নীতি (Principle of reversibility) অর্থাৎ আলোকে বিপরীত দিকে ফেরত পাঠালে সে তার অতিক্রান্ত পথকে বিপরীত দিকে অনুসরণ করে। চিত্র-5.1b আলোর প্রত্যাবর্তনের নীতিকে ব্যাখ্যা করছে। এবার দুটি আপতন তরঙ্গ দুটি ভিন্ন মাধ্যমের বিভেদ তলে আপতিত হচ্ছে। n_1 প্রতিসরাংকের মাধ্যম থেকে n_2 প্রতিসরাংকের মাধ্যমের বিভেদ তলে প্রতিফলন ও প্রতিসৃত গুণাংক r এবং t কিন্তু n_2 প্রতিসরাংকের মাধ্যম থেকে n_1 প্রতিসরাংকের মাধ্যমের বিভেদতলে আপতন হলে প্রতিফলন ও উত্তরণ গুণাংক যথাক্রমে r' ও t' অতএব বিপরীতগামী E_{or}-এর প্রতিফলন বিস্তার ও উত্তরণ বিস্তার যথাক্রমে

$$\left. \begin{array}{l} r\,E_{or} = r\,r\,E_{oi} = r^2\,E_{oi} \\ \text{এবং } t\,E_{or} = tr\,E_{oi} \end{array} \right\} \quad ....(5.1b)$$

আবার বিপরীতগামী E_{ot} এর উত্তরণ ও প্রতিফলন বিস্তার হবে যথাক্রমে

$$\left.\begin{aligned} t^1 E_{ot} &= t^1 t\, E_{oi} \\ r^1 E_{ot} &= r^1 t\, E_{oi} \end{aligned}\right\} \qquad ....(5.1c)$$

অতএব n_1 মাধ্যমে আলোর লব্ধিবিস্তার হবে

$$r E_{or} + t^1 E_{ot} = (r^2 + tt^1) E_{oi}$$

আবার n_2 মাধ্যমে আলোর মোট বিস্তার হবে

$$t E_{or} + r^1 E_{ot} = (t r + r^1 t) E_{oi}$$

চিত্র (5.1a) ও (5.1b) তুলনা করলে লেখা যায়

$$(r^2+tt^1) E_{oi} = E_{oi} \qquad .... (5.1d)$$

এবং $$(tr + r^1 t) E_{oi} = 0 \qquad ....(5.1e)$$

এবং যেহেতু $E_{oi} \neq 0$,অতএব (5.1d) এবং (5.1e) থেকে যথাক্রমে পাওয়া যায়, $tt^1 = 1-r^2$(5.2a)

এবং $r^1 = -r$ ....(5.2b)

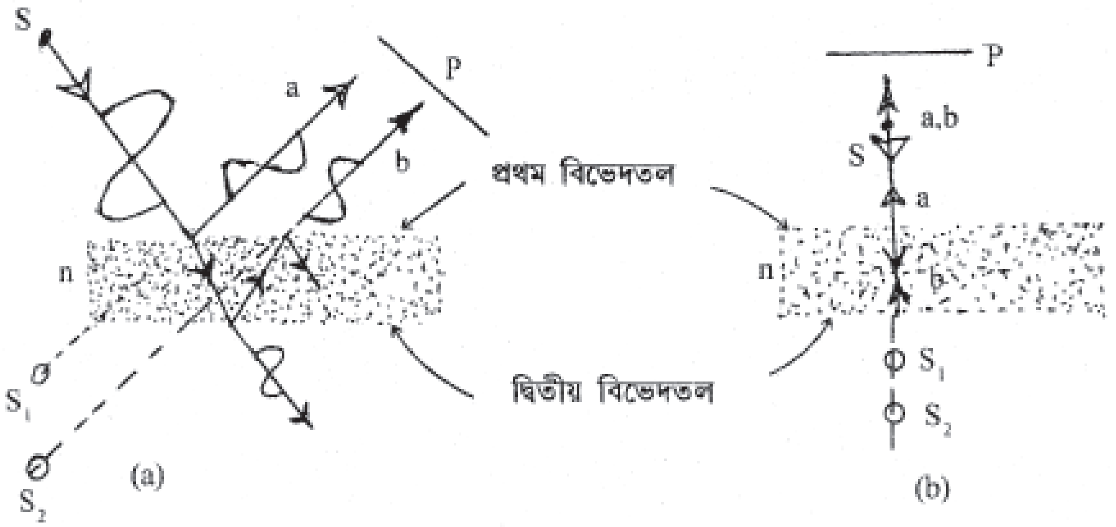
(5.2a) ও (5.2b) সমীকরণ দ্বয়কে বলে স্টোকসের সমীকরণ বা স্টোকস্-এর সম্পর্ক সমীকরণ (Stokes' relations) (5.2b) সম্পর্ক থেকে বলা যায় আলোক রশ্মি বিভেদতলের উভয় পার্শ্বে প্রতিফলিত হলে দুই প্রতিফলিত রশ্মির মধ্যে বিপরীত দশা-পার্থক্য অর্থাৎ π বা 180^0 দশা-পার্থক্য সৃষ্টি হয়। প্রশ্ন হল এই দশা পরিবর্তন কোন্ মাধ্যমে আলোকরশ্মির প্রতিফলনের জন্য ঘটেছে। কোন একটা রশ্মির না উভয় রশ্মির প্রতিফলনের ক্ষেত্রে এই দশা পরিবর্তন ঘটেছে? আমরা পূর্বের এককে লয়েডের দর্পণ পরীক্ষায় জেনেছি যে আলোক তরঙ্গ ঘনতর মাধ্যম থেকে প্রতিফলিত হলে তরঙ্গটির π দশা পরিবর্তন ঘটে। অতএব সমীকরণ (5.2b) থেকে বলা যায় যে লঘুতর মাধ্যমে প্রতিফলনের জন্য কোন আলোক তরঙ্গের হঠাৎই π দশা পরিবর্তন ঘটেনা। দ্বিতীয় সম্পর্কটি আরো একটা বিষয় সম্পর্কে আমাদের অবহিত করে। তা' হল- r^0 ও r^1 এর মান সমান। অর্থাৎ যে কোন দুই মাধ্যমের বিভেদ তলে প্রতিফলন গুণাংকের মান উভয় মাধ্যমেই সমান।

5.3 সমান্তরাল ঝিল্লি কর্তৃক ব্যতিচার ঃ আপতিত তরঙ্গমুখ সমতল [Interference by parallel film: plane incident wave]

ঝিল্লি হলো স্বচ্ছ পাতলা পাত যার মাধ্যম হল পরাবৈদ্যুতিক। যে সব ঝিল্লিতে ব্যতিচার পরিলক্ষিত হয় তার বেধ সংশ্লিষ্ট আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের থেকে কমও হতে পারে আবার কয়েক সেমি পুরু ফলকও হতে পারে। তবে পাতলা ঝিল্লি বলতে এমন পরাবৈদ্যুতিক পাতকে বোঝাবে যার বেধ ব্যতিচারের আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে তুলনীয়। সমান্তরাল ঝিল্লি বলতে বোঝাবে যার বেধ সর্বত্র সমান।

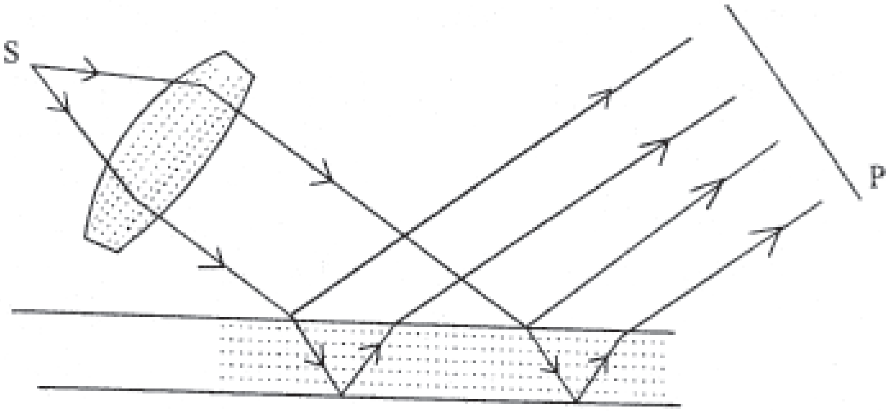
আমরা যদিও এই অনুচ্ছেদে সমান্তরাল ঝিল্লি কর্তৃক ব্যতিচার আলোচনা করব বলেছি, কিন্তু প্রথমেই আমরা দেখব যে ঝিল্লিতে আপতিত আলোক তরঙ্গ যদি সমতল হয় (plane wave) তবে আদৌ কোন ব্যতিচার নকশা সৃষ্টি হবে না। এবং এর পর দেখব যে যদি আলোক তরঙ্গ বিন্দু উৎস জাত হয় অথবা ঝিল্লি যদি অসমতল বা কীলকাকৃতির হয় তবে ব্যতিচার নকশা পাওয়া যাবে। অবশ্য কীলকাকৃতির ঝিল্লির ক্ষেত্রে সমতল তরঙ্গেও ব্যতিচার নকশা দৃষ্টি গ্রাহ্য হয় বা ফটো-ফিলমে ধরা যায়।

আমরা বলেছি, সমান্তরাল ঝিল্লিতে সমতল তরঙ্গ আপতিত হলে ব্যতিচার নকশা গঠিত হয় না। কিন্তু প্রতিটি আলোক রশ্মি থেকে বিস্তার বিভাজনের ফলে ব্যতিচার ঘটে। প্রশ্ন হল ঝিল্লিতে কী ভাবে ব্যতিচার ঘটে?



চিত্র ঃ 5.2 কীভাবে ঝিল্লিতে ব্যতিচার হয়।

n প্রতিসরাংকের সমান্তরাল ঝিল্লির প্রথম বিভেদতলে আলোক রশ্মি আপতিত হয়ে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত হয়। প্রতিসৃত আলোকরশ্মি ঝিল্লির দ্বিতীয় বিভেদ তলে প্রতিফলিত হয়ে প্রথম বিভেদতলে পুনরায় আপতিত হয়। এই রশ্মির কিছু অংশ ঝিল্লি থেকে প্রতিসৃত হয় এবং বাকি অংশ পুনঃ পুনঃ উভয় বিভেদতলে প্রতিফলিত হতে থাকে। যদি ঝিল্লির প্রথম ও দ্বিতীয় তলে প্রতিফলন গুণাংক কম হয় তবে দ্বিতীয় প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা নগণ্য হয়ে পড়ে। ফলে ধরে নেওয়া যায় যে ঝিল্লির প্রথম ও দ্বিতীয় বিভেদতলে প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয় a ও b হল ঝিল্লির দ্বারা বিস্তার বিভাজনের ফলে উৎপন্ন তরঙ্গ বা রশ্মি। মনে হয় যেন রশ্মিদ্বয় সুসম্বদ্ধ উৎসদ্বয় s_1 ও s_2 [যা কিনা Sএর প্রতিবিম্ব] হতে আসছে। যদি a ও b রশ্মিকে P ফটো ফিল্মের উপর উত্তল লেন্স দ্বারা অভিসৃত করা যায় তবে তারা চরম বা অবম ব্যতিচার সৃষ্টি করবে বিশেষ শর্ত পূরণ হলে অথবা, আমরা যদি a ও b এর গমন পথে চোখ স্থাপন করি যেন অসীমে চোখটি তবে রেটিনার উপর তারা অভিসৃত হবে। ফলে আমরা ঝিল্লিকে অন্ধকার বা উজ্জ্বল দেখব নির্দিষ্ট শর্ত সাপেক্ষে। আসলে একটা মাত্র রশ্মির সাহায্যে কোন কিছু দেখা যায় না। তাই আমরা একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি যদি ঐ ঝিল্লির উপর আপতিত করি তবে প্রতিটি রশ্মি থেকে বিস্তার-বিভাজন-জাত রশ্মি দ্বয়ের ব্যতিচার হবে।

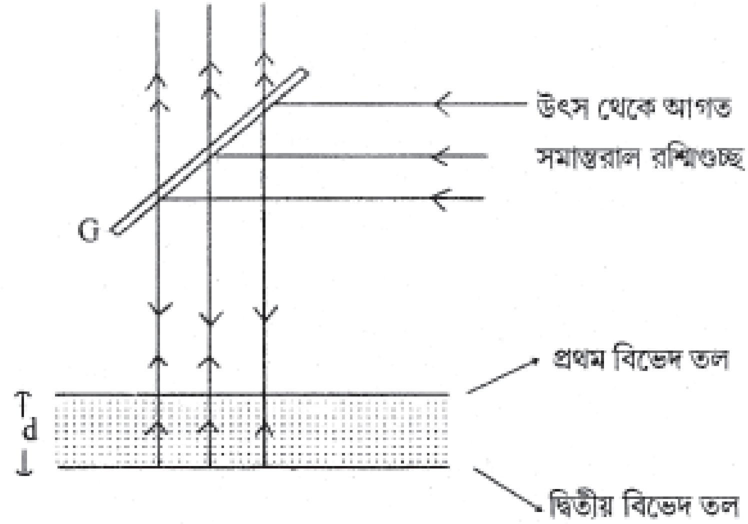


চিত্র 5-3 ঃ আপতিত সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছের কোন পাতলা ফিল্ম বা ঝিল্লিতে প্রতিফলনে ব্যতিচার।

(চিত্র 5.3)। অতএব সব প্রতিফলিত রশ্মিগুলি হয় গঠনমূলক অথবা ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার সৃষ্টি করবে। উভয় ক্ষেত্রে ফটো ফিল্মের (P) উপর বা চোখের রেটিনার উপর সুষম তীব্রতার ঝিল্লির ছবি গঠিত হবে বা সুষম তীব্রতার ঝিল্লি দেখা যাবে। যদি দুই প্রতিফলিত রশ্মি সমদশায় মিলিত হয় তবে সুষম তীব্রতার উজ্জ্বল ঝিল্লির ছবি গঠিত হবে বা দেখা যাবে, বিপরীত দশায় মিলিত হলে অন্ধকার ঝিল্লির ছবি গঠিত হবে যা দেখা যাবে না। কিন্তু কখনই ঝিল্লির উপর উজ্জ্বল ও অন্ধকার ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে না।

কীভাবে বিস্তার বিভাজনে ব্যতিচার সৃষ্টি হয় তার গাণিতিক বিশ্লেষণ করা যাক পরবর্তী অনুচ্ছেদে

5.3.1 ঝিল্লির উপর অভিলম্বভাবে আপতনের জন্য ব্যতিচার শর্ত



চিত্র 5.4 ঃ সমান্তরাল ঝিল্লিতে সমতল তরঙ্গের অভিলম্ব আপতনে ব্যতিচার।

যদি একটি সমতল তরঙ্গ কোণ 'd" সুষম বেধের সমান্তরাল ঝিল্লি বা পাতলা ফলকের (Thin plate) ওপর অভিলম্বভাবে আপতিত হয় তবে ঝিল্লির উপরিতল থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গ ঝিল্লির নীচের তল থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গের সঙ্গে ব্যতিচার উৎপন্ন করে। এই ব্যতিচার নকশার বিষয়েই আমরা আলোচনা করব।

ব্যতিচার নকশা নিরীক্ষণ করতে গিয়ে আপতিত সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ যাতে বাধা প্রাপ্ত না হয় সেইজন্য আমরা একটি আংশিক প্রতিফলনী ফলক (Partially reflecting plate) G ব্যবহার করব। এই ব্যবস্থার ফলে রশ্মিগুচ্ছ যাতে সরাসরি ফটোপ্লেট P (অথবা চোখ) এর ওপর গিয়ে না পড়ে তা সুনিশ্চিত হবে। এই সমতল তরঙ্গ পাওয়া যাবে যদি কোন সূচিছিদ্রকে একটি লেন্সের ফোকাস বিন্দুতে রাখা হয়। ফলক G সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছকে প্রতিফলিত ক'রে ঝিল্লির উপর আপতিত করে। এই রশ্মিগুচ্ছ অংশত প্রথম ও দ্বিতীয় বিভেদতল থেকে প্রতিফলিত হয়ে P ফটোফিল্ম -এ পৌঁছায় (চিত্র- 5.4)। যদি ঝিল্লির পদার্থের প্রতিসরাংক n হয় তবে ঝিল্লির নীচের তল থেকে প্রতিফলিত রশ্মি উপরের তল থেকে প্রতিফলিত রশ্মির চেয়ে যে অতিরিক্ত পথ অতিক্রম করে তা হল

$$\Delta' = 2nd$$

যদি আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ হয় তবে সংশ্লিষ্ট দশাপার্থক্য হবে

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2nd$$

আমরা স্টোক্‌সের বিশ্লেষণ থেকে দেখেছি যে যদি ঝিল্লিটি বায়ুর মধ্যে অবস্থান করে তবে উপরের তলে প্রতিফলিত রশ্মির π দশা পরিবর্তন ঘটে। অতএব P ফটোফিল্মে উপস্থিত প্রতিজোড়া প্রতিফলিত রশ্মির দশা পার্থক্য

$$\delta = \frac{4n\pi d}{\lambda} \pm \pi$$

দশা পার্থক্যের $\pm$ চিহ্ন গুরুত্বপূর্ণ কিছু নয়। উভয় চিহ্ন একই দশা-পার্থক্য সূচিত করে। তাই সুবিধার জন্য কেবল ঋণাত্মক চিহ্নটি গ্রহণ করব। অর্থাৎ দশা পার্থক্য হবে

$$\delta = \frac{4n\pi d}{\lambda} - \pi$$

এই অবস্থায় কার্যকরী পথ পার্থক্য হল

$$\Delta = \frac{\lambda}{2\pi} \times \delta = 2nd - \frac{\lambda}{2},$$

এই পথ পার্থক্য $\Delta = 2m\times\frac{\lambda}{2}$ হলে, গঠনমূলক বা চরম ব্যতিচার হবে। এখানে $m=0,1,2.......$ ইত্যাদি।

সেক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারব $2nd-\frac{\lambda}{2} = 2m\times\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2nd = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

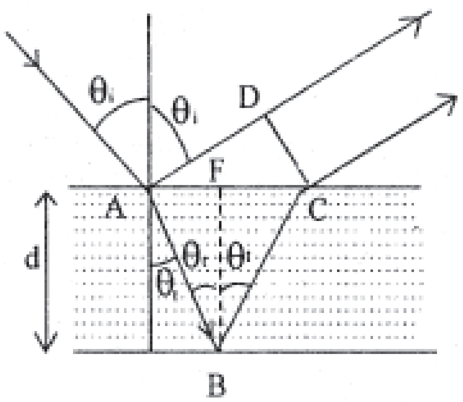
$$m=0,1,2 \qquad \text{...........(5.3)}$$

অর্থাৎ সমীকরণ (5.3) হবে চরম ব্যতিচারের শর্ত। কিন্তু যদি $\Delta = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$ হয়, যেখানে $m=1,2,3....$ ইত্যাদি, তবে বিনাশী বা অবম ব্যতিচার হবে।

অর্থাৎ $2nd - \frac{\lambda}{2} = (2m-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2nd = 2m\times\frac{\lambda}{2} = m\lambda\ ;\ m=1,2,3$ ....(5.4)

সমীকরণ (5.4) হল বিনাশী ব্যতিচারের শর্ত।

যদি আমরা কোন ফটোপ্লেট P স্থাপন করি (চিত্র 5.4) তা হ'লে প্লেটটি সুষমভাবে দীপ্ত হবে। প্লেটটি অন্ধকার হবে যখন $2nd = m\lambda$, যেখানে $m= 1,2$ এবং উজ্জ্বল হবে যখন $2nd = (2m+1) = \frac{\lambda}{2}$, যেখানে, $m= 0,1,2....$। ফটোপ্লেটের বদলে ওপর থেকে খালি চোখে ঝিল্লিকে দেখার চেষ্টা করলে ঝিল্লি সুষমভাবে দীপ্ত মনে হবে। এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে ঝিল্লির ওপর ও নীচের তল দুটি থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গের বিস্তার সাধারণত কিছুটা



চিত্র ঃ 5-5 সমান্তরাল ঝিল্লিতে সমতল তরঙ্গের তির্যক আপতনে ব্যতিচার।

আলাদা হবে এবং সেজন্য ব্যতিচার সম্পূর্ণ বিনাশী হবে না, তবে ঝিল্লির মাধ্যম ও তার নিম্ন তলের সংলগ্ন মাধ্যমের প্রতিসরাংক দুটি যথাযথভাবে বেছে নিতে পারলে বিস্তার দুটিকে প্রায় সমানই করা সম্ভব।

5.3.2 ঝিল্লির উপর সমতল তরঙ্গের তীর্যক আপতনের জন্য ব্যতিচারের শর্ত

বায়ুমাধ্যম থেকে ঝিল্লির ওপর তির্যকভাবে আপতিত আলোক রশ্মি A বিন্দুতে বিস্তার বিভাজিত হওয়ার পর ঝিল্লির মধ্যে প্রতিসৃত রশ্মি AB যখন তার দ্বিতীয় বিভেদ তলে B বিন্দুতেপ্রতিফলিত হয়ে ঝিল্লির প্রথম তলের C বিন্দুতে প্রতিসৃত হয় তখন সেটি প্রথম তলে প্রতিফলিত রশ্মির সমান্তরালে নির্গত হয় (চিত্র 5.5)। AC-র ওপর BF লম্ব টানা হল। এখানে BF=d এবং $\angle ABF = \angle FBC = Q_t$

সমতল তরঙ্গমুখের ক্ষেত্রে C ও D একই তলে কিন্তু ভিন্ন দশায়। তাদের আলোকীয় পথ পার্থক্য

$$\Delta' = n\,(AB+BC) - AD \qquad ......(5.5a)$$

যেখানে n= ঝিল্লি মাধ্যমের প্রতিসরাংক, যদি ঝিল্লির বেধ d হয় তবে

$$AB = \frac{d}{\cos_t} = BC \qquad ....(5.5b)$$

এবং $AD = AC\,Cos\,(90^0 - \theta_i) = AC\sin\,\theta_i$ ....(5.5c)

এখানে θ_i ও θ_t যথাক্রমে আপতন ও প্রতিসরণ কোণ

কিন্তু $AC = AF + FC = 2BF\tan\theta_t = 2d\tan\,\theta_t$ ....(5.5d)

এবং $Sin\theta_i = n\,Sin\theta_t$ ....(5.5e)

সমীকরণ (5.5b) এবং (5.5c) ব্যবহার করে (5.5a) থেকে
আমরা পাই

$$\Delta' = \frac{2nd}{\cos\theta_t} - ACSin\theta_i$$

(5.5d) এবং (5.5e) সমীকরণ থেকে Ac -এবং $Sin\theta_i$ মান -এর বসিয়ে লেখা যায়

$$\Delta' = \frac{2nd}{\cos\theta_t} - \frac{2nd\sin^2\theta_t}{\cos\theta_t}$$

$$= \frac{2nd}{\cos\theta_t}(1-\sin^2\theta_t) = 2nd\cos\theta_t$$

অতএব সংশ্লিষ্ট দশা পার্থক্য হবে

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta'$$

কিন্তু বায়ুতে রাখা ফলক বা ঝিল্লির ক্ষেত্রে যেহেতু দুই প্রতিফলিত রশ্মির মধ্যে একটা π দশা পার্থক্য সৃষ্টি হয়, তাই প্রকৃত দশাপার্থক্য হবে

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta' \pm \pi$$

যেহেতু ± চিহ্ন একই দশা পার্থক্য সূচিত করে; আমরা সুবিধার জন্য লিখব

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta' - \pi$$

অথবা পথপার্থক্য হবে

$$\Delta = \frac{\lambda}{2\pi}\delta = \Delta' - \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta = 2nd\cos\theta_t - \frac{\lambda}{2} \qquad .....(5.5f)$$

এই Δ যখন $\frac{\lambda}{2}$ এর যুগ্ম গুণিতক অর্থাৎ যখন

$\Delta = 2m\times\frac{\lambda}{2} = m\lambda$, যেখানে $m = 0,1,2$ .....(5.5g)

তখন চরম বা গঠন মূলক ব্যতিচার উৎপন্ন হবে। অতএব সমীকরণ (5.5f) এবং (5.5g) থেকে আমরা পাই

$$2nd\cos\theta_t = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

অথবা, $2nd\cos\theta_t = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ ......(5.6a)

সমীকরণ (5.6a) হল চরম ব্যতিচারের শর্ত।

কিন্তু যখন $\Delta = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$, $m = 1,2,3$ ....(5.6b)

তখন হবে অবম বা বিনাশী ব্যতিচার। অতএব, অবম ব্যতিচারের শর্ত হল

$2nd\cos\theta_t = m\lambda$ ....(5.6c)

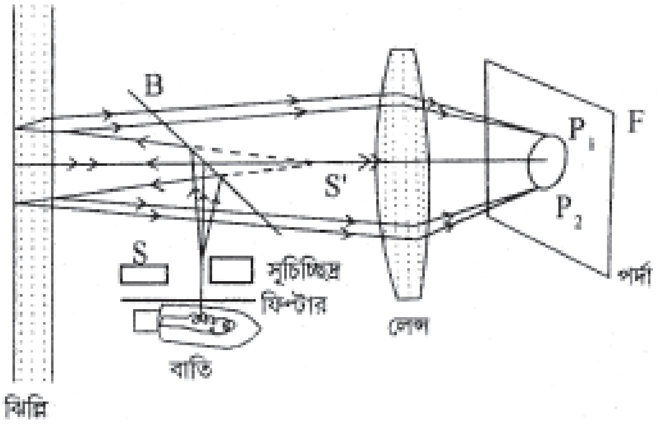
প্রতিফলিত রশ্মি দুটির বিস্তার সমান বা প্রায় সমান হলে এ ক্ষেত্রে বিনাশী ব্যতিচার পাওয়া যাবে।

মন্তব্য ঃ সমীকরণ (5.3) ও(5.4) -এ d ধ্রুবক। নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর ঝিল্লির উপর অভিলম্ব অতএব আপতনের ক্ষেত্রে চরম বা অধম ব্যতিচার নির্ভর করবে d এর মানের উপর নির্দিষ্ট প্রতিসরাংকের ঝিল্লির ক্ষেত্রে। ঝিল্লির যে অঞ্চল থেকেই আলো আসুক, সেই অঞ্চলকে তাই অন্ধকার (অবম ব্যতিচার হলে) বা উজ্জ্বল (চরম ব্যতিচার হলে) দেখাবে। অর্থাৎ কোনরূপ ব্যতিচার নকশা তৈরি হবে না। কিন্তু যদি ঝিল্লির বেধ d পরিবর্তনশীল

হয় (যেমন, কীলকাকার ঝিল্লি) তা হলে ফটো ফিল্মে বা চোখে যে অঞ্চল থেকে আলো আসবে সেই অঞ্চলে পরিবর্তনশীল বেধ 'd'-এর মানের ওপর নির্ভর করে চরম বা অবম ব্যতিচার সৃষ্টি হবে বা দৃষ্টিগোচর হবে। অর্থাৎ পরিবর্তনশীল বেধের ঝিল্লিতে সমতল তরঙ্গ ব্যতিচার নকশা গঠন করে।

অন্যদিকে (5.6a) ও (5.6c) সমীকরণে দেখা যায় নির্দিষ্ট তরঙ্গের আলোর নির্দিষ্ট প্রতিসরাংকের ঝিল্লির উপর আপতনে চরম বা অবম ব্যতিচার ঝিল্লির বেধ এবং আপতন কোণ তথা প্রতিসরণ কোণ এই উভয় রাশির উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ যদি ঝিল্লির বেধ স্থির থাকে (সমান্তরাল ঝিল্লি) তা হলে কোন বিস্তৃত আলোক উৎস থেকে নির্গত আলোর ঝিল্লির উপর বিভিন্ন কোণে আপতিত হওয়ার ফলে যেসব বিন্দু থেকে নির্গত আলোক রশ্মি সমূহ একই θ_1 কোণে আপতিত হয় তারা ফটোফিল্মে বিভিন্ন বিন্দুতে অবম বা চরম ব্যতিচার সৃষ্টি করবে। এইসব বিন্দুর সঞ্চার পথ উজ্জ্বল বা অন্ধকার পটি তৈরি করবে, অর্থাৎ ব্যতিচার নকশা পাওয়া যাবে। তাই ব্যতিচার নকশা পেতে হলে সমান্তরাল ঝিল্লির উপর বিস্তৃত উৎসের আলোক আপতিত করা দরকার।

5.4 সমান্তরাল ঝিল্লি কর্তৃক ব্যতিচার ঃ আপতিত আলোক বিন্দু-উৎস জাত



চিত্র 5.6 ঃ বিন্দু উৎস S থেকে নির্গত আলোক তরঙ্গ।

আমরা পূর্বের অনুচ্ছেদে কোন পাতলা ফিল্ম বা ঝিল্লির ওপর সমান্তরাল আলোকগুচ্ছের আপতনের কথা বিবেচনা করেছি এবং ফিল্মের নীচের ও উপরের তল থেকে প্রতিফলিত আলোক তরঙ্গের দ্বারা উৎপন্ন ব্যতিচারের বিষয়ে আলোচনা করেছি।

আলোচ্য অনুচ্ছেদে আমরা আলোকের একটি বিন্দু উৎস S দ্বারা ঝিল্লি বা পাতলা ফিল্মকে আলোকিত করার বিষয়টি আলোচনা করব। ফিল্মটি নিরীক্ষণ করতে গিয়ে যাতে আপতিত রশ্মিগুচ্ছ বাধা প্রাপ্ত না হয় তার জন্য এখানেও আবার একটি আংশিক প্রতিফলনীরূপে কাচের ফলক B ব্যবহার করা হবে। সেই সঙ্গে এটাও সুনিশ্চিত হবে যাতে আলো সরাসরি ফটোফিল্মে না পৌঁছায়।

ধরা যাক বিন্দু উৎস S থেকে নির্গত আলোক তরঙ্গকে বিভাজক কাচ ফলক B দ্বারা প্রতিফলিত করে ঝিল্লির ওপর ফেলা হল। মনে হবে S-এর অসদবিম্ব S' থেকে আলোক তরঙ্গ সরাসরি ঝিল্লির উপর পড়ছে। যেন একটি আলোক শঙ্কুর শীর্ষ বিন্দু S', যে কোন একটি আলোক-শঙ্কু বিবেচনা করলে বলা যায় যে যেসব রশ্মি দ্বারা শঙ্কুটি গঠিত তারা সকলেই ঝিল্লি তলে একই আপতন কোণে আপতিত হবে। ফলে ঝিল্লির উভয় তল থেকে প্রতিফলিত

রশ্মিগুচ্ছকে লেন্স দ্বারা অভিসৃত করে ফটো ফিল্ম F এর উপর আপতিত করলে তারা সমদশায় বা বিপরীত দশায় বৃত্তাকার ফ্রিঞ্জ বা পটি গঠন করবে। উভয় তলের প্রতিফলিত তরঙ্গদ্বয় সমদশায় থাকলে উজ্জ্বল বৃত্তাকার, বিপরীত দশায় থাকলে অন্ধকার বৃত্তাকার পটি গঠিত হবে (সমীকরণ 5.6a) ও (5.6c)। $\theta_t \approx 0$ হলে অর্থাৎ প্রায় অভিলম্ব আপতনের জন্য (5.6a) ও (5.6c) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায় ।

$$2nd = (2m+1)\frac{\lambda}{2},\ m=0, 1,2,\text{.......}\ \text{চরম ব্যতিচার} \qquad \text{...............(5.7a)}$$

$$2nd = m\lambda,\ \ m=1,2\text{..................}\text{অবম ব্যতিচার} \qquad \text{..............(5.7b)}$$

কোন নির্দিষ্ট বর্ণের আলোকের ক্ষেত্রে ব্যতিচার কেন্দ্র উজ্জ্বল কিংবা অন্ধকার হবে তা নির্ভর করবে ঝিল্লির বেধ d ও প্রতিসরাংক n এর উপর। বিভিন্ন আপতিত আলোক শঙ্কুর θ_t বিভিন্ন। সেইজন্য ফটো ফিল্মের উপর পর্যায়ক্রমে উজ্জ্বল ও অন্ধকার বৃত্তের ফিঞ্জ পাওয়া যাবে। ফটো ফিল্মের স্থানে যদি চোখ রাখা যায় তবে ঝিল্লির উপর এই বৃত্তাকার উজ্জ্বল ও অন্ধকার ফ্রিঞ্জ দেখা যাবে। যদি বাতির সামনে ফিল্টার ব্যবহার না করা হয় তবে এই নকশা হবে নানা বর্ণের। কারণ কি? $\theta_t \neq 0$ হলে,

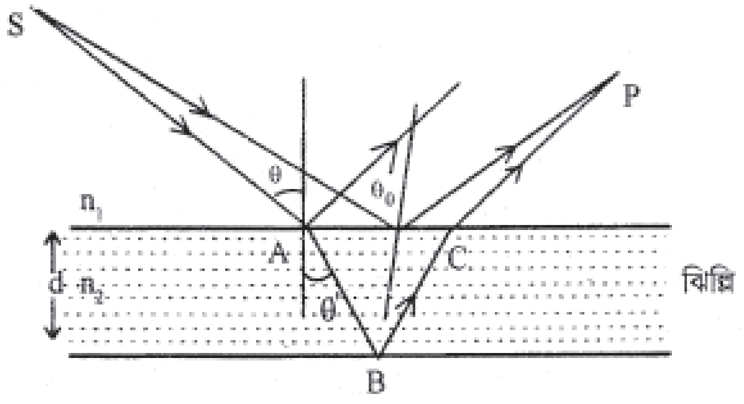
উপরে বর্ণিত ব্যতিচার নকশার শর্ত হবে

$$2nd\cos\theta_t = (2m+1)\frac{\lambda}{2},\ \text{চরম ব্যতিচার}\ \ m= 0, 1,2\text{......}\text{ইত্যাদি} \qquad \text{......(5.8a)}$$

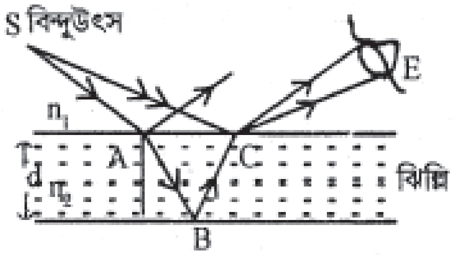
$$2nd\cos\theta_t = m\lambda,\ \text{অবম ব্যতিচার}\ m=1,2,3\text{.........}\ \text{ইত্যাদি} \qquad \text{.......(5.8b)}$$

নির্দিষ্ট বেধের ও প্রতিসরাংকের ঝিল্লির ক্ষেত্রে 2nd ধ্রুবক । অতএব θ_t তথা θ_i এর পরিবর্তন ঘটলে m এর মানও বিভিন্ন হবে, অর্থাৎ আমরা বিভিন্ন উজ্জ্বল বা অন্ধকার ফ্রিঞ্জ পাব। θ_t বা θ_i এর এক একটা নির্দিষ্ট মানের জন্য আমরা একটা নির্দিষ্ট উজ্জ্বল বৃত্তাকার বা অন্ধকার বৃত্তাকার ফ্রিঞ্জ দেখব। এই জন্য এই ফ্রিঞ্জকে বলে সমনতির ফ্রিঞ্জ (fringes of equal inclination)। বিন্দু উৎসের বদলে বিস্তৃত উৎস ব্যবহার করলে এই সমনতির নকশা আরও উজ্জ্বল ও সুস্পষ্টরূপে পরিদৃষ্ট হয়। কিন্তু তির্যক আপতনের ক্ষেত্রে আরও দুইভাবে ব্যতিচার হতে পারে।

বিন্দু উৎস থেকে তির্যক ভাবে আপতিত তরঙ্গের ক্ষেত্রে ঝিল্লির দুই তল থেকে একই রশ্মির আংশিক প্রতিফলিত তরঙ্গের মধ্যে ব্যতিচার সম্পর্কে ইতিমধ্যে আলোচনা করেছি। কিন্তু S থেকে আগত SA রশ্মির দ্বিতীয় তলের প্রতিফলন ও SD রশ্মির প্রথম তলে প্রতিফলন জাত তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে ব্যতিচার হতে পারে (চিত্র5.7)।



চিত্র 5.7 : বিন্দু উৎস থেকে কোন ঝিল্লির দুটি তলে দুটি ভিন্ন রশ্মির প্রতিফলনে ব্যতিচার।



চিত্র 5.8 আলোর একটি বিন্দু উৎস থেকে নির্গত দুটি ভিন্ন রশ্মির ঝিল্লিতে আপতনে ব্যতিচার।

বিন্দু উৎস S থেকে ঝিল্লির নীচের ও ওপরের তলে আপতিত দুটি আলোক রশ্মির প্রতিফলনের দরুন প্রায় অভিলম্ব আপতনের জন্য পথপার্থক্য

$$\Delta \simeq 2nd\cos\theta' \qquad ....(5.9a)$$

আমরা যদি একটি ফটো ফিল্ম ঝিল্লির তল দুটির সমান্তরাল করে P তে রাখি তা হলে সাধারণত ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। P বিন্দুটির তীব্রতার শর্ত হবে

$$\Delta = (m+\frac{1}{2})\lambda \text{ চরম ব্যতিচার } m=0,1,2,...... \qquad ....(5.9b)$$

$$= m\lambda,\ m=1,2......\text{অবম ব্যতিচার} \qquad ....(5.9c)$$

যেখানে $n=\frac{n_2}{n_1}$

এবং $\Delta = \{n_1SA + n_2(AB+BC) + n_1CP\} - n_1(SD+DP)$ (5.10)

ওপরের এই শর্তগুলি আপতন কোন বড় হলেও সঠিক হবে। অবশ্য আমরা যদি খালি চোখে ঝিল্লির দিকে তাকাই, তবে চোখের কোন একটি নির্দিষ্ট অবস্থানের জন্য ঝিল্লির একটি অতি ক্ষুদ্র অংশকেই শুধু দেখা যাবে (চিত্র 5.8)। যেমন, আলোকের বিন্দু উৎসটিকে S অবস্থানে এবং চোখটিকে E-তে রাখলে C বিন্দুটির চারপাশে ঝিল্লির কিছু অংশ দেখা যাবে এবং এই বিন্দুটি অন্ধকার বা উজ্জ্বল দেখাবে যদি আলোকীয় পথ পার্থক্য $m\lambda$ বা $\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$ হয়। $\Delta = n_1SA + n_2(AB+BC) - n_1SC$

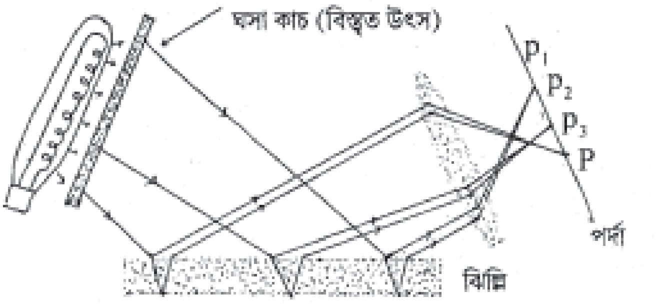
5.3.2 অনুচ্ছেদের অনুসরণে আমরা পাব $\Delta \simeq 2n_2d\cos\theta'$.

5.4.1 বিস্তৃত উৎসজাত তরঙ্গের ব্যতিচার

আমরা পূর্বেই লক্ষ্য করেছি বিন্দুবৎ উৎসের ক্ষেত্রে চোখের তারারন্ধ্র ছোট হওয়ার দরুন বা ব্যবহৃত লেন্সের উন্মেষ (aperture) ক্ষুদ্র বলে ঝিল্লির একটি ক্ষুদ্র অংশেই ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ দেখা যায়। কেবলমাত্র বিন্দুবৎ উৎস থেকে নির্গত সেই রশ্মিগুলিই দেখা যায় যারা প্রতিফলনের পর সরাসরি লেন্সে এসে পৌঁছায়। প্রশ্ন উঠতে পারে ঝিল্লির বৃহদংশ কিভাবে দেখা যাবে। এর জন্য প্রয়োজন বিস্তৃত আকারের আলোক উৎস। বিস্তৃত আকারের উৎস ব্যবহার করে আমরা ঝিল্লি কর্তৃক ব্যতিচার নকশা দেখতে পারি, যদিও বিস্তৃতাকার উৎসের প্রতিটি উৎস বিন্দুই অন্য উৎস

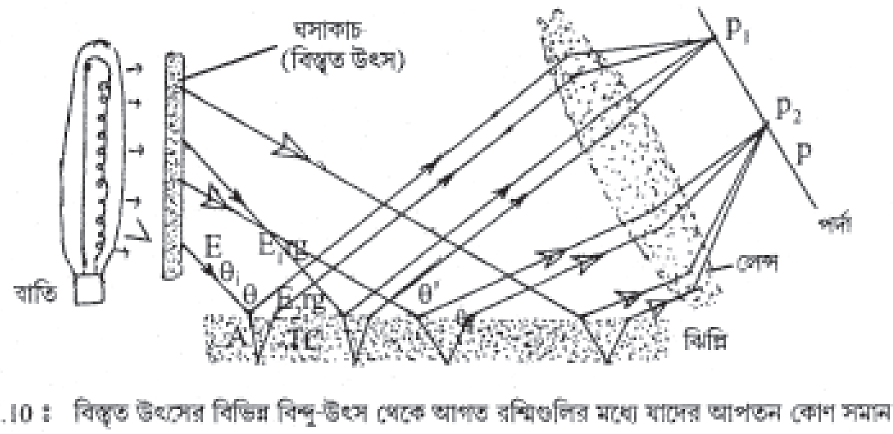
বিন্দুগুলির সাপেক্ষ সুসম্বদ্ধ নয়। আপনাদের কি মনে হতে পারে যে ব্যতিচারের এই শর্তটি তা'হলে মৌলিক কোন শর্ত নয়? আদৌ তেমন কিছু নয়। বিস্তার বিভাজন পদ্ধতিতে একটি রশ্মি থেকে দুটি সুসম্বদ্ধ রশ্মির সৃষ্টি হয়, একটি আলোকের সঙ্গে অন্য রশ্মির আলোকের ব্যতিচার ঘটে না। উৎসের কোন একটি বিন্দু হ'তে নির্গত রশ্মির সঙ্গে অন্য কোন বিন্দু থেকে নির্গত রশ্মির ব্যতিচার ঘটে না।

কীরূপে বিস্তৃত উৎস গঠন করা হয়? একটি ঘসা কাচকে আলোকিত করলে তা একটি বিস্তৃত উৎস রূপে কাজ করবে।



চিত্র 5-9 ঃ ঝিল্লির বৃহদাংশে ব্যতিচার নকশা দৃষ্টিগোচর হয়।

বিস্তৃত আকারের উৎসের ক্ষেত্রে, আলো বিভিন্ন দিক থেকে চোখে এসে পড়বে এবং ফ্রিঞ্জ নকশাটি ঝিল্লির বা ফলকের অনেকটা জায়গা জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে (চিত্র5.9)



চিত্র ঃ 5.10 ঃ বিস্তৃত উৎসের বিভিন্ন বিন্দু-উৎস থেকে আগত রশ্মিগুলির মধ্যে যাদের আপতন কোণ সমান তারা পর্দা P-এর ওপর একই বিন্দুতে অভিসৃত হয় এবং ব্যতিচার ঘটায়।

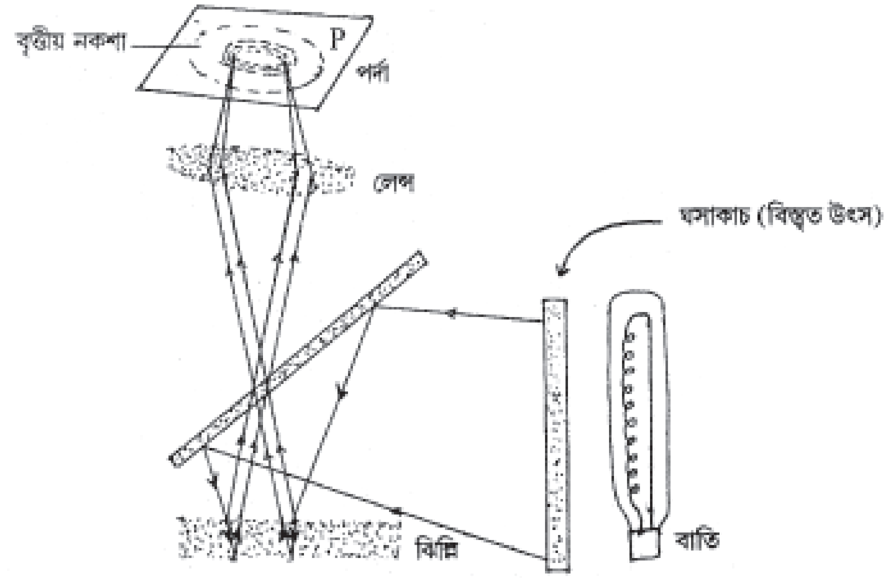
আমরা বিন্দুউৎস জাত তরঙ্গের ব্যতিচার আলোচনায় সমনতির ব্যতিচার নকশা সম্পর্কে জেনেছি। বিস্তৃত উৎসজাত তরঙ্গের সমতল সমান্তরাল ঝিল্লির উপর আপতনের ক্ষেত্রে সমনতির ব্যতিচার নকশা পাওয়া যায়। উৎসের বিভিন্ন বিন্দু থেকে আগত আলোক রশ্মিগুলি যদি একই θ_i কোণে ঝিল্লির উপর আপতিত হয় তবে সব ক্ষেত্রেই θ_t ও সমান হবে। ফলে একই আপতিত কোণের প্রতিটি রশ্মির জন্য ঝিল্লির উভয়তল থেকে প্রাপ্ত দুটি প্রতিফলিত রশ্মি E_{1r} ও E_{2r} লেন্সের ফোকাস তলে সমদশায় বা বিপরীত দশায় মিলিত হবে; যেমন P_1 ও P_2 বিন্দু (চিত্র 5.10) P-এর অবস্থানের উপরই নির্ভর করবে θ_i বা θ_t তথা δ_1 P_1 এবং P_2 বিন্দুতে যে ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে তাদের বলা হয় সমনতির ফ্রিঞ্জ (Fringes of equal inclination)। এখানে লক্ষণীয় বিষয় হল এই যে ঝিল্লির বেধ বৃদ্ধি পেলে E_{1r} ও E_{2r} রশ্মির মধ্যে পার্থক্য $\overline{AC}$ - ও বাড়বে কারণ $(\overline{AC}) = 2d \tan \theta_t$ (5.11)

যখন রশ্মি দুটির মধ্যে একটিই শুধু তারারন্ধ্রের মধ্যে প্রবেশ করতে সক্ষম হয় তখন ব্যতিচার নকশা অদৃশ্য হয়। অবশ্য কোন টেলিস্কোপের বৃহত্তর লেন্স ব্যবহার ক'রে উভয় রশ্মিকেই সংগ্রহ করা যাবে এবং ব্যতিচার নকশাও দৃষ্টিগোচর হবে।

অতএব বিস্তৃত উৎসের প্রতিটি উৎস বিন্দুই একে অপরের সাপেক্ষে সুসংবদ্ধ না হলেও ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে।

হাইডিংগার নকশা (Haidinger Fringes)

θ_t এবং সেই কারণে θ_i-এর মানও হ্রাস পেলে E_{1r} ও E_{2r} রশ্মি দুটির পার্থক্যও হ্রাস পায়। অর্থাৎ আলোকের ব্যতিচার নকশা প্রায় লম্বভাবে কোনপুরু ঝিল্লি বা ফলকে নিরীক্ষণ করলে পরিদৃশ্যমান ফ্রিঞ্জকে বলে হাইডিংগার ফ্রিঞ্জ। ভিলহেল্ম কার্ল হাইডিংগার (1795-1871)-এর নামে এই নামকরণ। নকশাটি হবে সমকেন্দ্রিক উজ্জ্বল ও অন্ধকার বৃত্তপুঞ্জ। চোখ থেকে ঝিল্লির উপর লম্ব টানলে, নকশার কেন্দ্র থাকবে ঐ লম্বরেখার উপর। চোখ এদিক-ওদিক সরালে নকশার কেন্দ্রও এদিক ওদিক সরবে (চিত্র 5.11)। নকশাটি যে সমকেন্দ্রিক বৃত্তসমূহের সমাহার হবে তা বোঝা যায় পরীক্ষা-ব্যবস্থার প্রতিসাম্য থেকে।



চিত্র : 5.11 : বৃত্তাকার হাইডিংগার ব্যতিচার নকশা। যদি চিত্র 5.6 এর সংগে তুলনা করা হয়, তবে দেখা যাবে সমনতির ব্যতিচার হলেও সেখানে সব রশ্মি এক-বিন্দু জাত। কিন্তু এখানে প্রতিটি রশ্মি ভিন্ন বিন্দু-উৎস থেকে আসছে।

5.5 কীলকাকৃতির ঝিল্লি (Wedge-shaped film) কর্তৃক ব্যতিচারঃ আপতিত আলোক তরঙ্গমুখ সমতল

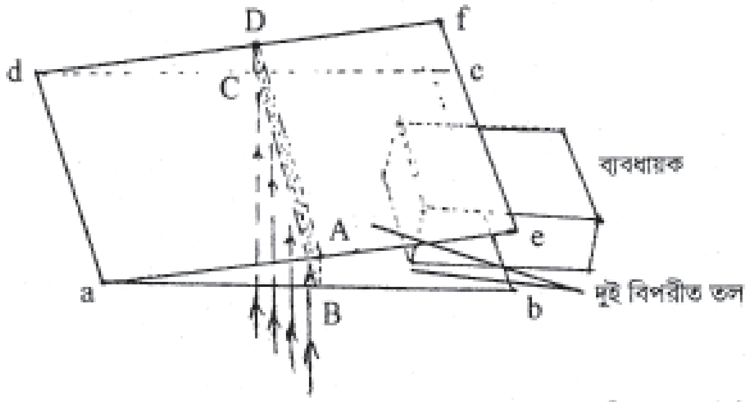
আপনারা ইতিপূর্বে জেনেছেন যে সমান্তরাল ঝিল্লির উপর আপতিত আলোক তরঙ্গমুখ যদি সমতল হয় তবে সে আলোতে ঝিল্লিকে হয় সুষমভাবে উজ্জ্বল অথবা সুষমভাবে অনুজ্জ্বল কালো দেখাবে, কিন্তু উজ্জ্বল ও অন্ধকার ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ নকশা দৃশ্যমান হবে না। কিন্তু যদি ঝিল্লির বেধ সর্বত্র সমান না হয় অর্থাৎ যদি তার প্রতিফলক তলদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল না হয় সে ক্ষেত্রে কি সমগ্র ঝিল্লি কেবলমাত্র উজ্জ্বল বা কেবলমাত্র কালো দেখাবে? আপনারা অবশ্যই এই প্রশ্নের উত্তর জানেন। কারণ কোন নির্দিষ্ট তরঙ্গের ক্ষেত্রে ফ্রিঞ্জ অন্ধকার বা উজ্জ্বল হবে, তা নির্ভর

করবে n,d এবং θ_t এর উপর। n স্থির থাকলে এবং $\theta_t \simeq 0$ হলে কেবলমাত্র d এর উপরই নির্ভর করবে ফ্রিঞ্জটি উজ্জ্বল কিংবা অন্ধকার হবে। ঝিল্লির কোন এক অন্ধকার বিন্দুতে উজ্জ্বল ব্যতিচার হলে, ঐ বিন্দুতে ঝিল্লির যা বেধ সেই বেধের সব বিন্দুই উজ্জ্বল হবে। এই বিন্দুগুলির সঞ্চার পথ তাই হবে একটি উজ্জ্বল রেখা। সমবেধের এই সঞ্চার পথ সরল রেখা যেমন হতে পারে গোঁজ আকৃতি বিশিষ্ট (wedge shaped) পাতলা সরে (film) ব্যতিচারে, তেমনি নিউটনের বলয় পরীক্ষায় বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জও পাওয়া যায়। আবার আপতিত রশ্মিগুচ্ছ যদি সূর্যালোক হয়, তবে আলোকের বিভিন্ন বর্ণের (অর্থাৎ বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের) উপর নির্ভর ক'রে পাশাপাশি নানা বর্ণের উজ্জ্বল রেখা দৃষ্টিগোচর হবে।

কেন রাস্তায় জমা জলের উপর ভাসমান পাতলা তেলের স্তরে নানা বর্ণের আঁকাবাঁকা রেখা দেখা যায় অথবা কোন সাবানের বুদবুদের গায়ে ঐরূপ বর্ণালিরেখা কেন দেখা যায় সেটা কি এখন আপনারা বুঝতে পারছেন?

অনুরূপভাবে অন্য কোন d এর জন্য ব্যতিচারের অবম শর্ত সাপেক্ষে অন্ধকার (dark) এর রেখার সঞ্চার পথও দৃশ্যমান হবে। ব্যতিচার প্রসূত এই উজ্জ্বল ও অন্ধকার রেখার ফ্রিঞ্জকে বলে সমবেধের ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ (fringes of equal thickness) কারণ যেকোন ব্যতিচার রেখা ঝিল্লি বা কোন পাতলা পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের একটি বিশেষ বেধ বরাবর পাওয়া যায়।

সমবেধের ব্যতিচার নকশা উৎপাদন করার জন্য আমরা কীলকাকার ঝিল্লি বিবেচনা করব। আমরা দুটি সমতল কাচের পাত নিয়ে এক প্রান্তে একটিকে অপরের উপর স্থাপন করে অন্য প্রান্তে ব্যবধান সৃষ্টিকারী কোন বস্তু কাচ পাত দুটির মাঝখানে প্রবেশ করিয়ে পরিবর্তনশীল বেধের বায়ু-ঝিল্লি গঠন করতে পারি যার আকৃতি হবে কীলকের ন্যায়। কীলক হল এমন বস্তু যার দুই বিপরীত সমতল তলের ব্যবধান শূন্য থেকে ক্রমাগত অন্য প্রান্তের দিকে বৃদ্ধি পেতে থাকে (চিত্র 5.12)।



চিত্র 5.12 abcd সমতল কাচ ও aefd সমতল কাচের মধ্যে আবদ্ধ বায়ু একটি কীলকাকার ঝিল্লি।

ব্যতিচার নকশা গঠন

আমরা চিত্র 5.12 -এ প্রদর্শিত কীলকাকার ঝিল্লি বিবেচনা করব। ঝিল্লির প্রতিসারক সমতলদ্বয় abcd এবং aefd পরস্পরের সঙ্গে ad রেখায় মিলিত হয়েছে। abcd তলের অভিলম্ব তলে ABCD তল কল্পনা করি যা ad এর সমান্তরাল। অর্থাৎ AD-র যে কোন বিন্দুতেই বায়ুর বেধ সমান। ধরা যাক AB=d, ABCD তলের সমান্তরালে ঝিল্লির aefd তলের উপর একগুচ্ছ আলোক আপতিত হল। অতএব প্রতিটি রশ্মির দুবার প্রতিফলনের ফলে ব্যতিচার শর্ত হবে

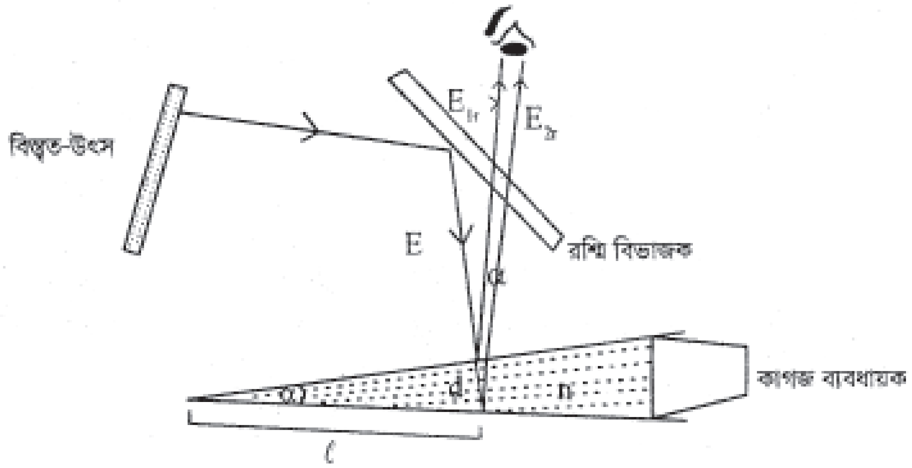
চরম ঃ
$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \ m = 0, 1, 2, \qquad (5.12a)$$

অবম ঃ $2nd = m\lambda$, m =0, 1, 2, ...(5.12b)

যেহেতু BC-র উপর সর্বত্র d ধ্রুবক, অতএব BC বরাবর চরম বা অবম ব্যতিচার ঘটবে, অর্থাৎ BC হবে উজ্জ্বল বা অন্ধকার রেখা যা কীলকাকার ঝিল্লির প্রান্তরেখা ad এর সমান্তরাল। অর্থাৎ ঝিল্লির উপর সমতল তরঙ্গ আপতিত হলে তার উপর ব্যতিচার নকশা হবে কীলক-প্রান্তের সমান্তরাল উজ্জ্বল ও অন্ধকার রেখার সমাহার।

5.5.1 কীলকাকার ঝিল্লি কর্তৃক ব্যতিচার ঃ আপতিত আলোক তরঙ্গ বিস্তৃত উৎসজাত

একটি বিস্তৃত-উৎস বহুসংখ্যক স্বতন্ত্র বিন্দু-উৎসের সমাহার। এর বিভিন্ন অংশ থেকে কীলকাকার ঝিল্লির উপর আলোক প্রায় অভিলম্বভাবে আপতিত হলে যে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের সৃষ্টি হবে তাকে বলে ফিজো ফ্রিঞ্জ (Fizean fringes)। কিন্তু যদি আলোক বিস্তৃত উৎস থেকে নানা দিকে তির্যকভাবে আপতিত হয়, তবে প্রতিটি বিন্দু উৎস নিজ নিজ ব্যতিচার নকশা গঠন করবে। এ জন্য কোন সুনির্দিষ্ট আকৃতির নকশা পাওয়া যাবে না। কিন্তু প্রায় অভিলম্ব আপতনের ক্ষেত্রে ব্যতিচার নকশা সমতল তরঙ্গের ব্যতিচার নকশার অনুরূপ হয়।



চিত্র 5.13 ঃ কীলকাকার ঝিল্লিতে বিস্তৃত উৎসজাত আলোকের ব্যতিচার।

কোন বিন্দু থেকে আগত রশ্মিকে রশ্মি বিভাজক দ্বারা ঝিল্লির উপর প্রায় লম্বভাবে আপতিত করলে তার প্রথম তল থেকে E_{1r} এবং দ্বিতীয় তল থেকে E_{2r} প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়-এর উভয়ে চোখে প্রবেশ করলে ঝিল্লির উপর আপতন বিন্দু অঞ্চলে ব্যতিচার নকশা দৃষ্টিগোচর হবে। এ জন্য এই নকশাকে বলে স্থানীয় ব্যতিচার নকশা (localised fringes).

যদি আপতন বিন্দুতে ঝিল্লির বেধ d হয় তবে উজ্জ্বল ব্যতিচার হবে যখন

$$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda = 2nd\cos\theta_t \text{.......}$$

কিন্তু প্রায় লম্ব আপতনের ক্ষেত্রে $\cos\theta_t \approx 1$ এবং θ_i অপেক্ষা nd-এর প্রভাব অনেক বেশি। অতএব চরম ব্যতিচার শর্ত হবে $2nd = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$, m= 0,1,2........

আবার যদি আপতন বিন্দু ঝিল্লির শূন্যবেধের প্রান্ত থেকে ℓ দূরত্বে হয় তবে $d = \ell\alpha$,

যেখানে α = ঝিল্লির তলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ (radian).

$$\therefore 2n\ell\alpha = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

যেহেতু ℓ এর এই বিশেষ মানের জন্য উজ্জ্বল ব্যতিচার পাওয়া যাবে তাই ধরা যাক $\ell = \ell_m$. $(m \to \max)$.

$$\therefore \ell_m = \frac{\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda}{2n\alpha} = \left(\frac{m+\frac{1}{2}}{2\alpha}\right)\lambda F$$

এখানে $\lambda F = \frac{\lambda}{n}$ অতএব বলা যায় উজ্জ্বল ব্যতিচার গঠিত হবে

$$\text{যখন } \ell_m = \frac{\lambda F}{4\alpha}, \frac{3\lambda F}{4\alpha}, \frac{5\lambda F}{4\alpha}........$$

পরপর দুটি উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের ব্যবধান

$$\Delta\ell_m = \frac{\lambda F}{2\alpha} \qquad ....(5.13a)$$

আবার যদি $d = d_m$ হয় চরম ব্যতিচারের জন্য ঝিল্লি বেধ, তবে

$$d_m = \left(\frac{m+\frac{1}{2}}{2n}\right)\lambda = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2\ell}F \qquad ....(5.13b)$$

অতএব উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জগুলির অবস্থানে ঝিল্লি বেধ হবে

$$d_m = \frac{\lambda F}{4}, \frac{3\lambda F}{4}, \frac{5\lambda F}{4} \qquad ....(5.13c)$$

অতএব পাশাপাশি দুটি চরম ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের মধ্যে ঝিল্লির বেধের পার্থক্য $\frac{\lambda F}{2}$, আবার E_{2r} রশ্মিটি ঝিল্লির অভ্যন্তরে দুবার অতিক্রম করে ($\theta_i \simeq \theta_t \simeq 0$)। তাই দুই পাশাপাশি ফ্রিঞ্জের মধ্যে চরম পথপার্থক্য

$$2\Delta d_m = 2 \times \frac{\lambda F}{2} = \lambda F$$

এখন $\frac{\lambda F}{2}$ পথপার্থক্য = π দশা পার্থক্য।

এই দশা পার্থক্যের সঙ্গে প্রতিফলনজাত দশা পার্থক্য π যুক্ত হলে E_{1r} এবং E_{2r} সমদশায় থাকে।

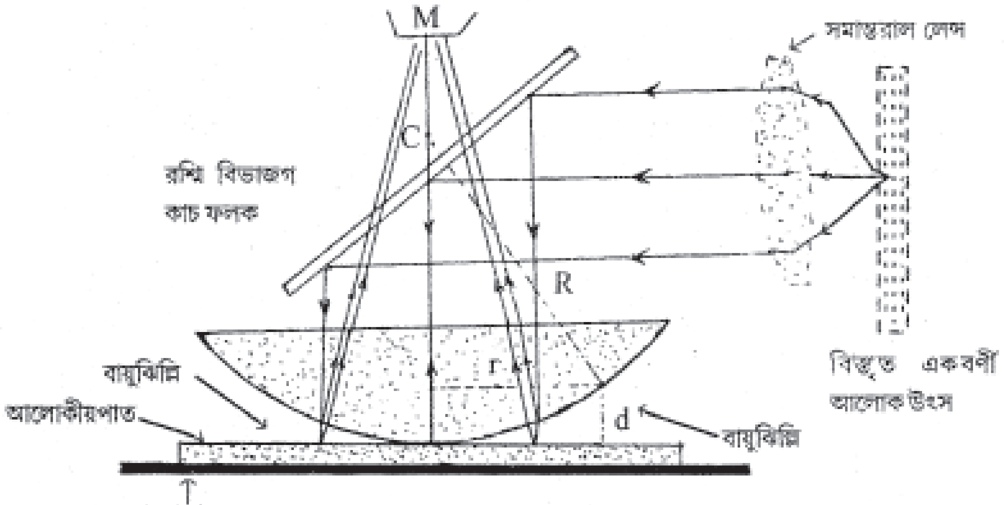
কীভাবে কীলক ঝিল্লি গঠন করবেন?

দুটি পরিষ্কার মাইক্রোস্কোপ স্লাইডকে চেপে ধরলে তাদের মধ্যবর্তী বায়ুস্তর যে ঝিল্লি গঠন করবে তার বেধ পরিবর্তনশীল হবে। ফিজো ফ্রিঞ্জ বা নকশার পর্যবেক্ষণ দ্বারা কোন পাতলা পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের বেধ সুষম কিনা তা জানা যায়। আলোক বিজ্ঞানে ব্যবহৃত লেন্স প্রিজম বা কোন আলোকপাতের তলের মসৃণতাও ফিজো নকশার দ্বারা চিহ্নিত করা যায়।

5.6 নিউটনের বলয় পরীক্ষা

নিউটনের বলয় পরীক্ষা ব্যবস্থায় একটি মসৃণ কাচ-পাতের উপর একটি উত্তল বা সমোতলোত্তল লেন্সের বক্রতল স্থাপন করা হয়। এই লেন্সের বক্রতা ব্যাসার্ধ বেশ দীর্ঘ। এর ফলে কাচফলক ও লেন্সের বক্রতলের মধ্যবর্তী বায়ু স্তর একটি বর্ধমান বেধের বায়ু-ঝিল্লি গঠন করে। লেন্সের অক্ষের উপর কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করে অংকিত বৃত্ত (যার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য লেন্সের উন্মেষের ব্যাসার্ধ থেকে কম) যে পথে গমন করবে সে পথটির উপর ঝিল্লির বেধ একই হবে। অর্থাৎ এই ঝিল্লিস্তর বৃত্তাকার ব্যতিচার নকশা গঠন করবে।

কাচফলক-লেন্স সমবায়ের দ্বারা গঠিত বায়ু ঝিল্লির উপর উল্লম্বভাবে একটি রশ্মিবিভাজক কাচ দ্বারা কোন আলো উৎস থেকে আপতিত হয়। আলোর উৎস সাধারণত প্রায় একবর্ণী আলো উৎপন্ন করে, যেমন সোডিয়াম (sodium lamp) বাতি। উৎসকে অন্য একটা লেন্সের ফোকাসে স্থাপন করে আপতিত আলোক রশ্মিগুচ্ছকে সমান্তরাল করা হয় ও অনুভূমিক ভাবে রশ্মিবিভাজকের উপর ফেলা হয়। রশ্মিবিভাজকটি সমতলোত্তল লেন্সের অক্ষের উপরে তার সংগে 45° কোণে স্থাপিত থাকে। ফলে প্রতিফলিত সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ সমতলোত্তল লেন্সের সমতল পৃষ্ঠে লম্বভাবে আপতিত হয়। এই আলোক ঝিল্লির দুইতলে প্রতিফলিত হয়ে বৃত্তাকার ব্যতিচার নকশা গঠন করে। রশ্মি বিভাজকের উপর থেকে একটি অণুবীক্ষণ যন্ত্রে (M) এই নকশা সহজে দৃষ্টিগোচর হয়। লেন্সের গঠনের গোলীয় আকৃতি যত নিখুঁত হবে বৃত্তাকার নকশাও তত নিখুঁত বৃত্তাকার হবে। (চিত্র 5.14)।



চিত্র 5-14 : নিউটন বলয় পরীক্ষা-ব্যবস্থা

ধরা যাক নিউটন বলয়-এর কোন একটি বলয়ের (উজ্জ্বল বৃত্তীয় ব্যতিচার বলয়) ব্যাসার্ধ r এবং যে স্থানে এই বলয় গঠিত হয়েছে সেখানে বায়ু ঝিল্লির বেধ d, c যদি সমতলোত্তল লেন্সের বক্রতা কেন্দ্র হয় এবং R যদি তার বক্রতা ব্যাসার্ধ হয় তবে

$$R^2 = r^2 + (R-d)^2$$

$$\Rightarrow r^2 = R^2 - (R-d)^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 2Rd - d^2$$

যেহেতু R>>d,

$$r^2 = 2Rd$$

প্রায় অভিলম্ব আপতনের ক্ষেত্রে সংস্পর্শ বিন্দুর খুব কাছাকাছি বিন্দুগুলি বিবেচনা করলে দুটি তরঙ্গের মধ্যে আলোকীয় পথ পার্থক্য হয় 2nd। এখানে n ঝিল্লির প্রতিসরাংক। এখন d বেধের স্থানে চরম ব্যতিচারের শর্ত হল

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

এই ব্যতিচার ফ্রিঞ্জটি m ক্রমের উজ্জ্বল বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ $r = r_m$। বা $r_m^2 = 2RD$.

$$\therefore 2n \times \frac{r_m^2}{2R} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \text{ [n =1, বায়ু ঝিল্লি]}$$

$$\Rightarrow r_m = \left[\frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)}{n}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{5.14}$$

m-তম ক্রমের অন্ধকার বলয়ের ব্যাসার্ধ অনুরূপভাবে হবে

$$r_m = \left(\frac{m\lambda R}{n}\right)^{\frac{1}{2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tag{5.14a}$$

[n = 1, বায়ু ঝিল্লি]

যদি আলোকীয় কাচ পাত ও সমতলোত্তল লেন্সের মধ্যে কোন রকম ধুলোবালি না থাকে, অর্থাৎ যদি তাদের দুইতল যথার্থই পরস্পরের সংস্পর্শে থাকে, তবে $d = d_m = 0$ বা $r_m = 0$ হবে। তখন $m = 0$ ক্রমের ব্যতিচার পাওয়া যাবে। সমীকরণ (5.8) এই শর্ত মেনে নেয়। অতএব কেন্দ্রীয় বলয় অন্ধকার হবে। যদিও তত্ত্বগতভাবে দুইতল কেবল একটি বিন্দুতেই পরস্পরকে স্পর্শ করতে পারে তবুও অনুবীক্ষণে কেন্দ্রীয় বৃত্তাকার অঞ্চল একটিমাত্র অন্ধকার বিন্দু নয়। বরং একটা অঞ্চল জুড়ে অন্ধকার ব্যতিচার দৃষ্ট হয়। এর কারণ একটা অঞ্চলজুড়ে d এর মান কার্যত শূন্য।

হাইডিংগার নকশা ও নিউটন বলয়—উভয়েই বৃত্তীয় ব্যতিচার নকশা। কীভাবে এই দুই নকশাকে চিহ্নিত করা যাবে? প্রথমত নিউটন বলয়ের ক্ষেত্রে কেন্দ্র থেকে বলয়ের ক্রম বাইরের দিকে বৃদ্ধি পায়, কিন্তু হাইডিংগার ফ্রিঞ্জের বেলায় কেন্দ্রীয় বলয়ের সংখ্যাটি গরিষ্ঠ হবে। দ্বিতীয়ত নিউটন বলয় সমবেধের ফ্রিঞ্জ এবং স্থানীকৃত ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ। কিন্তু হাইডিংগার ফ্রিঞ্জ হচ্ছে সমনতি ফ্রিঞ্জ ও অস্থানীকৃত ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ।

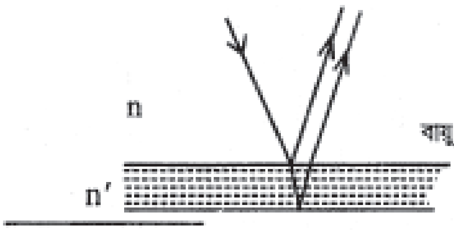
সমীকরণ (5.13a) বা (5.13b) থেকে লেন্সের ব্যাসার্ধ বা আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের কোন একটি পরিমাপ করা যায় যদি অপরটি জানা থাকে।

5.7 পাতলা ঝিল্লিতে ব্যতিচারের প্রয়োগ

i) অপ্রতিফলক ঝিল্লি (non-reflecting film)

অনেক আলোক যন্ত্রে লেন্স তল থেকে যে আলো প্রতিফলিত হয় তা আলোকযন্ত্র কর্তৃক উৎপন্ন প্রতি বিম্বের

গুণগত মান ক্ষুণ্ণ করতে পারে। যন্ত্রের বিভিন্ন উপাদানের তল থেকে যাতে আলোক প্রতিফলিত হতে না পারে তার জন্য কাচ তলে অন্য পরা বৈদ্যুতিক মাধ্যমের প্রলেপ লাগানো হয়। এই প্রলেপ আসলে এমন এক ঝিল্লি যা আলোক প্রতিফলিত করে না।



চিত্র 5.15

ঘটনা হল এই যে কোন পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম তলে লম্বভাবে আপতিত রশ্মির ক্ষেত্রে প্রতিফলিত ও আপতিত রশ্মির বিস্তারের অনুপাত হল $\frac{n'-n}{n'+n}$ (5.15a)

যেখানে n' = পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের প্রতিসরাংকএবং n হল আপতন মাধ্যমের প্রতিসরাংক

অতএব ঝিল্লি তল থেকে প্রতিফলিত রশ্মির বিস্তার (যদি আপতন বিস্তার ধরা হয় 1 একক) হবে

$\frac{n_F - 1}{n_F + 1}$, n_F = ঝিল্লির প্রতিসরাংক

আবার কাচতল থেকে প্রতিফলিত রশ্মির বিস্তার হবে

$\frac{n_G - n_F}{n_G + n_F}$, n_G = কাচের প্রতিসরাংক

এই দুই বিস্তার সমান হলে

$$\frac{n_F - 1}{n_F + 1} = \frac{n_G - n_F}{n_G + n_F} \Rightarrow n_F = \sqrt{n_G} \qquad (5.15b)$$

অতএব অপ্রতিফলক ঝিল্লি বা প্রলেপ দিতে হলে গৃহীত পরা বৈদ্যুতিক মাধ্যমের প্রতিসরাংক হবে নির্বাচিত কাচের প্রতি সরাংকের বর্গমূল।

যেহেতু দুটি প্রতিফলিত রশ্মি মিলিতভাবে বিনাশী ব্যতিচার উৎপন্ন করবে তাই তাদের দশা পার্থক্য π এর বিযুগ্ম গুণিতক হতে হবে। অতএব প্রলেপের বা ঝিল্লির বেধ প্রায় অভিলম্ব আপতনের জন্য হবে

$$2n_F d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad (5.15c)$$

প্রায় অভিলম্ব আপতনের জন্য শূন্য প্রতিফলনাংক পাওয়া যাবে যদি film বা ঝিল্লির বেধ $d = \lambda/\Delta n_F$ হয়। তখন $n_F = \sqrt{n_G}$ শর্তটিও সঠিক হবে।

এটা লক্ষণীয় যে যদিও শূন্য প্রতিফলনাংকের শর্ত সঠিকভাবে পূর্ণ হবে একটি মাত্র আপতন কোণ এবং একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য, তথাপি খানিকটা বড় পাল্লার আপতন কোণ এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রেও প্রতিফলিত আলোর তীব্রতা কম হয়। এইভাবে কাচফলক বা লেন্সের তলে অপ্রতিফলক প্রলেপ লাগিয়ে প্রতিফলনাংক হ্রাস করার পদ্ধতিকে বলা হয় ব্লুমিং (blooming)।

i) 1.5 প্রতিসরাংকের কাচের জন্য ঝিল্লির প্রতিসরাংক হওয়া উচিত $\sqrt{1.5}$, সাধারণ আলোক যন্ত্রের লেন্স বা প্রিজম এর তল ম্যাগনেসিয়াম ফ্লুরাইড দ্বারা প্রলিপ্ত করা হয়। এর প্রতিসরাংক 1.38 যা সাধারণভাবে প্রাপ্ত কাচের প্রতিসরাংকের বর্গমূল থেকে অনেকটা বেশি।

ii) উচ্চ প্রতিফলনাংক ঝিল্লির অপরদিকে আবার প্রলেপ দ্বারা প্রতিফলনের হার বৃদ্ধিও করা যায়। এরূপ ক্ষেত্রে প্রলেপ ঝিল্লির প্রতিসরাংক কাচের প্রতিসরাংক থেকে বেশী হবে এবং বায়ু-ঝিল্লি প্রতিফলিত তরঙ্গ ও কাচ-ঝিল্লি প্রতিফলিত তরঙ্গ গঠনমূলক ব্যতিচার সংঘটিত করবে।

iii) কাচকে ঘসে লেন্স তৈরি করা হয়। এই সব লেন্সের তলের গোলীয় আকৃতি নিখুঁত কিনা তা পরীক্ষা করা যায় নিউটন বলয় পরীক্ষা দ্বারা। যথার্থ মসৃণ ও সুষম তলের কাচের পাতের উপর পরীক্ষাধীন লেন্স স্থাপন করে যে ব্যতিচার নকশা পাওয়া যায় তার বলয়গুলি যথার্থ বৃত্তাকার হলে লেন্স গোলীয়।

iv) কোন তলের বেধের সুষমতা (flatness) পরীক্ষা করা যায় কীলকাকার ঝিল্লির দ্বারা। একটি যথার্থ আলোকীয় সুষম বেধের (Optical flat) তলের উপর পরীক্ষাধীন ফলককে স্থাপন করে কীলকাকার বায়ু-ঝিল্লি গঠন করে উৎপন্ন ব্যতিচার পরীক্ষা করতে হবে। যদি ব্যতিচার নকশার প্রতিটি ফ্রিঞ্জ সরলরৈখিক ও পরস্পরের সমান্তরাল হয় তবে বুঝতে হবে যে পরীক্ষাধীন ফলক মসৃণ ও সুষম বেধের।

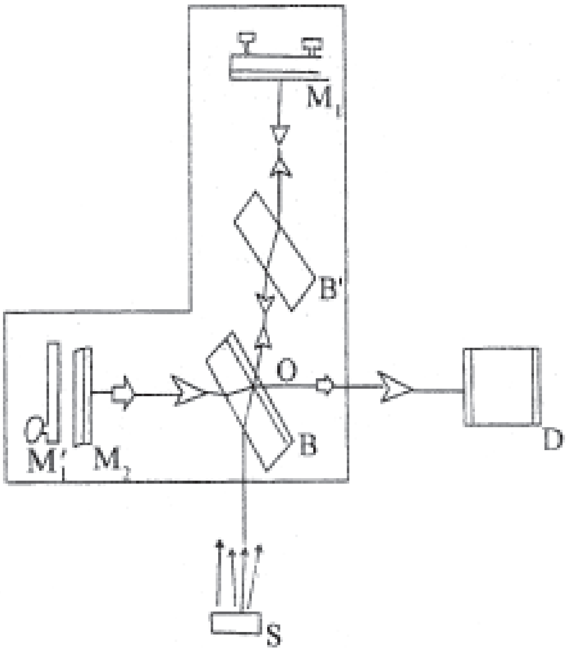
অনুশীলনী - 1

1. নিউটন বলয়ের পরীক্ষা ব্যবস্থায় লেন্স ও আলোকীয় সমতল ফলকের মধ্যবর্তী পাতলা বায়ুর ঝিল্লির পরিবর্তে জলের ঝিল্লি ব্যবহার করলে কোন একটি নির্দিষ্ট ক্রমের বলয়ের ব্যাসার্ধের কিরূপ পরিবর্তন হবে?

5.8 মাইকেলসন-ইন্‌টারফেরোমিটার (The Michelson Interferometer)

আমরা দেখেছি বিস্তার বিভাজনের দ্বারা যেসব ব্যতিচার নকশা গঠিত হয় তাদের গঠন বিভিন্ন প্রকার হয়। কিন্তু ঐসব বিভিন্ন ধরনের ব্যতিচার নকশা পেতে বিভিন্ন ব্যবস্থা গ্রহণের দরকার হয়। আমরা দেখব, মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটারের দ্বারা বিভিন্ন প্রকারের ব্যতিচার নকশা পাওয়া যাবে। অন্যান্য বহুপ্রকার ইন্টারফেরো মিটারের মত মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটারেও দর্পণ ও রশ্মি-বিভাজক ব্যবহার করা হয়।

চিত্র 5.16 -এ মাইকেলসন ইনটারফেরোমিটরের ছক-চিত্র দেখানো হল। **(Schematic diagram)**



চিত্র 5.16 মাইকেলসন ইনটারফেরোমিটারের নকশা চিত্র।

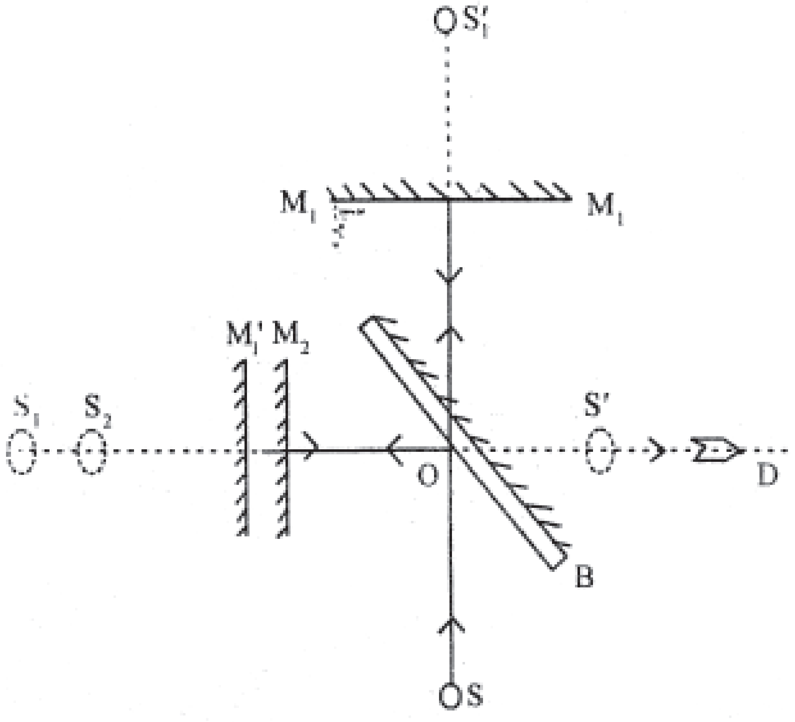
একটা বিস্তৃত আলোক উৎস S থেকে যে আলোক তরঙ্গ নির্গত হয় তার একটা অংশ রশ্মি বিভাজক B-এর উপর আপতিত হবে। রশ্মিবিভাজকের অপর তলটিতে রূপার পাতলা প্রলেপ লাগানো থাকে। আপতিত আলোক তরঙ্গ এই প্রলেপে অংশত প্রতিফলিত ও অংশত প্রতিসৃত হয়। প্রতিফলিত অংশ রশ্মিবিভাজকের মাধ্যম থেকে নির্গত হয়ে M_2 সমতল দর্পণে প্রতিফলিত হয় এবং পুনরায় B রশ্মি বিভাজকে ফিরে আসে যা ঐ বিভাজকে প্রতিফলিত হয়ে D-তে অবস্থিত চক্ষু বা সন্ধানী যন্ত্রে (Detector) প্রবেশ করে। রশ্মি বিভাজক থেকে তরঙ্গের প্রতিসৃত অংশ M_1 সমতল দর্পণ কর্তৃক প্রতিফলিত হয়ে পুনরায় B রশ্মি বিভাজকেই ফিরে আসে এবং তার মধ্য দিয়ে পারগত হয়ে D অবস্থানের চক্ষু বা সন্ধানী যন্ত্রে প্রবেশ করে। যেহেতু D-তে অবস্থিত সন্ধানী যন্ত্রে প্রবিষ্ট তরঙ্গ দ্বয় একই আপতিত তরঙ্গ থেকে বিস্তার-বিভাজনের দ্বারা প্রাপ্ত, অতএব তারা সুসম্বদ্ধ। তাই উভয় তরঙ্গ মিলিত হয়ে ব্যতিচার সৃষ্টি করবে অবশ্য যদি তাদের পথপার্থক্য সুসম্বদ্ধতার দৈর্ঘ্য (Coherent length) অপেক্ষা অধিক না হয়। M_1 ও M_2 দর্পণের সম্মুখতলে রূপার পাতলা প্রলেপ দেওয়া থাকে এবং স্বাভাবিক সমন্বয়নে (Normal adjustment) M_1ও M_2 -এর তলদ্বয় পরস্পর অভিলম্বভাবে রাখা হয় রশ্মিবিভাজক B দর্পণ M_1ও M_2 -এর তলের সঙ্গে 45^0 কোণে নত থাকে। দর্পণ M_1ও M_2-এর অবস্থান এবং তাদের তলের নতি নিয়ন্ত্রণ করার জন্য দর্পণ দুটির পিছনে স্ক্রু যুক্ত থাকে। পরস্পরের সঙ্গে অভিলম্বভাবে থাকা দুটি বাহুযুক্ত একটি কাঠামোর উপর দর্পণ M_1 ,M_2 এবং বিভাজক B কে স্থাপন করা হয়।

লক্ষ্যণীয় যে D সন্ধানী যন্ত্রে যে দুটি রশ্মি বা তরঙ্গ উপস্থিত হয় তার একটি রশ্মি বিভাজকের মধ্য দিয়ে তিনবার যাতায়াত করে, কিন্তু অপর রশ্মিটি কেবলমাত্র একবার মাত্র অতিক্রম করে। যাতে দ্বিতীয় রশ্মিটি (M_1-মুখী) আরো দুবার রশ্মি বিভাজকের সমবেধযুক্ত অনুরূপ মাধ্যম অতিক্রম করতে পারে তাই B বিভাজকের সম্পূর্ণ সদৃশ অর্থাৎ একই বেধের ও একই মাধ্যমের একটি প্রতিবিধায়ক ফলক B', B -এর সমান্তরালে M_1-মুখী রশ্মি পথে স্থাপন করা হয়। B'-এ কোন রূপার প্রলেপ থাকে না।

প্রশ্ন হচ্ছে এই প্রতিবিধায়ক ফলকের প্রয়োজন কেন হল ? বস্তবে প্রায় একবর্ণী আলোকের ক্ষেত্রে এই পরিপূরকের (Compensator) কোন প্রয়োজন নেই। কারণ রশ্মি-বিভাজকের বেধ d হলে M_2 দর্পণমুখী রশ্মিটি n প্রতিসরাংকেবিশিষ্ট বিভাজকে যে অতিরিক্ত 2d পথ অতিক্রম করে তা M_2 দর্পণটিকে 'nd' দূরত্ব সরালেই প্রতিবিহিত হয়। যথাস্থানে 45^0 কোণে পরিপূরকটি রাখলে প্রকৃত পথ পার্থক্য থেকেই কোন আলোকীয় পথ উদ্ভূত হয়। এ ছাড়াও, রশ্মিবিভাজকের বিচ্ছুরণের জন্য আলোকীয় পথ তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ -এর অপেক্ষক। ফলে কোন মাত্রিক কাজের (quantitative work) ক্ষেত্রে মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটার ব্যবহার করা যেতে পারে কেবল প্রায় একবর্ণী আলোর উৎসের ক্ষেত্রে। পরিপূরকের অন্তর্ভুক্তি বিচ্ছুরণের প্রভাবকে বাতিল করে। ফলে বেশ চওড়া ব্যাণ্ড প্রসার (Broad Band-width) যুক্ত কোন উৎসের বেলায়ও যে ফ্রিঞ্জ তৈরি হবে তাদের আলাদা করে চেনা যাবে।

ব্যতিচার নক্‌শা গঠনের ব্যাখ্যা

রশ্মি বিভাজকে প্রতিফলনের দরুন উৎস S ও দর্পণ M_1এ এর প্রতিবিম্ব S' ও M_1' গঠিত হয়। M_1ও M_2 দর্পণে S' এর প্রতিবিম্ব হবে S_1ও S_2 যা সরাসরি সন্ধানী যন্ত্র বা অভিজ্ঞাপক D-এর সমরেখ হবে। (চিত্র 5.17)



চিত্র 5.17 ঃ মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটারের মনন চিত্র।

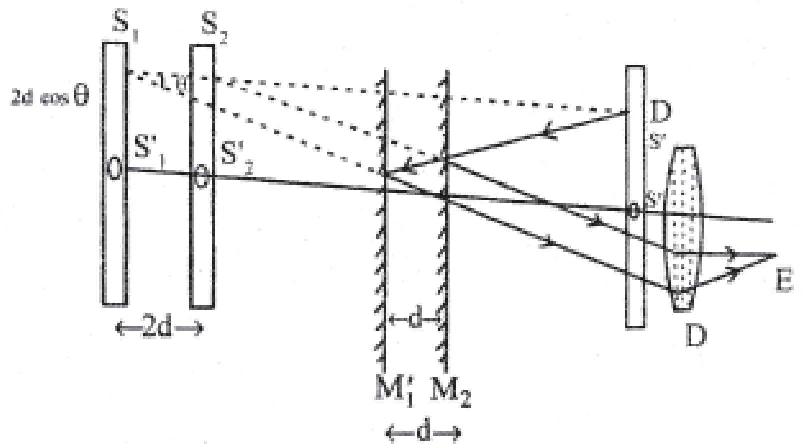
রশ্মিবিভাজকে প্রতিফলনের ফলে D সাপেক্ষে M_1এর অবস্থান হবে M'_1 অর্থাৎ $BM_1 = BM'_1$। M_2 কে তার নিজের অবস্থানেই দেখা যাবে D থেকে। M'_1 এর অবস্থান নির্ভর করবে BM_1 এর উপর। $BM_1 > BM_2$ হলে M'_1 হবে M_2 এর পশ্চাতে; $BM_1 < BM_2$ হলে M'_1 হবে M_2 এর সম্মুখে। আবার $M_1B = M_2B$ হলে M'_1ও M_2 এর অবস্থান একই হবে। অর্থাৎ $M_2M'_1 = d = 0$ হবে। আবার রশ্মিবিভাজকে S এর প্রতিবিম্ব হবে S'। অতএব M_2ও M_1 অসদবিম্ব S' এর S_2 ও S_1 অসদবিম্ব গঠন করবে। অর্থাৎ D এর নিকট মনে হবে S_1 ও S_2 থেকে আলো আসছে।

স্পষ্টতই S_1 ও S_2 সুসম্বদ্ধ উৎস (হাইডিংগার ব্যতিচারে যেমন)। D এর সমাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে যদি $M_2M'_1=d$ হয় তবে $S_1S_2= 2d$।

অনুশীলনী - 2

প্রমাণ করুন যে মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটারের ক্ষেত্রে রশ্মি বিভাজক থেকে দর্পণদ্বয়ের দূরত্বের ব্যবধান d হলে তাদের দ্বারা উৎপন্ন প্রতিবিম্বদ্বয়ের ব্যবধান 2d হবে।

কিন্তু যদি আমরা সমাক্ষীয় নয় এমন রশ্মি বিবেচনা করি তবে চিত্র 5.17 এর রূপটি হবে চিত্র 5.18 এর মত এখানে কেবল অসদ উৎস S', এবং দর্পণ M_2 ও M'_1 দ্বারা উৎপন্ন তার প্রতিবিম্ব যথাক্রমে S_2 ও S_1 কে দেখানো হয়েছে।



চিত্র 5.18-মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটারে ব্যতিচার ধারণা

চিত্র 5.17-এ যে যে স্থলে S', S_1, S_2 বিন্দু উৎস, চিত্র 5.18 তে সেই সেই স্থলে বিস্তৃত উৎস ধরা হয়েছে যথাক্রমে S'', S'_1, S'_2. এই S'' বিস্তৃত উৎসের উপর S' যে কোন একটা বিন্দু উৎস যা D-এর অক্ষ থেকে দূরে। S' থেকে নির্গত রশ্মি দর্পণ M_2 এবং M'_1 কর্তৃক প্রতিফলিত হয়ে D সন্ধানীতে পৌঁছায়। মনে হবে যেন বিস্তৃত অসদ উৎস S'_2 ও S'_1 এর উপর S_2 ও S_1 বিন্দু থেকে আলোক তরঙ্গ আসছে। S_1 ও S_2 সর্বার্থে এবং কার্যত সুসম্বদ্ধ আলোক উৎস। D সন্ধানীতে আগত রশ্মিদ্বয়ের পথ পার্থক্য হবে $2d\cos\theta$ যেখানে θ হল অক্ষের সঙ্গে রশ্মিদ্বয়ের কোণ। অর্থাৎ রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য $=\frac{2\pi}{\lambda}\times 2d\cos\theta$। লক্ষ্য করা যেতে পারে যে M_2 থেকে আগত আলোক তরঙ্গ পূর্বেই রশ্মি বিভাজকের অভ্যন্তরে প্রতিফলিত হয়েছে এবং M'_1 থেকে আগত আলোক তরঙ্গ তাতে বহিস্থভাবে প্রতিফলিত হয়। ফলে তাদের মধ্যে একটি অতিরিক্ত π দশা পার্থক্য ঘটে। তাই চরম ব্যতিচারের জন্য আমরা লিখতে পারি

$$\frac{2\pi}{\lambda}\times 2d\cos\theta-\pi=2\pi m\lambda \qquad m=0,1,2$$

$$\Rightarrow 2d\cos\theta=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \qquad \text{.... (5.9)}$$

এখন কোন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে যদি চরম ব্যতিচার ঘটার এই শর্ত S' এর এই বিশেষ অবস্থানে সত্য হয় তবে S" S' ব্যাসার্ধের পরিধির উপর যেকোন বিন্দু উৎসের ক্ষেত্রেও তা সত্য হবে।

লক্ষণীয় যে S" সন্ধানী D এর অক্ষের উপর অবস্থিত। অতএব এই অক্ষকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তীয় ব্যতিচার নকশা গড়ে উঠবে। যদি সন্ধানীর অবস্থানে চোখ রাখা যায়, তবে চক্ষুলেন্সের অক্ষকে ঘিরে এই ব্যতিচার নকশা দৃশ্যমান হবে। অবশ্য এই বৃত্তীয় ব্যতিচার নকশায় উজ্জ্বল বা অন্ধকার বৃত্তের সংখ্যা খুবই কম হবে, কারণ উৎসের অতি নগণ্য অংশ থেকেই আলোক কেবল অক্ষি-উন্মেষ অতিক্রম করবে। যদি রশ্মি বিভাজকের নিকট একটি বড় উন্মেষের লেন্স ব্যবহার করা যায় তবে পর্যবেক্ষক সমগ্র ব্যতিচার নকশাটি দেখতে সক্ষম হবেন।

অপর পক্ষে অবম ব্যতিচারের জন্য অর্থাৎ বিনাশী ব্যতিচারের জন্য

$$2d\cos\theta = m\lambda \tag{5.16}$$

লক্ষ্য করুন, যখন $\theta = 0^0$, $m = \dfrac{2d}{\lambda}$ (5.17)

আমাদের মনে রাখতে হবে যে সমীকরণ (5.16) বা (5.17) অনুসারে দর্পণদ্বয়ের দূরত্ব d ও আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ -এর নির্দিষ্ট মানের জন্য $\theta = 0^0$ হলে m-এর মান সর্বোচ্চ হবে। তবে বিশেষ ক্ষেত্রেই অবম ব্যতিচারের শর্তটি পূর্ণ হলে কেন্দ্রস্থ ফ্রিঞ্জটি অন্ধকার হবে এবং m-এর ক্রমও সর্বোচ্চ হবে। সাধারণ ভাবে কেন্দ্রীয় অঞ্চলটিতে চরম বা অবম ব্যতিচারের মধ্যে কোনটিরই শর্ত পূরণ নাও হতে পারে।

প্রায়-একবর্ণী (Quasimonnochromatic) আলোকে কোন ব্যতিচার নকশা গঠিত হয় বহুসংখ্যক পর্যায়ক্রমে উজ্জ্বল ও অন্ধকার বলয়ের সমন্বয়ে। কোন একটি বিশেষ বলয় হবে একটি নির্দিষ্ট m-ক্রমের। দর্পণ M_2-কে M_1'-এর দিকে সরাতে থাকলে হ্রাস পায় এবং একই M-ক্রমের ক্ষেত্রে সমীকরণ (5.10) অনুসারে $\cos\theta$ বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ "θ" হ্রাস পাবে। d-এর হ্রাসের পরিমাণ যখনই $\lambda/2$ হয়, তখনই সর্বোচ্চ ক্রমের ফ্রিঞ্জটি কেন্দ্রে অদৃশ্য হয়। এইভাবে বলয়গুলি কেন্দ্রের দিকে সঙ্কুচিত হয় এবং একটি একটি করে ফ্রিঞ্জ যখন কেন্দ্রে অদৃশ্য হয়, তখন অবশিষ্ট বলয়গুলির প্রত্যেকটিই চওড়া হয় যে পর্যন্ত না কয়েকটি মাত্র ফ্রিঞ্জ সমস্ত পর্দা জুড়ে থাকে। তখন পুরো দৃষ্টি ক্ষেত্রে কেবল কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটি ছড়িয়ে পড়বে। রশ্মিবিভাজকে প্রতিফলনের দরুন যে π দশা পরিবর্তন ঘটে তারই ফলে সমস্ত পর্দায় পাওয়া যাবে অবম ব্যতিচার। অপর পক্ষে M_2 দর্পণকে সরিয়ে M_1 এর পশ্চাতে নিয়ে যেতে থাকলে আবার দৃষ্টিক্ষেত্রের কেন্দ্রে ফ্রিঞ্জগুলি পুনরায় একে একে দৃশ্যমান হবে। এবং d বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বলয়গুলিও বাইরের দিকে ছড়িয়ে পড়তে থাকবে।

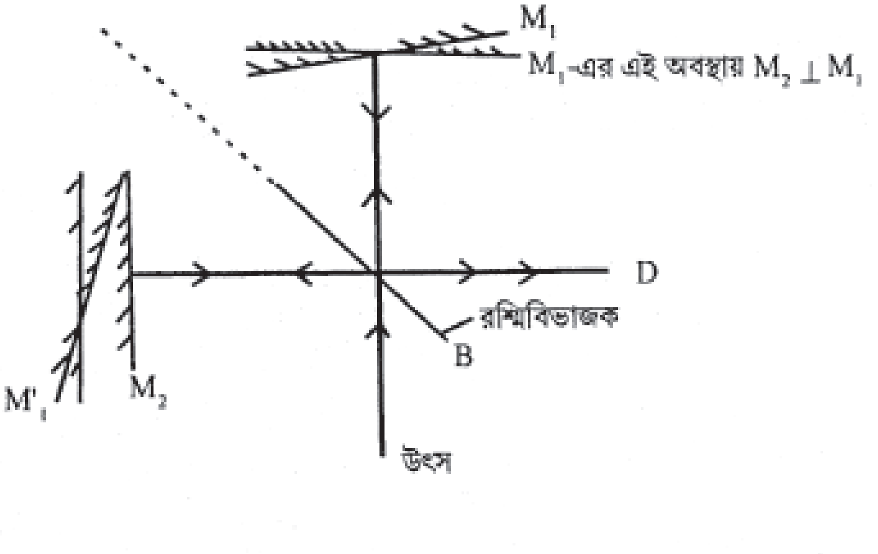
বিভিন্ন আকৃতির ব্যতিচার নকশা

ইতিমধ্যে আমরা দেখেছি যে মাইকেলসন ইনটারফেরোমিটারে বৃত্তাকার ব্যতিচার নকশা গঠিত হয়। এই নকশা গঠনের 'মূলশর্ত' কি? আমরা চিত্র 5-18-এ কীভাবে বৃত্তীয় ব্যতিচার নকশা গঠিত হয় তা ব্যাখ্যা করেছি। M_1 দর্পণের অসদবিম্ব M_1' এবং দর্পণ M_2 সমান্তরাল অর্থাৎ দুই দর্পণের মধ্যে যেন একটি সমান্তরাল ঝিল্লি বর্তমান। অর্থাৎ আমরা ভাবতে পারি সমান্তরাল ঝিল্লিতে আলোক রশ্মির অভিলম্ব আপতনের জন্য এই বৃত্তীয় ব্যতিচার

নকশা পাওয়া গেছে। এক্ষেত্রে আমাদের হাইডিংগার ব্যতিচার নকশার কথা অবশ্যই মনে পড়বে। প্রশ্ন হল, কীভাবে দর্পণদ্বয় স্থাপিত হলে তাদের প্রতিবিম্বের অবস্থান M_2, M_1' পরস্পরের সমান্তরাল হবে? মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটারে দর্পণদ্বয়কে অবশ্যই পরস্পরের অভিলম্বে স্থাপন করতে হবে। এটাই হ'ল বৃত্তীয় ব্যতিচার নকশা পাওয়ার মূলশর্ত।

চিত্র 5.18-এ সম্ভাব্য একটি ক্ষেত্রে যেখানে আমরা শুধু সমান্তরাল নির্গত জোড়া রশ্মিগুলির জোড়াগুলির কথাই বিবেচনা করেছি। এই রশ্মিগুলি যেহেতু যথার্থই পরস্পর মিলিত হয় না, সেইজন্য এরা কোন না কোন ধরনের অভিসারী লেন্স ছাড়া প্রতিবিম্ব গঠন করতে পারে না। বাস্তবিক পক্ষে অসীম দূরত্বে ফোকাস করা পর্যবেক্ষকের চোখও এ ধরনের লেন্স হিসাবে কার্যকরী হবে। অসীমে অবস্থিত এ ধরণের সমনতির ফ্রিঞ্জকে কখনও হাইডিংগার ফ্রিঞ্জ হিসাবেও উল্লেখ করা হয়।

আমরা ইতিপূর্বে ফিজো ফ্রিঞ্জ বা ফিজো ব্যতিচার নকশা কীভাবে গঠিত হয় জেনেছি। যদি ঝিল্লির বেধ সর্বত্র সুষম না হয় তবে এই ঝিল্লিতে ফিজো ব্যতিচার নকশা গঠিত হয়, সমবেধের সঞ্চার পথ ধরে এই স্থানীয় নকশা উৎপন্ন হওয়ায় এর আকৃতি বিচিত্র ধরণের হতে পারে। আমরা দেখেছি কীলকাকার উৎপন্নকারী সমতল কাচ দুটি যদি যথার্থই মিলিত হয় অথবা প্রকৃতই মিলিত না হলে তাদের তল দুটি পরিবর্ধিত করলে মিলিত হয় এক প্রান্তে, কোন সরলরেখায় মিলিত হয় বলে মনে হয়, তবে ঝিল্লিতে সমবেধের সঞ্চারপথ হয় প্রান্তের ঐ সরল রেখারই সমান্তরাল এবং ব্যতিচার নকশা হবে সমান্তরাল সরল রেখার উজ্জ্বল ও অন্ধকার ফ্রিঞ্জের সমাহার। তাই বলা যায় যদি M_2 ও M_1' দর্পণদ্বয় পরস্পরের সঙ্গে অতিক্ষুদ্র কোণে আনত থাকে তবে তাদের মধ্যবর্তী ঝিল্লি হবে কীলকাকার। এরূপ ক্ষেত্রে এই কীলকাকার "ঝিল্লি"তে সমান্তরাল সরল রৈখিক ব্যতিচার নকশা পাওয়া যাবে। তাহ'লে প্রশ্ন হ'ল, কী রূপে M_2 ও M_1' এর মধ্যে একটি ক্ষুদ্র কোণ সৃষ্টি করা যায়? অবশ্যই যদি M_1কে M_2 এর অভিলম্বে না রেখে একটু আবর্তিত করা হয় তবে চিত্র 5.19 এ প্রদর্শিত অবস্থায় থাকবে M_2 ও M_1' এই অবস্থায় M_2 দর্পণের পশ্চাতে দৃষ্টি নিবদ্ধ করলে স্থানীয় ব্যতিচার নকশা দৃষ্টিগোচর হবে।



চিত্র 5.19 : M_1কে এমনভাবে স্থাপন করা হল যে $M_2 \perp M_1$ এই অবস্থায় M_1' ও M_2 সমান্তরাল হবে না।

লক্ষণীয় যে M_2 ও M_1 এর তল উল্লম্ব রেখে তাদের যেমন পরস্পর আনত করা যায়, তেমনি তাদের তলদ্বয়কে উল্লম্ব সাপেক্ষেও আনত করা যায়। যথাযথভাবে M_1ও M_2, দর্পণ দুটির দিগ্‌বিন্যাস (Orientation) পরিবর্তন করে সরলরৈখিক বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, পরাবৃত্তাকার ইত্যাদি বিভিন্ন প্রকার ফ্রিঞ্জ উৎপন্ন করা যেতে পারে।

স্থানীকৃত ফ্রিঞ্জ (Localized fringes)

যখন d খুব ছোট তখন দর্পণ দুটির একটিকে ধরা যাক্ একটু কাৎ করা হল এমনভাবে যাতে M_1' ও M_2 পরস্পরের সঙ্গে ক্ষুদ্র কোণে আনত থাকে। এই অবস্থায় যে ফ্রিঞ্জগুলি পাওয়া যাবে তারা হবে পাতলা কীলকে যেমন ফ্রিঞ্জ পাওয়া যায় তেমনি। বিস্তৃত আকারের উৎসের বেলায় ফ্রিঞ্জগুলির আকার হবে সোজা এবং M_1' ও M_2 -এর প্রতিচ্ছেদী রেখার (intersecting line) সমান্তরাল এবং কীলকের সমতলে স্থানীকৃত। d বৃদ্ধি করলে ফ্রিঞ্জগুলি কীলকের পাতলা প্রান্তের দিকে সরতে থাকে। আরেকটি প্রভাব হচ্ছে θ-এর সঙ্গে পথ পার্থক্যের পরিবর্তনের প্রবর্তন। এর ফলে ফ্রিঞ্জগুলি বাঁকতে সুরু করে। ফ্রিঞ্জগুলি যেহেতু সুষম আলোকীয় পথ পার্থক্যের রেখা এবং যেহেতু θ-এর বৃহত্তর মানের জন্য পথ পার্থক্য ক্ষুদ্রতর হয়, সেইজন্যই ফ্রিঞ্জগুলি দৃষ্টিক্ষেত্রের বহিরাংশে (outer part) কীলকের অপেক্ষাকৃত বেশী বেধের দিকে বাঁকবে। চিত্র (5.20)-এ M_1' ও M_2 প্রতিচ্ছেদী রেখা AB খাড়া রেখা এবং দৃষ্টিক্ষেত্রের বামে; কাজেই ফ্রিঞ্জগুলি আঁকা হয়েছে কীলকের অপেক্ষাকৃত বেশী বেধের দিকে P& Q-তে যেখানে θ হচ্ছে সবচেয়ে বেশী এবং এরা, কীলকের অপেক্ষাকৃত বেশী বেধের দিকেই অবতল আকার নিয়েছে। M_1' ও M_2 প্রতিচ্ছেদী রেখার দিকে শূন্য ক্রমের যে ফ্রিঞ্জটি রয়েছে সেটিই হচ্ছে একমাত্র সঠিকভাবে সোজা।

বৃত্তীয় ব্যতিচার নকশার কৌণিক ব্যাসার্ধ

আমাদের নিশ্চয়ই মনে আছে যে বিনাশী বা অন্ধকার ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের শর্ত হল (সমীকরণ 5.16)

$$2d\cos\theta = m\lambda \tag{5.16}$$

অতএব উপরের সমীকরণ থেকে $\theta=0$ হলে, অর্থাৎ কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জ অন্ধকার হলে আমরা লিখতে পারব $2d = m_0\lambda$ এখানে কেন্দ্রীয় বৃত্তীয় নকশার কৌণিক ব্যাসার্ধ $\theta = 0^\circ$ এবং ঐ ফ্রিঞ্জের ক্রমাঙ্ক M_0; অবশ্য এটা মনে রাখা প্রয়োজন যে কেন্দ্রীয় অঞ্চলটিতে চরম বা অবম কোন ফ্রিঞ্জই পাওয়া না-ও যেতে পারে। যেহেতু λ খুবই ক্ষুদ্র এবং d এর মান 10cm. হলেও m_0 এর মান হবে বিশাল, যেমন ~ 400000, যা গণনা করা জটিল। কিন্তু কেন্দ্রীয় অন্ধকার ফ্রিঞ্জ থেকে n-তম অন্ধকার ফ্রিঞ্জ গণণা করা যায় এবং তার সংশ্লিষ্ট কৌণিক ব্যাসার্ধও পরিমাপ করা সম্ভব। ধরুন পূর্ববর্তী অন্ধকার ফ্রিঞ্জগুলির ক্রমাংক m_0-1, m_0-2,........m_0-n.......ইত্যাদি। অতএব যদি সংশ্লিষ্ট কৌণিক ব্যাসার্ধগুলি যথাক্রমে $\theta_1, \theta_2,..........\theta_n$....... ইত্যাদি হয় তবে (5.10) সমীকরণ থেকে লেখা যায়

$$\begin{aligned}
2d\cos\theta_1 &= (m_0-1)\lambda \\
2d\cos\theta_2 &= (m_0-2)\lambda \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
2d\cos\theta_n &= (m_0-n)\lambda
\end{aligned} \tag{5.18}$$

সমীকরণ (5.12) ও (5.13) থেকে লেখা যায়

$$2d\left(1-\cos\theta_n\right)=n\lambda \qquad (5.19)$$

যেহেতু কেন্দ্রীয় অন্ধকার ফ্রিঞ্জ ($\theta=0$)থেকে গণনা করলে সমীকরণ (5.14) n-তম অন্ধকার ফ্রিঞ্জের শর্ত জ্ঞাপন করে তাই (5.14) এবং (5.10) তুল্য সমীকরণ।

(5.14) সংখ্যক সমীকরণ থেকে পাই

$$4d\sin^2\frac{\theta_n}{2}=n\lambda$$

যদি θ_n ক্ষুদ্র হয় তবে $\sin\frac{\theta_n}{2}\simeq\frac{\theta_n}{2}$.

$$\therefore 4d\left(\frac{\theta_n}{2}\right)^2=n\lambda$$

$$\theta_n=\sqrt{\frac{n\lambda}{d}} \qquad (5.20)$$

এটা n-তম অন্ধকার বলয়ের কৌণিক ব্যাসার্ধ।

5.9 মাইকেলসন ইনটারফেরোমিটারের ব্যবহার

তিনটি উদ্দেশ্যে এই ইনটারফেরোমিটার ব্যবহার করা হয় : i) অতিসূক্ষ্মভাবে দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে ii) বর্ণালির সূক্ষ্মরেখার ব্যবধান এবং iii) মাধ্যমের প্রতিসরাংক নির্ণয়ে।

i) তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয়

আমরা জেনেছি যে মাইকেল্‌সন্‌ ইনটারফেরমিটারের দর্পণদ্বয়ের ব্যবধান d যদি $\frac{\lambda}{2}$ পরিমাণে পরিবর্তন করা যায় তবে পরবর্তী ক্রমের ফ্রিঞ্জ পাওয়া যায়। অতএব যে দর্পণটির সরণ ঘটানো যায় তাকে $\frac{\lambda}{2}$ পরিমাণে সরানো হলে, কোন নির্দিষ্ট বিন্দুর ফ্রিঞ্জটি পরবর্তী ফ্রিঞ্জের অবস্থানে সরে যাবে। যদি N সংখ্যক ফ্রিঞ্জ কেন্দ্রে অদৃশ্য হলে যে দর্পণটিকে সরানো যায় তাকে d_o দূরত্ব সরানো হয় তবে আমরা লিখতে পারি $2d = m\lambda$

$$2\left(d-d_o\right)=(m+N)\lambda$$

এখানে $\theta=0$ ধরা হয়েছে কারণ কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জটিকে দেখছি। এইভাবে পাওয়া যায়

$$2=d_o=N\lambda$$

$$\text{or}\quad \lambda=\frac{2d_o}{N} \qquad ....(5.21b)$$

এটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য মাপার একটি পদ্ধতি।

কোন একটি নির্দেশ বিন্দু (reference point) দিয়ে যে N সংখ্যক ফ্রিঞ্জ, অথবা তার অংশ সরে গেছে দর্পণটি Δx দূরত্ব অতিক্রম করার ফলে তাই কেবল অণুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে গণনা করতে হবে যদি Δx নির্ণয় করতে হয়। অর্থাৎ, $\Delta x = \dfrac{N\lambda}{2}$ ....(5.21a)

অতএব অত্যন্ত সূক্ষ্মভাবে এই দৈর্ঘ্য মাপা সম্ভব। এই পদ্ধতি অবলম্বন করে মাইকেলসন নির্ণয় করেছিলেন একপ্রমাণ মিটার (Standard meter) কত লাল ক্যাডমিয়াম তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান।

ii) বর্ণালির সূক্ষ্ম রেখার তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ব্যবধান নির্ণয়

আমরা সমীকরণ $2d\cos\theta = n\lambda$ থেকে বুঝতে পারি যে $d \approx 0$ হলে $n\lambda = 0$ হবে, অর্থাৎ $n\lambda_1 = m\ \lambda_2 = 0$ যেখানে λ_1 ও λ_2 দুটি ভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং n ও m ক্রমাংক, এর থেকে বলা যায় যে উভয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কোন ব্যতিচার নকশা গঠন করবে না। কিন্তু ধীরে ধীরে d বৃদ্ধি করতে থাকলে λ_1 ও λ_2-এর ব্যতিচার নকশা প্রকাশ পাবে। ধরা যাক d এর কোন একটা মানের জন্য λ_1-এর অন্ধকার বলয় λ_2-এর উজ্জ্বল বলয়ের উপর গঠিত হয়। এই অবস্থায় ব্যতিচার নকশা খুবই অস্পষ্ট হবে।

ধরা যাক λ_1, এর n-তম অন্ধকার বলয় এবং λ_2-এর m-তম উজ্জ্বল বলয় যখন পরস্পরের উপর সমপাতিত হয় তখন দর্পণদ্বয়ের দূরত্ব d_1

$$2d_1 = n\lambda_1 = (2m+1)\frac{\lambda_2}{2} \quad ....(i)$$

এর পর d আবার বৃদ্ধি করতে থাকলে দৃষ্টি ক্ষেত্রে সুস্পষ্ট λ_1 ও λ_2 এর ব্যতিচার নকশা গঠিত হবে। d আরো বৃদ্ধি করলে আবার ব্যতিচার নকশা খুবই অস্পষ্ট হবে যখন λ_1 এর অন্ধকার বলয়ের উপর λ_2 এর উজ্জ্বল বলয় পুনরায় সমপাতিত হবে। ধরা যাক d এর এই পরিবর্তন কালে λ_1 এর P সংখ্যক অন্ধকার বলয় কেন্দ্রে গঠিত হয়েছে এবং λ_2 এর P+1 সংখ্যক উজ্জ্বল বলয় গঠিত হয়েছে। যদি এই অবস্থায় d এর মান d_2 হয় তবে

$$2d_2 = \frac{\lambda_2}{2}(n+p)\lambda_1 = [2(m+p+1)+1]\frac{\lambda_2}{2} \quad ....(ii)$$

i) এবং ii) থেকে

$$2(d_2 - d_1) = \frac{\lambda_2}{2}P\lambda_1 = 2(p+1)\ \frac{\lambda_2}{2}$$

ধরা যাক $d_2 - d_1 = \Delta x$

$$\therefore 2\Delta x = P\lambda_1 = (P+1)\lambda_2$$

$$\therefore p = \frac{2\Delta x}{\lambda_1}; P+1 = \frac{2\Delta x}{\lambda_2}$$

$$\therefore 2\Delta x\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = 1$$

$$\therefore \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\Delta x} = \frac{\lambda^2}{2\Delta x} \qquad ....(5.16)$$

যেখানে $\lambda_1 \approx \lambda_2 = \lambda =$ গড় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

সাধারণ স্পেক্ট্রোমিটার দ্বারা λ নির্ণয় করা যায়। Δx পরিমাপ করা যায় দর্পণে যুক্ত মাইক্রোমিটার দ্বারা। অতএব পরপর দুবার ব্যতিচার নকশার অবলুপ্তির জন্য প্রয়োজনীয় Δx পরিমাপ করে $\lambda_1 - \lambda_2$ নির্ণয় করা যায়।

iii) প্রতিসরাংক নির্ণয়

যে মাধ্যমের প্রতিসরাংক পরিমাপ করতে হবে তেমন মাধ্যমের খুবই পাতলা পাতকে যদি কোন দর্পণে আপতিত রশ্মির পথে রাখা যায় তবে দুই রশ্মির মধ্যে একটি অতিরিক্ত পথ পার্থক্য সৃষ্টি হবে। ফলে উৎপন্ন ব্যতিচার নকশার সরণ ঘটবে। এ ক্ষেত্রে সাদা আলো ব্যবহার করা হয় এবং দর্পণদ্বয়ের মধ্যে নতি সৃষ্টি করে সরলরৈখিক ব্যতিচার নকশা গঠন করা হয়। এই নকশায় বিভিন্ন বর্ণের ব্যতিচার রেখার সঙ্গে একটা সাদা রেখাও থাকবে। কোন একটা রশ্মির পথে যদি পাতলা পাতটি স্থাপন করা হয় তবে সাদা ফ্রিঞ্জের সরণ ঘটবে। প্রাথমিকভাবে যদি সাদা ফ্রিঞ্জকে দূরবীক্ষণের ক্রশ-তারের উপরে রাখা থাকে, পাতলা পাত স্থাপনের পর তা ক্রশ-তার থেকে সরে যায়। এবার চলনক্ষম দর্পণকে সরিয়ে d এর পরিবর্তন ঘটিয়ে আবার সাদা ফ্রিঞ্জকে ক্রশতারের উপরে আনা যায়।

ধরা যাক পাতলা পাতের বেধ t এবং প্রতিসরাংক n ফলে অতিরিক্ত পথ পার্থক্য হবে $2(n-1)t$ [ধরা যাক মূল পথ = ℓ, বর্ধিত পথ = $\ell - t + nt$. তাই অতিরিক্ত পথ = $(\ell - t + nt) - \ell = nt - t = (n-1)t$. যেহেতু আলোকরশ্মি পাতের মধ্য দিয়ে দুবার যাতায়াত করে তাই অতিরিক্ত পথ পার্থক্য $2t(n-1)$.] M_2 দর্পণকে x সরালে যদি সাদা ফ্রিঞ্জ আবার ক্রশ তারে ফিরে আসে তবে $2x = 2t(n-1)$

$$\text{বা } x = t(n-1)$$

যদি t জানা থাকে তবে x পরিমাপ করে n নির্ণয় করা যায় অথবা যদি n জানা থাকে তবে t নির্ণয় করা যায়।

অনুশীলনী- 3

মাইকেলসন ইন্টারফেরোমিটারের দর্পণ দ্বয়ের দূরত্ব হ্রাস করতে থাকলে ব্যতিচার নকশার উচ্চতম ক্রমের বলয় অবলুপ্ত হতে থাকে এবং একই সময়ে অবশিষ্ট বলয়গুলির বেধ বৃদ্ধি পেতে থাকে। এর কারণ কি?

5.10 সারাংশ

* যদি আলোক তরঙ্গ ঘনতর মাধ্যমের তল থেকে প্রতিফলিত হয় তবে তার π দশা পরিবর্তন ঘটে।
* অভিলম্ব আপতনের জন্য ব্যতিচার শর্ত :

i) চরম ব্যতিচার $2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0,1,2..........$

ii) অবম ব্যতিচার $2nd = m\lambda \quad m = 1,2,3..........$

n = ঝিল্লি মাধ্যমের প্রতিসরাংক

* তির্যক আপতনের জন্য ব্যতিচার শর্ত :

চরম ব্যতিচার $2nd \cos \theta_t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0,1,2..........$

অবম ব্যতিচার $2nd \cos \theta_t = m\lambda \quad m = 1,2,3..........$

* যদি সুষম বেধের ঝিল্লি হয় তবে অবম ও চরম ব্যতিচার θ_t এর উপর নির্ভর করে এবং এই জন্য এই ব্যতিচার নকশাকে বলে সমনতির ব্যতিচার নকশা। কিন্তু θ_t ধ্রুবক হলে ব্যতিচার নির্ভর করে ঝিল্লির বেধ d এর উপর। তখন ব্যতিচার নকশাকে বলে সমবেধের ব্যতিচার নকশা।

* নিউটন বলয় গঠিত হলে m-ক্রমের উজ্জ্বল বলয়ের ব্যাসার্ধ r_m হবে

$$r_m = \left[\left(\frac{(2m+1)R\lambda}{2n}\right)\right]^{1/2}$$

R = লেন্সের ব্যাসার্ধ, n = ঝিল্লির মাধ্যমের প্রতিসরাংক।

* মাইকেলসন্ ইনটারফেরোমিটারে যদি দর্পণদ্বয়ের (M_1, M_2) তল পরস্পর অভিলম্ব হয় অর্থাৎ যখন M_1' ও M_2 এর তলদ্বয় সমান্তরাল হয় তখন বলয়াকৃতির ব্যতিচার নকশা গঠিত হয়।

* M_1' ও M_2 এর মধ্যে কীলকাকৃতির ঝিল্লি গঠিত হলে তলদ্বয়ের নতির বিভিন্নতা অনুসারে রৈখিক, উপবৃত্তাকার ইত্যাদি ব্যতিচার নকশা দৃষ্ট হয়।

* মাইকেলসন্ ইন্টারফেরোমিটার দ্বারা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, দুটি অতিনিকটবর্তী তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ব্যবধান এবং কোন মাধ্যমের প্রতিসরাংক অতি সূক্ষ্মভাবে পরিমাপ করা যায়।

5.11 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. একটি 1.5 প্রতিসরাংকের মসৃণ সমতল কাচফলকের উপর একটি 1.36 প্রতিসরাংকের তরলের পাতলা আস্তরণ ছড়ানো আছে। এই আস্তরণের উপর সাদা আলো ফেললে একটি রঙিন নকশা গঠিত হয়। যদি কোন অঞ্চল থেকে আস্তরণটি তীব্র লাল আলো প্রতিফলিত করে তবে ঐ অঞ্চলে আস্তরণের (ঝিল্লির) ন্যূনতম বেধ কত? লাল আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য =6330 Å।

2. একটি সাবান গোলা জলের ঝিল্লির 550×10^{-9} মি বেধের অঞ্চলে প্রতিসরাংক 1.34। এই ঝিল্লিকে সাদা আলোয় আলোকিত করা হল। কোন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো এই ঝিল্লি কর্তৃক প্রতিফলিত হবে না?

3. 1.5 প্রতিসরাংক বিশিষ্ট মাধ্যমের কীলকাকার ঝিল্লির উপর 5000 Å তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো লম্বভাবে আপতিত হল। যদি ফ্রিঞ্জ প্রস্থ 1/3 সেমি হয় তবে কীলক কোণ নির্ণয় করুন।

4. দুই খণ্ড মসৃণ ও সমতল কাচ পাতের এক প্রান্তে 7.618×10^{-5} মি পুরু পিজবোর্ড ঢুকিয়ে একটি কীলকাকার বায়ুর-ঝিল্লি গঠন করা হল। 5000 Å তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো কীলকাকার ঝিল্লির ওপর অভিলম্বভাবে আপতিত হলে তার ওপর কতগুলি উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে ধরে নিতে হবে কীলকাকার ঝিল্লির অপর প্রান্তের বেধ শূন্য।

5. নিউটন বলয় পরীক্ষা ব্যবস্থায় ব্যবহৃত লেন্সের ব্যাসার্ধ যদি 4 মিটার হয় এবং যদি আপতিত আলোকে 5000 Å ও 5003 Å এর দুটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো থাকে তবে লেন্স ও ফলকের সংস্পর্শ বিন্দু থেকে কত দূরে বলয়গুলি অন্তর্হিত হবে?

6. মাইকেল্‌সন্‌ ইনটারফেরোমিটারের একটি দর্পণকে কিছুটা স্থানান্তরিত করায় দূরবীক্ষণের ক্রশ তারের উপর দিয়ে 1000 টি উজ্জ্বল-অনুজ্জ্বল ব্যতিচার নকশা অতিক্রম করে। যদি আলোক উৎসের আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 6000 Å হয় তবে দর্পণটিকে কতটা সরানো হয়েছিল?

অনুশীলনী 1

m ক্রমের উজ্জ্বল নিউটন বলয়ের ব্যাসার্ধ r_m হলে

$$r_m^2 = (2m+1)\frac{R\lambda}{2n}$$

যেখানে R = লেন্সের ব্যাসার্ধ, n = ঝিল্লির প্রতিসরাংক

অন্য কোন মাধ্যমের ঝিল্লির প্রতিসরাংক n' হলে

$$r_m'^2 = (2m+1)\frac{R\lambda}{2n'}$$

$\therefore \frac{r_m'^2}{r_m^2} = \frac{n}{n'}$; অনুরূপভাবে m-ক্রমের অন্ধকার ফ্রিঞ্জের ক্ষেত্রে পাওয়া যায়, $r_m'^2 = \frac{m\lambda R}{2n'}$ এবং $r_m^2 = \frac{m\lambda R}{2n}$ অর্থাৎ $\frac{r_m'^2}{r_m^2} = \frac{n}{n'}$ প্রদত্ত ক্ষেত্রে n=1, $n' = \frac{4}{3}$ ফলে উজ্জ্বল ও অন্ধকার উভয় ফ্রিঞ্জের ক্ষেত্রেই

$$\frac{r'_m}{r_m} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$r'_m = \frac{\sqrt{3}}{2}\ r_m = 0.866 r_m$$

অর্থাৎ $\Delta r_m = r'_m - r_m = (0.866-1)r_m = -0.134 r_m$

$$\frac{\Delta r_m}{r_m} = -0.134$$

অর্থাৎ যে কোন বলয়ের ব্যাসার্ধ হ্রাসের হার = 0.139. [ঋণাত্মক চিহ্ন হ্রাস সূচিত করে।]

অনুশীলনী 2

চিত্র 5-17 দেখুন। B রশ্মিবিভাজকে M_1 এর প্রতিবিম্ব M'_1 অতএব $OM_1 = OM'_1$ অতএব M_1 ও M_2 এর দূরত্বের ব্যবধান $d = M_2M'_1$ রশ্মি বিভাজকে S এর প্রতিবিম্ব S' আবার M_2 ও M'_1 -S' এর প্রতিবিম্বদ্বয় S_2 ও S_1 প্রমাণ

করতে হবে $S_2 S_1 = 2d$. এখন

$$S'S_2 = 2M_2S_2 \text{ এবং } S'S_1 = 2M'_1S_1$$

$$\therefore S'S_1 - S'S_2 = 2\left(M'_1S_1 - M_2S_2\right)$$

$$\Rightarrow S_1S_2 = 2\left(S'M'_1 - S'M_2\right) = 2M_2M'_1 = 2d$$

অনুশীলনী 3

ব্যতিচারে বিপরীতদশার রশ্মিদ্বয়ের লব্ধি শূন্য হলেও আলোক শক্তি, শূন্য হয় না। এই শক্তি উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জে সঞ্চারিত হয়। মাইকেল্‌সন ইন্টারফেরোমিটারে যখন কেন্দ্রে উজ্জ্বল ব্যতিচার বলয়ের অবলুপ্তি ঘটে তখন তার আলোক শক্তি বাকি উজ্জ্বল বলয়ে সঞ্চারিত হয়। এই জন্য উজ্জ্বল ব্যতিচার বলয়ের বেধ বৃদ্ধি ঘটে।

5.12 উত্তরমালা

1. এখানে তরল ঝিল্লির প্রতিসরাংক $n_\ell = 1.36$, কাচের প্রতিসরাংক $n_g = 1.5$ এবং বায়ুর প্রতিসরাংক $n_a = 1.0$

$\therefore n_a < n_\ell < n_g$

অতএব আলোক রশ্মি উভয় তলে প্রতিফলনে π দশা এই জন্য উজ্জ্বল ব্যতিচারের শর্ত

$2nd = m\lambda$

$\Rightarrow d = \dfrac{m\lambda}{2n}, m = 1,2 \ldots\ldots$

ন্যূনতম ঝিল্লির বেধ তখনই পাওয়া যাবে যখন $m = 1$; এক্ষেত্রে $d = \dfrac{\lambda}{2n} = \dfrac{6330}{2 \times 1.36} \text{Å} = 2327 \text{Å}$

2. সাবানে জলের ঝিল্লির প্রতিসরাংক $n_f = 1.34$ অতএব $n_g < n_f > n_a$. অতএব দুই তলের প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য π হবে প্রতিফলনের জন্য।

যেহেতু কোন এক বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো প্রতিফলিত হবে না, তাই দুই প্রতিফলিত রশ্মি বিনাশী ব্যতিচার ঘটাবে। এ জন্য শর্ত হল অন্ধকার ব্যতিচার

যেহেতু $2nd = m\lambda \;\therefore \lambda = \dfrac{2nd}{m}$, $m = 1,2,3 \ldots\ldots$

এখানে $2nd = 1.34 \times 550 \times 10^{-9}$ মি $= 1.34 \times 5500 \text{Å} = 7370 \text{Å}$

$\therefore m = 1$ হলে $\lambda = 7370 \text{Å}$ (লাল)

অতএব এই ঝিল্লি লাল আলো প্রতিফলিত করবে না।

3. সমীকরণ (5.7) থেকে, ফ্রিঞ্জ প্রস্থ

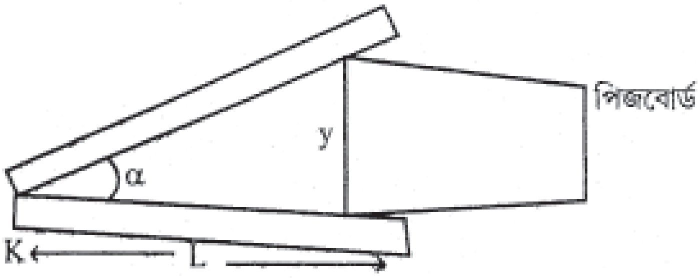
$$\Delta\ell = \frac{\lambda_F}{2\alpha} = \frac{\lambda_F}{2n\alpha}$$

λ_F = ঝিল্লিতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\alpha = 1$ ঝিল্লি কীলকের কোণ (রেডিয়ানে)

$$\therefore \alpha = \frac{\lambda}{2n\Delta\ell} = \frac{5000\times10^{-8}}{2\times\frac{1}{3}\times1\cdot5} = 5.0\times0^{-5} \quad \text{রেডিয়ান}$$

$$\frac{5\cdot1\times180\times60\times60}{\pi}\times10^{-5} \text{ সে.} = 10.52 \text{ সেকেন্ড}$$

4. ধরা যাক পাতদ্বয়ের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য L. তাহাদের প্রান্তে y বেধের পিজবোর্ড প্রবেশ করালে কীলকাকার ঝিল্লি গঠিত হবে যার কোণ = α (রেডিয়ান) $\therefore \alpha = \frac{y}{L}$



চিত্র- 5.20

আবার প্রতিটি উজ্জ্বল ও অন্ধকার ফ্রিঞ্জের প্রস্থ $\Delta\ell$ হলে $\Delta\ell = \frac{\lambda}{2n\alpha} = \frac{\lambda L}{2ny}$. যদি মোট উজ্জ্বল অন্ধকার ফ্রিঞ্জের সংখ্যা p হয় তবে $\Delta\ell P = L$

$$\frac{P\lambda L}{2ny} = L \text{ বা, } p = \frac{2ny}{\lambda}$$

এখানে ঝিল্লি মাধ্যম বায়ু, $n = 1$

$$\therefore p = \frac{2\times7\cdot618\times10^{-5}}{5000\times10^{-10}} = \frac{2\times7\cdot618}{5}\times10^{2} = 308 \text{ টি}$$

অর্থাৎ উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ 154 টি।

5. যখন $\lambda_1 = 5000\ \mathring{A}$ এর উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ ও $\lambda_2 = 5003\ \mathring{A}$ এর অন্ধকার ফ্রিঞ্জ পরস্পরের উপর সমপাতিত হয় তখন ব্যতিচার নকশা অন্তর্হিত হয়। ধরা যাক লেন্স ও ফলকের মধ্যবর্তী ঝিল্লির বেধ যখন d তখন এরূপ ঘটে।

$$\therefore 2nd = m\lambda_1 = (2m+1)\frac{\lambda_2}{2}$$

যেখানে $n = 1. \therefore \frac{2d}{\lambda_1} = m \qquad \frac{4d}{\lambda_2} = 2m+1$

$$\therefore \frac{4d}{\lambda_2} - \frac{4d}{\lambda_1} = 1$$

$$\Rightarrow 4d = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} \text{ বা } d = \frac{1}{4}\left(\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}\right)$$

ধরা যাক সংস্পর্শ বিন্দু থেকে r দূরে ঝিল্লি বেধ = α. অতএব চিত্র 5.14 থেকে

$$R^2 = x^2 + (R-d)^2 = x^2 + R^2 + d^2 - 2Rd.$$

$$\therefore r^2 = 2Rd - d^2 \simeq 2Rd,\ R >> d.$$

$$\therefore r^2 = 2R \times \frac{1}{4}\left(\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}\right)$$

$$r = \sqrt{\frac{R\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_1-\lambda_2)}}$$

$$= \sqrt{\frac{400 \times 5000 \times 5003 \times 10^{-16}}{2 \times 3 \times 10^{-8}}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times 5 \times 5003 \times 10^{-3}}{6}}$$

$$\sqrt{\frac{5003}{3} \times 10^{-2}} = 4.08 \text{ সে মি}$$

6. $\frac{\lambda}{2}$ পথপার্থক্য সৃষ্টি করে একটি ফ্রিঞ্জকে স্থানান্তরিত করা যায়। ধরা যাক Δx পথ পার্থক্য সৃষ্টি করলে N সংখ্যক ফ্রিঞ্জ সরবে। অতএব $\Delta x = N\frac{\lambda}{2} = 1000 \times \frac{6000 \times 10^{-8}}{2}$ সেমি

$$= 3 \times 10^{-2} \text{ সেমি} = .03 \text{ সেমি}$$

$$= 0.3 \text{মি মি.}$$

5.13 পুস্তক নির্দেশিকা

1. Optics - Ajoy Ghatak
2. Geo & physical optics -R.S. Longhurst
3. Optics - Hecht
4. Fundamentals of optics - Jenkins and white

একক 6 ❑ বহুরশ্মীয় ব্যতিচার (Multiple beam interference)

গঠন

6.1 প্রস্তাবনা

আপনারা ইতিমধ্যেই জেনেছেন যে দুটি সন্নিকটবর্তী সুসম্বদ্ধ আলোক উৎস থেকে নির্গত আলোক রশ্মিগুচ্ছ (beam) পরস্পরের উপর যেখানেই উপরিপাতিত হোক ব্যতিচারের ঘটনা ঘটবে। অবশ্য আলোকীয় পথ দৈর্ঘ্য যদি সুসম্বদ্ধ দৈর্ঘ্যের ($c\Delta t$) চেয়ে কম হয়। আপনারা এও জেনেছেন যে সুসম্বদ্ধ আলোকরশ্মিগুচ্ছ দুই প্রকারে উৎপাদন করা হয় : (ক) তরঙ্গমুখ বিভাজন দ্বারা এবং (খ) তরঙ্গের বিস্তার বিভাজন দ্বারা। এই দুই পদ্ধতিতে ব্যতিচারের ঘটনাবলী নিয়ে পূর্ববর্তী এককে বিস্তারিত আলোচনা হয়েছে। সেখানে আমরা বিশেষভাবে যেটা লক্ষ্য করেছি তা হ'ল :উভয়ক্ষেত্রে ব্যতিচার ঘটে কেবলমাত্র দুটি সুসম্বদ্ধ আলোক রশ্মিগুচ্ছ বা আলোক তরঙ্গের উপরিপাতের

ফলে। কিন্তু আমাদের বর্তমান এককে আমরা বহু রশ্মিগুচ্ছের উপরিপাত থেকে উৎপন্ন ব্যতিচার সম্পর্কে আলোচনা করব। মূল বিষয়ে প্রবেশের পূর্বে আমরা কেবল বলব যে বহুরশ্মীয় ব্যতিচারও তরঙ্গ-বিস্তার বিভাজন পদ্ধতিতে উৎপন্ন হয়। কিরূপে তরঙ্গবিস্তারকে বিভাজিত করা হয় তা নিশ্চয়ই আপনাদের মনে আছে। একটি কাচের পাতের উপর আলোক তরঙ্গ আপতিত হলে একটা অংশ প্রতিফলিত হয় এবং বাকী অংশ পারগত (transmitted) হয়। ফলে উভয় অংশের তীব্রতা আপতিত আলোক তরঙ্গের তীব্রতা অপেক্ষা কম হয়। কিন্তু আমরা জানি যে আলোকের তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের উপর নির্ভর করে। অতএব, বলা যায়, প্রতিফলিত ও পারগত আলোক তরঙ্গের বিস্তার আপতিত আলোক তরঙ্গের বিস্তার অপেক্ষা কম। যেন আপতিত আলোক তরঙ্গের বিস্তার বিভাজিত হয়ে এরূপ ঘটেছে। বহুরশ্মীয় ব্যতিচার পাওয়ার জন্য আমাদের কাজ হবে আপতিত তরঙ্গ বিস্তারকে একই প্রক্রিয়ায় বহুসংখ্যক তরঙ্গ বিস্তারে ভাগ করা। তবে একাজ করতে গিয়ে যে কথাটা মনে রাখতে হবে তা হল এই যে, এই বহু সংখ্যক তরঙ্গগুলির মধ্যে যেন সুসম্বদ্ধতা বজায় থাকে।

যথোপযুক্ত ব্যবস্থার মাধ্যমে কোন সমান্তরাল ফলকের উভয়তল থেকে নির্গত প্রতিফলিতও পারগত সমান্তরাল রশ্মিগুলির তীব্রতা পৃথকভাবে গণনা করা হবে এই এককের আলোচ্য বিষয়। ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপক প্রস্তুত ও তার ব্যবহারিক প্রয়োগ সম্পর্কেও এই এককে আলোচনা হবে। ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোন এবং ব্যতিচার পরিস্রাবক তাদের প্রয়োজনীয়তা, বিশেষ করে ব্যতিচার পরিস্রাবকের প্রস্তুত প্রণালী আপনারা এই এককে অধ্যয়ন করবেন। তাছাড়া ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপকের বিভেদন ক্ষমতার ধারণাটিও জানতে পারবেন এই একক অধ্যয়ন করে।

উদ্দেশ্য

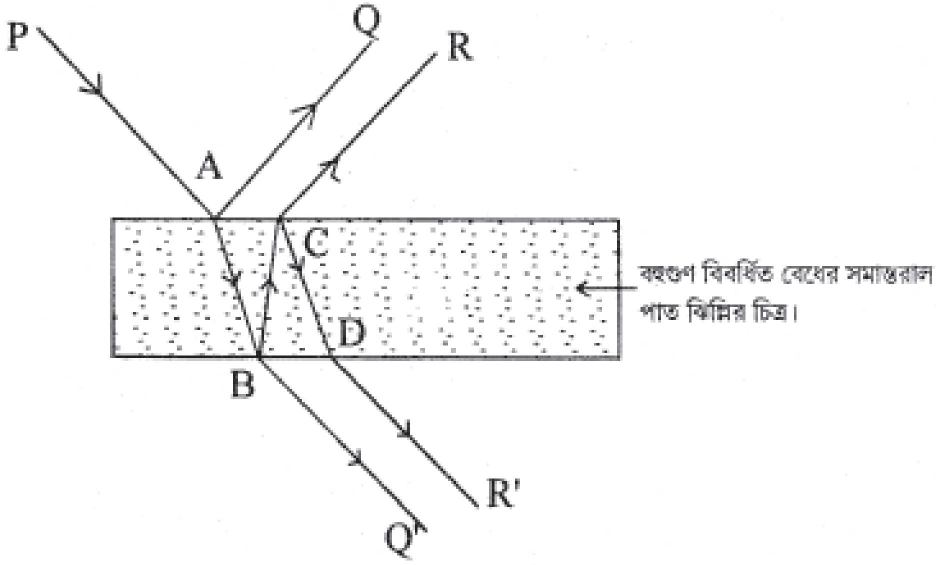
এই একক পাঠের পর আপনারা নিম্নের বিষয়গুলি সম্পর্কে অবহিত হবেন

- কোন সমতল সমান্তরাল ফলকে বহুরশ্মীয় ব্যতিচার কেমন ক'রে পাওয়া যাবে তা জানতে পারবেন, এবং প্রতিফলিত সমান্তরাল বহুরশ্মীয় ব্যতিচারে তীব্রতা গণনা করতে সমর্থ হবেন। একইভাবে পারগত সমান্তরাল বহুরশ্মীয় ব্যতিচারের তীব্রতা নির্ণয় করতে সমর্থ হবেন।
- ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপক এবং, ইটালোন কীভাবে তৈরি হয় এবং তাদের ব্যবহারিক প্রয়োগ বিষয়েও জানতে পারবেন।
- ফ্যাব্রি-পেরোর বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা সম্পর্কে ধারণা করতে সক্ষম হবেন।
- ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের নীতির উপর ভিত্তি ক'রে ব্যতিচার পরিস্রাবক প্রস্তুত করতে সক্ষম হবেন।

6.2 বহুরশ্মীয় ব্যতিচার সংঘটন : সমতল সমান্তরাল ফলকে বারংবার প্রতিফলন ও পারগমন (transmissions)

আপনারা জানেন কিরূপে দুটি রশ্মিগুচ্ছ বিস্তার-বিভাজন পদ্ধতিতে উৎপাদন করা হয়। P (চিত্র 6.1) বিন্দু থেকে একটি তরঙ্গ, (যা একটি রশ্মি রেখা দ্বারা সূচিত করা হল) একটি সমতল সমান্তরাল ফলকের উপর

আপতিত হলে তার একাংশ প্রতিফলিত রশ্মি AQ এবং অপরাংশ প্রতিসৃত রশ্মি AB-তে বিভাজিত হবে। দ্বিতীয় তলে AB রশ্মি পুনরায় বিভাজিত হবে — একটা আভ্যন্তরীণ প্রতিফলিত রশ্মি BC এবং অপর একটি পারগত রশ্মি BQ′ পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে শর্ত হল এই যে কোন তলেই আলোক রশ্মি সম্পূর্ণরূপে প্রতিফলিত বা প্রতিসৃত হবে না।



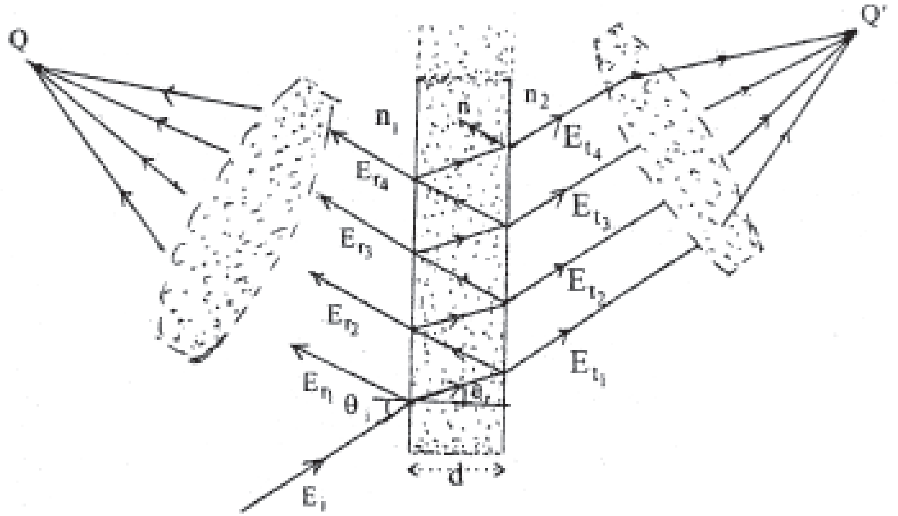
চিত্র 6.1 : তরঙ্গ-বিস্তার বিভাজন

অত:পর BC রশ্মিরও ফলকটির প্রথমতলে আভ্যন্তরীণ প্রতিফলন ও প্রতিসরণ হবে। যদি প্রতিফলন গুনাংক ক্ষুদ্র হয় ও পারগমন (transmission coefficient) গুণাংক খুব ক্ষুদ্র না হয় তবে এরপর প্রতিফলিত ও পারগত রশ্মির তীব্রতা গণ্য করার মত থাকবে না। এইভাবে আমরা একই রশ্মিগুচ্ছের বিস্তার থেকে দুই জোড়া ক্ষুদ্রতর বিস্তারের রশ্মিগুচ্ছ পাচ্ছি : একজোড়া প্রথম তল থেকে প্রতিফলিত AQ ও পারগত CR রশ্মিগুচ্ছ এবং অন্যজোড়া বিপরীত তল থেকে পারগত BQ′ ও DR′ রশ্মিগুচ্ছদ্বয়। যদি এই প্রতিজোড়া রশ্মিগুচ্ছদ্বয়ের পরস্পরের মধ্যে পথ পার্থক্য সুসম্বদ্ধ দৈর্ঘ্যের (coherence length) চেয়ে কম হয় তা হলে তাদের উপরিপাতের ফলে ব্যতিচার সৃষ্টি হয়। এই সম্পর্কে ইতিমধ্যে আপনারা জেনেছেন। কিন্তু যদি প্রতিফলন গুণাঙ্ক বেশি হয় এবং পারগমন গুণাংক খুব কম হয় তখন কী হবে? স্পষ্টতই আমরা তখন আরো বহুসংখ্যক প্রতিফলিত রশ্মিগুচ্ছ ও পারগত রশ্মিগুচ্ছ পাবো। এখন প্রশ্ন হল কীভাবে এই দুই গুণাংকের মান যথাক্রমে খুব বেশি ও খুব ক্ষুদ্র করা যাবে?

যদি কোন কাচ ফলকের উভয় পৃষ্ঠকে অত্যন্ত হালকাভাবে রূপা দ্বারা প্রলিপ্ত করা যায় তবে বিস্তার-প্রতিফলন গুণাংক r (Amplitude-reflection coefficients) 1-এর খুব কাছাকাছি হবে। তখন ফলকের অভ্যন্তরে কোন রশ্মি বহুবার প্রতিফলিত হবে। এই ঘটনাকে বলা হয় বারংবার প্রতিফলন। এর ফলে পারগত আলোক রশ্মিগুলির তীব্রতা ক্রমশ: হ্রাস পাবে। এই পারগত সমান্তরাল আলোক রশ্মিগুলিকে কোন লেন্সের সাহায্যে সংহত

করলে তার ফোকাসতলে ব্যতিচার নকশা পরিদৃষ্ট হবে। একেই বলে বহুরশ্মীয় ব্যতিচার। প্রকৃতপক্ষে r বেশি বলে বিস্তার পারগত গুণাংক t (Amplitude transmission coefficient) খুবই কম। ফলে প্রতিটি প্রতিফলনের সঙ্গে একটি করে রশ্মিগুচ্ছ পারগত। যেহেতু বারংবার প্রতিফলন ঘটে, তাই বহুসংখ্যক পারগত রশ্মিগুচ্ছ পাওয়া যায়। অত্যন্ত হালকাভাবে কোন কাচ ফলকের উপর ধাতুর প্রলেপ দেওয়ার কাজটি খুবই কঠিন। কিন্তু নির্বাত অবক্ষেপণ কৌশল (vaccum deposition techniques) আবিষ্কৃত হওয়ার পর এখন ব্যবসায়িক ভিত্তিতে আংশিক রৌপ্য প্রলিপ্ত দর্পণ পাওয়া যায়। এমন দর্পণের মধ্যদিয়ে বিপরীত পার্শ্বের দ্রব্যাদি যেমন দেখা যায় তেমনি আবার প্রতিবিম্বও দেখা যায়।

6.2.1 বহুরশ্মীয় ব্যতিচারে তীব্রতা বন্টন (Intensity distribution in multiple-beam interference)



চিত্র 6.2 : বহুরশ্মীয় ব্যতিচার—

আমরা একটি সমতল সমান্তরাল ফলক বিবেচনা করি যার উভয় পার্শ্বের মাধ্যমের প্রতিসরাংক n_1 ও n_2; এক্ষেত্রে $n_1 = n_2$। ফলকের প্রতিসরাংক n। আপনারা জানেন যে কোন তরঙ্গতমুখের অভিলম্ব বরাবরই আলোক রশ্মি বিবেচনা করা হয়। অতএব চিত্রে (6.2) প্রদর্শিত আলোক রশ্মিকে তরঙ্গরূপেই বিবেচনা করতে হবে। এখানে ফলকের উভয়তলে আভ্যন্তরীণ প্রতিফলন গুণাংক r' এবং তার প্রথমতলের প্রতিফলন গুণাংক r এবং $r' = -r$ আলোক যখন পারিপার্শ্বিক মাধ্যম থেকে ফলকের মধ্যে প্রবেশ করে তখন তার পারগমন গুণাংক t এবং যখন ফলক ত্যাগ করে তখন তার পারগমন গুণাংক t', এবং $tt' = 1 - r^2$ অবশ্য যদি শোষণ শূন্য হয়। ধরা যাক্ E_i বিস্তারের একটি তরঙ্গ ফলকের উপর θ_i কোণে আপতিত হল। আমরা লক্ষ্য করি যে E_{r_1} ফলকের প্রথমতল থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গ। কিন্তু E_{r_2}, E_{r_3}...... প্রভৃতি তরঙ্গগুলি প্রকৃতপক্ষে ফলকটির প্রথম তল থেকে পারিপার্শ্বিক মাধ্যমে পারগত তরঙ্গ এবং, তারা প্রতিফলিত তরঙ্গ E_{r_1}-এর সমান্তরাল। আবার $E_{t_1}, E_{t_2}, E_{t_3}$...... ইত্যাদি পারগত তরঙ্গ

গুলিও পাওয়া যায় ফলকটির দ্বিতীয় তল থেকে পারিপার্শ্বিক মাধ্যমে প্রতিসরণের দরুন। এখানে E_{r_1}, ফলকের উপরের তল থেকে প্রতিফলিত রশ্মি; আর E_{r_2}, E_{r_3} ; .... ইত্যাদি ফলকের অভ্যন্তরে নিম্নতল থেকে প্রতিফলিত হওয়ার পরে উপরের তল থেকে পারিপার্শ্বিক মাধ্যমে প্রতিসৃত হয়ে E_{r_1}-এর সমান্তরাল পারগত হয়। তাই এই $E_{t_1}, E_{t_2}, E_{t_3}$...ইত্যাদি সমান্তরাল রশ্মিগুলিকে আমরা আলোচনার সময় প্রতিফলিত তরঙ্গ বা রশ্মিরূপেই উল্লেখ করব। এখন যেহেতু $|r'| = |r| \approx 1$, তাই ফলকটির অভ্যন্তরে প্রবিষ্ট তরঙ্গ বহুবার তার উভয় তলে প্রতিফলিত হবে এবং তখন দ্বিতীয়, তৃতীয়... ইত্যাদি তরঙ্গগুলির অর্থাৎ E_{r_2}, E_{r_3}... ইত্যাদি প্রতিফলিত তরঙ্গগুলির বিস্তার প্রায় সমান হবে এবং একটি বহুরশ্মীয় ব্যতিচার নকশা উৎপন্ন হবে। তাছাড়া, যদি ফলকটি যথেষ্ট লম্বা হয় এবং রশ্মিগুচ্ছের আপতন যথেষ্ট তির্যক না হয় তবে বহুসংখ্যক তরঙ্গ পাওয়া যাবে এবং ধরে নেওয়া যায় যে তাদের সংখ্যা অসীম। ঠিক একই কারণে ফলকের নিম্নতল থেকে প্রতিসৃত E_{t_1}, E_{t_2}... ইত্যাদি, তরঙ্গগুলির বিস্তারও প্রায় সমান হবে। কোন লেন্সের সাহায্যে এই প্রতিফলিত তরঙ্গগুলিকে Q বিন্দুতে অভিসৃত করলে প্রতিফলিত তরঙ্গসমূহের লব্ধি পাওয়া যাবে। কোন লেন্সের সহায়তায় পারগত তরঙ্গগুলিকেও অনুরূপভাবে Q' বিন্দুতে অভিসৃত করলে ঐ বিন্দুটিতে পারগত তরঙ্গসমূহের লব্ধি পাওয়া যাবে। স্বভাবতঃই প্রশ্ন জাগে কীরূপে এই তরঙ্গগুলির লব্ধি নির্ণয় করা যাবে। এই প্রসঙ্গে আমরা জটিল রূপায়ণের (complex representation) ব্যবহার করব। যেমন পারিপার্শ্বিক মাধ্যম থেকে প্রাথমিক আগত তরঙ্গ E_i-কে আমরা লিখব,

$$E_i = E_0 e^{i\omega t} \qquad \text{...........(i)}$$

এখানে ফলকের উপর আপতিত তরঙ্গের বিস্তার হল E_0, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এবং যে কোন t সময়ে ωt তরঙ্গটির দশা। r যদি পারিপার্শ্বিক মাধ্যম থেকে ফলকের ওপরের তলে প্রতিফলন গুণাংক হয়, এবং r' হয় ফলকের অভ্যন্তরে উভয়তলে প্রতিফলন গুণাংক, আবার t যদি পারিপার্শ্বিক মাধ্যম থকে ফলকের মধ্যে প্রতিসৃত তরঙ্গের পারগমন গুণাংক হয় এবং t' হয় ফলকের মধ্য থেকে পারিপার্শ্বিক মাধ্যমে পারগমন গুণাংক তবে Q বিন্দুতে মিলিত প্রতিফলিত তরঙ্গগুলিকে আমরা লিখতে পারি

$$E_{r_1} = E_{0r} e^{i\omega t}$$

$$E_{r_2} = E_0 t r' t' e^{i(\omega t - \delta)}$$

$$E_{r_3} = E_0 t r'^3 t' e^{i(\omega t - 2\delta)}$$

$$\vdots$$

$$E_{r_p} = E_0 t r'^{(2p-3)} e^{i[\omega t - (p-1)\delta]}$$

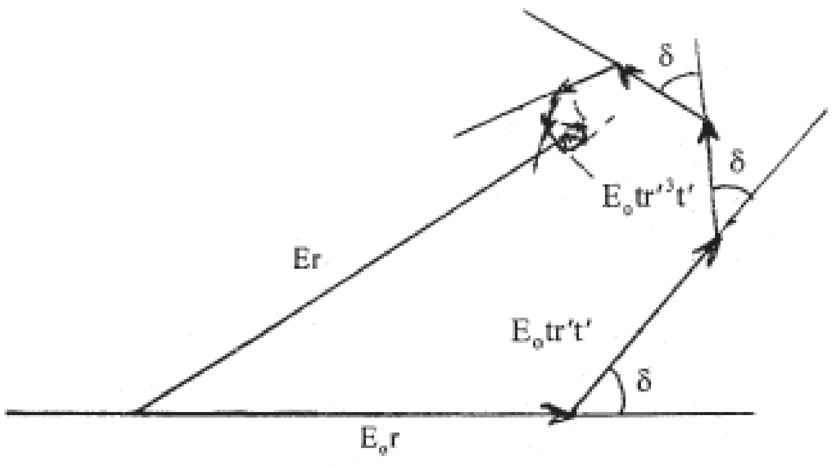
যেখানে $E_0 e^{i\omega t}$ হল আপতিত তরঙ্গ, E_{r_1} তরঙ্গটির বিস্তার $E_0 r$ হয় কারণ আপতিত তরঙ্গ E_i ফলকের উপরের তলে প্রতিফলনের দরুণ E_{r_1} তরঙ্গটি পাওয়া যায় এবং এখানে যেহেতু আপতিত তরঙ্গের বিস্তার E_0,

অতএব E_{r_1} তরঙ্গের বিস্তার হয় E_0r। আপতিত তরঙ্গ E_i ফলকের উপরের তলে প্রতিসৃত হওয়ার ফলে ফলকের অভ্যন্তরে বিস্তারটি হয় E_0t। এরপর তরঙ্গটি ফলকের নীচের তলে প্রতিফলিত হয় ফলে তরঙ্গটির বিস্তার হয় E_0tr'। তারপর ফলকের উপরের তলে প্রতিসৃত হলে তবেই E_{r_2} পাওয় যায় এবং E_{r_2}-এর বিস্তার হয় $E_0tr't'$। এভাবেই বিভিন্ন তরঙ্গের বিস্তার পাওয়া যায়। পাশাপাশি রশ্মিগুলির মধ্যে আলোকীয় পথ-দৈর্ঘ্য পার্থক্য থেকে যে দশার উদ্ভব, তারই থেকে আমরা পাই $\delta, 2\delta, \ldots\ldots, (p-1)\delta$ পদগুলি।

কারণ যে কোন দুটি পাশাপাশি প্রতিফলিত তরঙ্গের আলোকীয় পথ-পার্থক্য হল $\Delta = 2nd\cos\theta_r$ এবং, প্রতিষঙ্গী (corresponding) দশা-পার্থক্য $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(2nd\cos\theta_r) = k\Delta$। (চিত্র 6.2)। এখানে '$\theta_r$' হল আপতিত কোণ θ_i-এর প্রতিষঙ্গী ফলকের অভ্যন্তরে প্রতিসৃত কোণ। অর্থাৎ এখানে δ হল ফলকের অভ্যন্তরে যে অতিরিক্ত পথ অতিক্রম করতে হয় কোন রশ্মিকে তার পাশের রশ্মির তুলনায় তারই জন্য প্রবর্তিত দশা-পার্থক্য। এছাড়াও Q বিন্দুতে পৌঁছাতে গেলে প্রতিটি রশ্মিকেই একটি আলোকীয় দূরত্ব অতিক্রম করতে হয় যার জন্য একটি অতিরিক্ত দশারও উদ্ভব হয় এবং এর অবদানও থাকা উচিত মোট দশার নির্ণয়ে। কিন্তু যেহেতু Q বিন্দুতে পৌঁছাবার এই পথটি সকল রশ্মির ক্ষেত্রেই সমান হয়, তাই এই অতিরিক্ত দশা পার্থক্যের অবদান উহ্য রাখা হয়েছে, $E_{r_1}, E_{r_2}, E_{r_3}, \ldots$ ইত্যাদি তরঙ্গগুলির জটিল রূপায়ণের ক্ষেত্রে। অতএব Q বিন্দুতে উৎপন্ন লব্ধি প্রতিফলিত তরঙ্গ হবে

$$
\begin{aligned}
E_r &= E_{r_1} + E_{r_2} + E_{r_3} + \ldots + E_{r_p} \\
&= E_0 re^{i\omega t} + E_0 tr't'e^{i(\omega t-\delta)} + E_0 tr'^3t'e^{i(\omega t-2\delta)} + \ldots \\
&\qquad + \ldots\ldots + E_0 t_{r'}{}^{(2p-3)}t'e^{i[\omega t-(p-1)\delta]}
\end{aligned}
$$

এই লব্ধির বিষয়টি চিত্রের সাহায্যেও অনুধাবন করা যায়। (চিত্র 6.3)



চিত্র 6.3 : ঘূর্ণি ভেক্টর (Phase) চিত্র

এই লব্ধির তরঙ্গটিকে আমরা লিখতে পারি

$$E_r = E_0 e^{i\omega t}\left\{r + r'tt'e^{-i\delta}\left[1 + r'^2 e^{-i\delta} + r'^4 e^{-2i\delta} + \ldots + r'^{2(p-2)} e^{-i(p-1)\delta}\right]\right\}$$

ধরা যাক $r'^2 e^{-i\delta} = x$

$$\therefore E_r = E_0 e^{i\omega t}\left\{r + r'tt'e^{-i\delta}\left[1 + x + x^2 + \ldots + x^{p-2}\right]\right\}$$

যদি $r'^2 e^{-i\delta} = x < 1$ হয়, এবং যদি বন্ধনীভুক্ত শ্রেণিটির পদের সংখ্যা অনন্ত হয় তবে শ্রেণীটি অভিসারী হয়। সেক্ষেত্রে লব্ধি তরঙ্গটিকে আমরা লিখতে পারি

$$E_r = E_0 e^{i\omega t}\left[r + r'tt'e^{-i\delta} \times \frac{1}{1-x}\right]$$

$$= E_0 e^{i\omega t}\left[r + \frac{r'tt'e^{-i\delta}}{1 - r'^2 e^{-i\delta}}\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots.(6.1)$$

এখন (6.1) সমীকরণে শোষণ শূন্য হলে, কোন শক্তিই তরঙ্গগুলির বাইরে যাবে না। সেক্ষেত্রে $r' = -r$ এবং $tt' = 1 - r^2$ বসিয়ে পাওয়া যায়

$$E_r = E_0 e^{i\omega t}\left[r - \frac{r(1-r^2)e^{-i\delta}}{1 - r^2 e^{-i\delta}}\right]$$

$$= E_0 e^{i\omega t}\left\{\frac{r(1 - e^{-i\delta})}{1 - r^2 e^{-i\delta}}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots.(6.2)$$

প্রতিফলিত আলোক তরঙ্গগুলির দরুণ Q বিন্দুতে তীব্রতা, হল

$$I_r = \left|E_r^2\right|_2 = \left|E_r E_r^*\right|_2$$

অর্থাৎ $I_r = \dfrac{E_0^2 r^2}{2} \times \dfrac{(1 - e^{-i\delta})(1 - e^{+i\delta})}{(1 - r^2 e^{-i\delta})(1 - r^2 e^{+i\delta})}$

$$= \frac{E_0^2 r^2}{2} \times \frac{2 - (e^{+i\delta} + e^{-i\delta})}{1 + r^4 - r^2(e^{+i\delta} + e^{-i\delta})}$$

$$= \frac{E_0^2 r^2}{2} \times \frac{2 - 2\cos\delta}{1 + r^4 - 2r^2\cos\delta}$$

যদি আপতিত তরঙ্গের বিস্তার E_0 হয়, তবে আপতিত আলোক তীব্রতা $I_0 = \frac{E_0^2}{2}$ হয়। সেক্ষেত্রে প্রতিফলিত তরঙ্গগুলির লব্ধি তীব্রতা

$$I_r = I_0 \times \frac{2r^2(1-\cos\delta)}{(1+r^4)-2r^2\cos\delta} \qquad ....(6.3)$$

অপর পক্ষে Q' বিন্দুতে সংহত পারগত আলোকতরঙ্গগুলির লব্ধি পেতে [চিত্র 6.2] একইভাবে পারগত তরঙ্গ সমূহের বিস্তারগুলিকে আমরা লিখতে পারি

$$E_{t_1} = E_o tt' e^{i\omega t}$$

$$E_{t_2} = E_o tt' r'^2 e^{i(\omega t-\delta)}$$

$$E_{t_3} = E_o tt' r'^4 e^{i(\omega t-2\delta)}$$

$$E_{t_p} = E_o tt' r'^{2(p-1)} e^{i[\omega t-(p-1)\delta]}$$

অতএব Q' বিন্দুতে লব্ধি আলোক তরঙ্গ হবে

$$E_t = E_{t_1} + E_{t_2} + E_{t_3} + ...+ E_{tp}$$

$$= E_o e^{i\omega t} \times \frac{tt'}{1-r'^2 e^{-i\delta}}$$

$$= E_o e^{i\omega t} \times \frac{1-r^2}{1-r^2 e^{-i\delta}} \qquad ....(6.4)$$

যদি পারগত আলোকের লব্ধির তীব্রতা I_t হয় তবে

$$I_t = \frac{\left|E_t^2\right|}{2} = \frac{E_t E_t^*}{2}$$

$$\therefore I_t = \frac{E_o^2}{2} \times \frac{\left(1-r^2\right)^2}{\left(1-r^2e^{-i\delta}\right)\left(1-r^2e^{+i\delta}\right)}$$

$$= I_o \times \frac{\left(1-r^2\right)^2}{\left(1+r^4\right)-2r^2\cos\delta} \qquad ....(6.5)$$

সমীকরণ (6.3) এবং (6.5) থেকে পাওয়া যায়

$$I_r + I_t = I_o \qquad ....(6.6)$$

সমীকরণ (6.6) থেকে আমরা জানতে পারছি যে প্রতিফলিত ও পারগত তরঙ্গের তীব্রতার সমষ্টি আপতিত তরঙ্গের তীব্রতার সমান। অর্থাৎ ফলক আপতিত আলোক তরঙ্গের কিছুমাত্র শক্তি শোষণ করছে না। আপনারা পূর্ববর্তী পাঠ থেকে জেনেছেন যে যখন এইরূপ শোষণ ঘটে না তখন $tt' = 1-r^2$ হয়। আমরাও এই শর্ত প্রয়োগ করেই সমীকরণ (6.6) পাই।

এখন I_r ও I_t কোন শর্তে চরম ও অবম হবে? লক্ষ্য করুন যখন $\cos\delta = 1$ তখন সমীকরণ (6.5) এর হরের মান সর্বনিম্ন। এর অর্থ I_t এর মান চরম

$$\therefore (I_t)_{চরম} = I_o \times \frac{(1-r^2)^2}{1+r^4-2r^2} = I_o \qquad ....(6.7)$$

কিন্তু এই শর্তে সমীকরণ (6.3) থেকে পাই

$$I_r = 0$$

সমীকরণ (6.6) থেকেও বলা যায় $(I_t)_{চরম} = I_o$ হলে $I_r = 0$ হবে এবং এটাই হবে (I_r) এর অবম মান।

$$\therefore (I_r)_{অবম} = 0 \qquad ....(6.7a)$$

অপরপক্ষে যখন $\cos\delta = -1$, তখন সমীকরণ (6.5) এর হরের মান চরম, অর্থাৎ I_t এর মান হবে অবম।

$$\therefore (I_t)_{অবম} = I_o \times \frac{(1-r^2)}{(1+r^2)^2} \qquad ....(6.8)$$

এইরূপ ক্ষেত্রে I_r এর মান চরম হবে।

$$\therefore (I_r)_{চরম} = I_o - (I_t)_{অবম}$$

$$= I_o\left[1 - \frac{(1-r^2)^2}{(1+r^2)^2}\right]$$

$$= I_o \times \frac{4r^2}{(1+r^2)^2} \qquad ....(6.9)$$

অবশ্য $\cos\delta = -1$ যদি সমীকরণ (6.3)-এ বসানো যায় তা হলেও $(I_t)_{চরম}$-এর মান (6.9) সমীকরণের মতই পাওয়া যাবে।

অতএব আমরা লিখতে পারি

যখন $\delta = 2m\pi$, $m = 0,1,2\ldots$

$$I_t = (I_t)_{চরম} = I_o \qquad ....(6.7)$$

এবং $I_r = (I_r)_{অবম} = O \qquad ....(6.7a)$

আবার যখন $\delta = (2m+1)\pi$, $m = 0,1,2\ldots$

$$I_t = (I_t)_{\text{অবম}} = I_O \times \left(\frac{1-r^2}{1+r^2}\right)^2 \qquad \text{................(6.8)}$$

এবং $$I_r = (I_r)_{\text{চরম}} = I_O \times \frac{4r^2}{(1+r^2)^2} \qquad \text{................(6.9)}$$

এই হল বহুরশ্মীয় প্রতিফলিত ও পারগত তরঙ্গ সমূহের মোট তীব্রতার চরম ও অবম মান। এখন আমাদের ঐ দুই শ্রেণীর বহুরশ্মীয় তীব্রতার সাধারণ অবস্থার ফলাফল বিশ্লেষণ করা দরকার। এ জন্য আমরা সমীকরণ (6.3) কে লিখতে পারি :

$$I_r = I_O \times \frac{4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

$$= I_o \times \frac{\left(\frac{2r}{1-r^2}\right)^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{1+\left(\frac{2r}{1-r^2}\right)^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

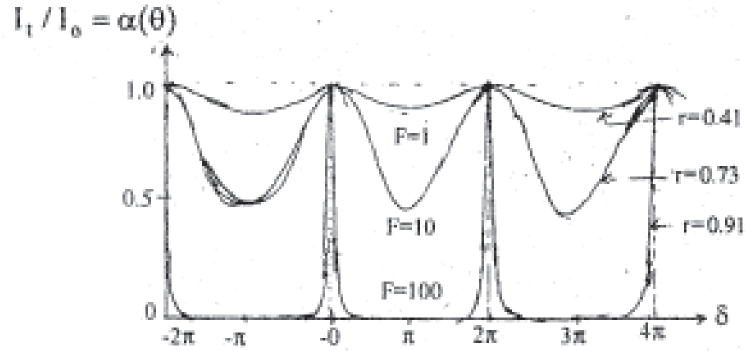
$$= I_o \times \frac{F \sin^2 \frac{\delta}{2}}{1+F \sin^2 \frac{\delta}{2}} \qquad \text{..................(6.10)}$$

যেখানে $$F = \left(\frac{2r}{1-r^2}\right)^2 \qquad \text{..................(6.11)}$$

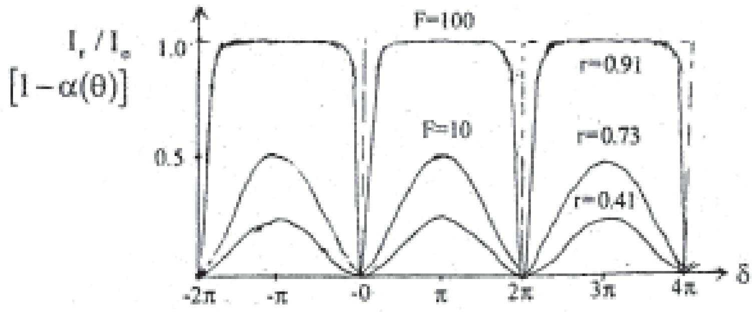
F কে বলে সূক্ষ্মতা গুণাঙ্ক (Coefficient of Finesse)। আবার সমীকরণ (6.5) কে আমরা লিখতে পারি (6.11) সমীকরণটি ব্যবহার করে

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{1}{1+F \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \left[1+F \sin^2 \frac{\delta}{2}\right] \qquad \text{...................(6.12)}$$

$\left[1+F \sin^2 \frac{\delta}{2}\right]^{-1} \equiv \alpha(\theta)$ এয়ারি অপেক্ষক (Airy function) বলেই পরিচিত। এয়ারি অপেক্ষক $= \frac{I_t}{I_o}$, অর্থাৎ পারগত আলোকে তীব্রতা ও আপতিত আলোকে তীব্রতার অনুপাতের বন্টন δ-এর বিভিন্ন মানের জন্য কেমনটি হয় তাই $\alpha(\theta)$ বা এয়ারি অপেক্ষক প্রকাশ করে। চিত্র 6.4-এ F-এর বিভিন্ন মানের জন্য $\frac{I_t}{I_o}$ বনাম δ-এর লেখ গুলি অঙ্কিত হল। এয়ারি অপেক্ষকের পরিপূরক অপেক্ষক অর্থাৎ $[1-\alpha(\theta)]$, অর্থাৎ $\frac{I_r}{I_o}$ বনাম δ-এর লেখটিও দেখান হয়েছে F-এর বিভিন্ন মানের জন্য চিত্র 6.5-এ।



চিত্র 6.4 : এয়ারি অপেক্ষক।



চিত্র 6.5 : এয়ারি অপেক্ষকের পূরক $[1-\alpha(\theta)]$

চিত্র 6.4 থেকে স্পষ্টতই বলা যায় যে বহুরশ্মীয় ব্যতিচারে এয়ারি অপেক্ষকটির মান অর্থাৎ $\frac{I_T}{I_o}$-এর মান 1 হবে যখন $\delta = 2m\pi$, F এবং সেজন্য r-এর মান যা-ই হোক না। r-এর মান যখন 1-এর খুব কাছাকাছি হয় অর্থাৎ যখন $r \to 1$, তখন $\delta \neq 2m\pi$ হলে এয়ারি অপেক্ষক $\alpha(\theta)\left(=\frac{I_T}{I_o}\right)$-এর মান খুবই কম হয় অর্থাৎ পারগত তীব্রতা প্রায় শূন্য মানের কাছাকাছি হয়। ফলে $\delta = 2m\pi$ বিন্দুগুলিকে কেন্দ্র করে সূচীমুখ তীক্ষ্ণ উজ্জ্বল অঞ্চলের উভয় পাশেই রয়েছে δ-এর অন্য সব মানের জন্য এক বিস্তৃত অন্ধকার অঞ্চল অবশ্যই $r \to 1$ অর্থাৎ F-এর উচ্চ মানের ক্ষেত্রে। আমরা পূর্বেই দেখেছি যে নির্দিষ্ট আপতন কোণ θ_i-এর প্রতিসঙ্গী θ_r হল ফলকের অভ্যন্তরে প্রতিসরণ কোণ। θ_r-এর সঙ্গে দশা-পার্থক্য δ-এর সম্পর্কটি হচ্ছে

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(2nd\cos\theta_r)$$

তাই আমরা স্মরণে রাখব যে, এয়ারি অপেক্ষক α বাস্তবিক পক্ষে θ_r বা θ_i-এর অপেক্ষক, যেহেতু এয়ারি অপেক্ষক δ-এর উপর নির্ভরশীল অতএব এয়ারি অপেক্ষকের প্রতীকটি হল $\alpha(\theta)$। এয়ারি অপেক্ষক $\alpha(\theta)$-এর যে লেখ δ-এর সাপেক্ষে পাওয়া যায়, তার তীক্ষ্ণ উজ্জ্বল অংশই একটি বিশেষ δ এবং সেইজনাই একটি বিশেষ θ_i-এর প্রতিযঙ্গী। কোন সমতল-সমান্তরাল ফলকের ক্ষেত্রে পারগত আলোকে প্রাপ্ত ফ্রিঞ্জগুলি হবে প্রায় সম্পূর্ণ অন্ধকার পশ্চাৎপটে কতগুলি তীক্ষ্ণ উজ্জ্বল বলয়। পারগত আলোকে বহুরশ্মি ব্যাতিচারে তীব্রতা বণ্টনে যে তীক্ষ্ণতা লক্ষ্য

করা যায় তাকে বলা যায় শীর্ষগঠন অভিক্রিয়া (peaking effect)। ব্যবর্তন গ্রেটিং (diffraction grating) বিবেচনা করার সময়ও একই অভিক্রিয়া দেখা যাবে। সে সময় এই একই শীর্ষ গঠন অভিক্রিয়া স্পষ্টতই দেখতে পাব ব্যবর্তন নক্‌শাতেও। সুসম্বদ্ধ উৎসের সংখ্যা বৃদ্ধি পাওয়ার ফলেই ব্যতিচার নকশায় তার যে প্রভাব পড়ে তারই দরুণ এই অভিক্রিয়াটি সংঘটিত হয়।

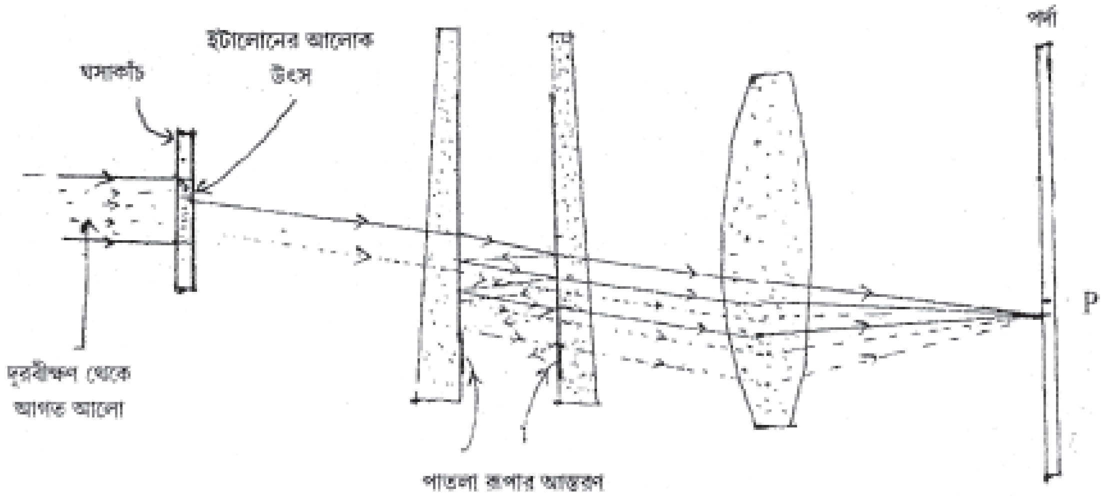
অনুশীলনী।

সূক্ষ্মতা গুণাংকের (coefficient of finesse) মান কীভাবে এয়ারি অপেক্ষকের মান নিয়ন্ত্রিত করে? এর সঙ্গে প্রতিফলন গুনাঙ্কের সম্পর্ক কেমন?

6.3 ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার-মাপক(Fabry-Perot Interferometer)

1896 খৃষ্টাব্দে ফরাসী বিজ্ঞানী চার্লস্ ফ্যাব্রি এবং আল্‌ফ্রেদ পেরো সর্ব্ব প্রথম বহু রশ্মীয় ব্যতিচারের তত্ত্বকে ভিত্তি করে ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপক (Interferometer) উদ্ভাবন করেন। আধুনিক আলোক বিজ্ঞানে বিভিন্ন পরিমাপের জন্য এই যন্ত্রটির ভূমিকা অতীব গুরুত্বপূর্ণ। যন্ত্রটি কেবল বর্ণালী সংক্রান্ত পরিমাপের ক্ষেত্রেই ব্যবহৃত হয় এমন নয়, এটা লেসার রশ্মির অনুনাদ কোটর (resonant cavity) রূপেও ব্যবহৃত হয়।

ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের মূল কাঠামোটি হল দুটি সমতল সমান্তরাল উচ্চ প্রতিফলকমুখোমুখি পরস্পর থেকে সামান্য দূরত্বে অবস্থিত। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে প্রতিফলক (reflecting) পৃষ্ঠ তৈরী করা হয় দুটি আলোকীয় সমতল কাচ ফলকের পাতের উপর রূপার বা অ্যালুমিনিয়ামের অতি-পাতলা প্রলেপন দ্বারা (semisilvered বা semialuminised)। বলা যায় দুটি রূপার বা অ্যালুমিনিয়ামের পাতলা প্রলেপযুক্ত সমতল কাচ দর্পণকে মুখোমুখি সামান্য দূরত্বে সমান্তরালভাবে স্থাপন করলে ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপক গঠিত হয়। যন্ত্রটি ব্যতিচার মাপকরূপে ব্যবহৃত হলে প্রলেপযুক্ত পৃষ্ঠ দুটির মধ্যবর্তী আবদ্ধ বায়ুস্তরের ব্যবধান কয়েক মিলিমিটার থেকে কয়েক সেন্টিমিটার পর্যন্ত হতে পারে। যখন যান্ত্রিক ব্যবস্থার সাহায্যে দুটি দর্পণের একটিকে সরিয়ে এই ব্যবধান পরিবর্তন করা যায়, তখন এই যন্ত্রটিকে ব্যতিচার মাপক রূপে উল্লেখ করা হয়। এই ব্যবধান অপরিবর্তনীয়ও রাখা যায়। যখন দর্পণ দুটিকে নির্দিষ্ট দূরত্বে স্থির রাখা হয় এবং কোন নির্দিষ্ট ব্যবধান রক্ষাকারী বস্তুর উপর স্ক্রুর সাহায্যে চাপ সৃষ্টি করে দর্পণ দুটিকে সমান্তরাল করার ব্যবস্থা করা হয় তখন এই ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপককে বলা হয় ইটালোন (Etalon)। এই ব্যবধান রক্ষাকারী বস্তু হিসাবে সাধারণত ব্যবহার করা হয় ইনভার বা কোয়ার্টজ্ (invar or quartz)। ইটালোনটি আসলে একটি ব্যতিচার মাপকই। বাস্তবিক পক্ষে যদি একটি মাত্র কোয়ার্টজ্ ফলকের দুটি তল যথাযথভাবে মসৃণ করে প্রলেপ দেওয়া যায় তবে এটিই একটি ইটালোন হিসাবে কাজ করবে। বায়ুর বদলে কোয়ার্টজই হবে কোটরের মাধ্যম। এখানে একটি বিষয় লক্ষ্যণীয় হল এই যে প্রতিফলক তল দ্বয় পরস্পরের সঙ্গে সমতল সমান্তরাল, হলেও ফলক দ্বয়ের বাইরের দিকের অরজতিত (unslilvered) তল দ্বয় কিন্তু প্রায়ই পরস্পরের সঙ্গে সামান্য কোণ করে আনত রাখা হয়। অর্থাৎ প্রতিটি ফলকই কিছুটা ফলকাকৃতির উদ্দেশ্য হচ্ছে অরজতিত তলগুলো থেকে প্রতিফলনের দরুণ উদ্ভূত ব্যতিচারকে হ্রাস করা। যন্ত্রটির আলোক উৎসটি বিস্তৃত আকারের। অসীমে ফোকাস করা কোণ দূরবীক্ষণ যন্ত্রের পিছন দিক থেকে কোন উৎস থেকে আলোক রশ্মিগুচ্ছ পাঠিয়ে এরূপ বিস্তৃত উৎস তৈরী করা যেতে পারে। দূরবীক্ষণ যন্ত্র থেকে নির্গত আলোকরশ্মিগুচ্ছ তারপর একটি ঘসা কাচের পাতের মধ্য দিয়ে পাঠিয়ে ব্যাপ্ত আলো (diffused light) পাওয়া যেতে পারে।



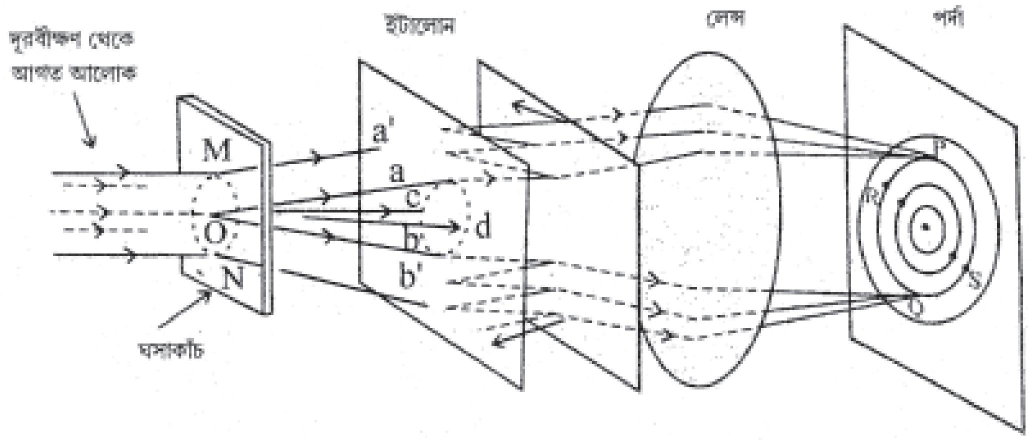
চিত্র 5.6 : ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপক-এর আঙ্গিক চিত্র।

উৎসের উপরের কোন বিন্দু S_1 থেকে কেবল একটি নির্গত রশ্মিকেই ইটালোনের মধ্যে অঙ্কন করে দেখানো হয়েছে। অংশত রজতিত (partially silvered) ফলকের মধ্যে প্রবেশ করার পর রশ্মিটি ইটালোনের রজতিত তল দুটির মাঝের ফাঁকটিতে উভয়তল থেকে বহুবার প্রতিফলিত হয়। এখন দ্বিতীয় প্রতিফলক তল থেকে পারগত রশ্মিগুলিকে একটি লেন্সের সাহায্যে একটি পর্দার উপর কোন এক বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত (focussed) করা হলে এরা ব্যতিচার উৎপন্ন করে তারই ফলে পর্দার উপর একটি উজ্জ্বল বা একটি অন্ধকার বিন্দু পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে ব্যতিচার সম্ভব হয় কারণ পারগত রশ্মিগুলি একই উৎস থেকে উদ্ভূত হওয়ার ফলে পরস্পরের সঙ্গে সুসম্বদ্ধও। আবার অন্য একটি বিন্দু উৎস S_2 থেকে অপর একটি রশ্মি পূর্ববর্তী রশ্মিটির সমান্তরালে একই আপতন তলে নির্গত হয়ে একই P বিন্দুতে একটিবিন্দু গঠন করবে। পূর্বের অনুচ্ছেদে পারগত তীব্রতার যে ব্যঞ্জকটিআমরা নির্ণয় করেছি তা এখানেও প্রযোজ্য হবে। ইটালোনের বায়ু কোটরে উৎপন্ন বহুধা তরঙ্গগুলি পর্দার উপর P বিন্দুতে S_1 থেকেই আসুক অথবা S_2 থেকেই আসুক, এরা নিজেদের মধ্যে সুসম্বদ্ধ। কিন্তু S_1 থেকে আগত রশ্মিগুলি S_2 থেকে আগত রশ্মিগুলির সাপেক্ষে সম্পূর্ণরূপে অ-সুসম্বদ্ধ (incoherent)। কাজেই কোন স্থায়ী পারস্পরিক ব্যতিচার হয় না। উৎস দুটি থেকে একই আপতন তলে সমান্তরালভাবে নির্গত রশ্মি দুটির জন্য P বিন্দুতে পারগত তীব্রতা I_t হবে প্রতিটি রশ্মির জন্য প্রাপ্ত পারগত তীব্রতার যোগফল।

এবার আমরা বিস্তৃত আলোক উৎসের সকল বিন্দু উৎসগুলির কথাই বিবেচনা করব। একটি নির্দিষ্ট কোণে একই আপতন তলে যে সব রশ্মি বিস্তৃত উৎসের বিভিন্ন বিন্দু উৎস থেকে সমান্তরালভাবে ফ্যাব্রি পেরো ব্যাতিচারমাপক বা ইটালোনের বায়ু কোটরের উপর আপতিত হয় তারা সকলে সুষম তীব্রতার একটিমাত্র বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ গঠন করবে। এখানেও বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জের প্রতিটি বিন্দুর মোট পারগত তীব্রতা হল বিন্দু উৎসগুলি থেকে একই আপতন তলে সমান্তরালভাবে নির্গত রশ্মিগুলির জন্য প্রাপ্ত প্রত্যেকটি পারগত তীব্রতার যোগফল, যেহেতু পূর্বের ন্যায় এখনও আমরা বলব যে সমান্তরাল রশ্মিগুলি বিভিন্ন বিন্দু থেকে উদ্ভূত হওয়ার দরুণ তারা, পরস্পরের সঙ্গে সুসম্বদ্ধ নয়। এবং একদিকে প্রত্যেকটি রশ্মি থেকে উদ্ভূত পারগত রশ্মিগুলি যেমন নিজেদের মধ্যে সুসম্বদ্ধ হওয়ার দরুণ ব্যতিচার উৎপন্ন করতে সক্ষম হয়, তেমনি বিভিন্ন রশ্মি থেকে উদ্ভূত পারগত রশ্মিগুলি সুসম্বদ্ধ নয় বলে পরস্পরের সঙ্গে পূর্বের ন্যায় এক্ষেত্রেও স্থায়ী ব্যতিচার সৃষ্টি করতে পারে না।

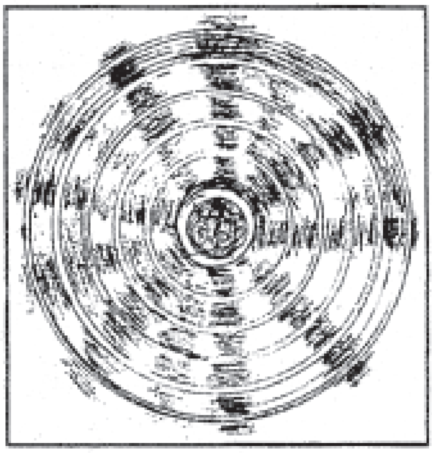
এখন প্রশ্ন হল পর্দার উপর ব্যতিচার নক্শাটি কী রূপের হবে? আমরা বহুরশ্মীয় ব্যতিচার নকশা কিরূপ

হবে তা জানি। এক্ষেত্রেও ব্যতিচার নকশাটি হবে সমকেন্দ্রিক তীক্ষ্ণরেখ বহু সংখ্যক আলোক বলয়। আমরা পূর্বেই দেখেছি যে উৎসের বিভিন্ন বিন্দু থেকে নির্গত সমান্তরাল আলোক রশ্মিগুচ্ছ (অর্থাৎ একই আপতন কোণ) যদি একই আপতন তলে থাকে তবে তারা পর্দার উপর একই বিন্দুতে মিলিত হবে। এই আপতন কোণ এক থাকলেও যদি রশ্মিগুলির আপতন তল বিভিন্ন হয় তবে ভিন্ন ভিন্ন আপতন তলের রশ্মিগুচ্ছ ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে মিলিত হবে এবং তাদের লব্ধি হবে একটি বৃত্ত (চিত্র 6.7)।



চিত্র 6.7 : ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপক ব্যতিচার নকশা গঠন।

আবার লক্ষ্য করুন oa এবং ob রশ্মির আপতন কোণ ও আপতন তল একই কিন্তু তারা সমান্তরাল নয়। অতএব তাদের ব্যতিচার বিন্দু ভিন্ন (P এবং Q)। Ma' এবং oa একই আপতন তলে এবং একই আপতন কোণে ইটালোনে প্রবেশ করে। অতএব তারা একই P বিন্দুতে মিলিত হয়। অনুরূপভাবে ob এবং Nb' রশ্মিদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়। কিন্তু oc, od রশ্মিদ্বয় oa এবং ob রশ্মিদ্বয়ের মত একই আপতন কোণে থাকলেও তাদের আপতনতল 90° কোণে আবর্তিত হয়েছে। তাই তাদের ব্যতিচার বিন্দুও 90° কোণে আবর্তিত তলের যথাক্রমে R ও S বিন্দুতে গঠিত হয়। এইরূপে একই আপতন কোণ কিন্তু ভিন্ন আপাতন তলের রশ্মিগুলির ব্যতিচার বিন্দু P,S,Q,R একটি বৃত্তের উপর অবস্থান করবে। যদি ব্যতিচার বিন্দুগুলির লব্ধি তীব্রতা শূন্য না হয় তবে আমরা পর্দায় PSQR উজ্জ্বল বলয় বা বৃত্তীয় রেখা দেখতে পাবো।



চিত্র 6.8 : ফ্যাব্রি পেরো ব্যতিচার নকশা

আপতন কোণের বিশেষ বিশেষ মানের জন্য এইরূপ ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধের উজ্জ্বল বলয়ের সমাহার উৎপন্ন হবে পর্দার উপর। (চিত্র 6.8)। অন্ধকারের প্রেক্ষাপটে উজ্জ্বল সমকেন্দ্রিক বলয়ের সমাহার। নিউটন রিং পরীক্ষায় যেমন ঠিক তেমনি। পার্থক্য এই যে এক্ষেত্রে বলয়গুলি অত্যন্ত তীক্ষ্ণ। অবশ্য এই দুধরনের বলয়ের মধ্যে অন্য পার্থক্যও আছে।

6.3.1 ফ্যাব্রি-পেরোর ব্যতিচার নকশার তীব্রতা বন্টন (Intensity distribution of the interference pattern of the fabry-perot interferometer)

ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার নকশাটি গঠিত হয় পারগত বহুরশ্মীয় ব্যতিচারের ফলে। আপনারা এই পারগত তীব্রতা বন্টনের রাশিমালা পেয়েছেন (6.5) নং বা (6.12) নং সমীকরণে। সমীকরণ (6.5) থেকে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{I_1}{I_o}=\frac{\left(1-r^2\right)^2}{1+r^4-2r^2\cos\delta}$$

আমরা জানি, যদি কোন শোষণ অনুপস্থিত থাকে, তবে

$$tt'=1-r^2$$

$$\Rightarrow T=1-R \qquad \text{..................(6.13)}$$

যেখানে $T=tt'=$আলোর উত্তরণাংক (transmittance) এবং $R=r^2$ আলোর প্রতিফলনাংক (Reflectance)

$$\therefore \frac{I_1}{I_o}=\frac{T^2}{1+R^2-2R\cos\delta}$$

$$=\frac{T^2}{1+R^2-2R+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

$$=\frac{T^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

$$\text{or,}\quad \frac{I_1}{I_o}=\left(\frac{T}{1-R}\right)^2\times\frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}} \qquad \text{................(6.14)}$$

আমরা ইতিপূর্বে আলোচনা করেছি যে পারগত রশ্মির সংখ্যা যত বেশি হবে ব্যতিচার নকশার তীক্ষ্ণতা তত বৃদ্ধি পাবে। এজন্য প্রতিফলক তলের প্রতিফলনাংক R বৃদ্ধি করার দরকার হয়। তাই অংশত স্বচ্ছ ধাতব ঝিল্লি

(film) ব্যবহার করা হয়। কিন্তু ধাতব ঝিল্লির উপর আলোক তরঙ্গ (তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ) আপতিত হলে তাতে পৃষ্ঠ তড়িৎ প্রবাহের (surface current) সৃষ্টি হয়। ফলে আলোক শক্তির শোষণ ঘটে।

আপতিত আলোকের যে ভগ্নাংশ শোষিত হয় তাকে বলে শোষণাংক (absorptance)। এরূপ ক্ষেত্রে (6.13) সমীকরণটিকে সংশোধিত করে লিখতে হবে

$$T + R + A = 1 \qquad \text{..............(6.16)}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{1-R} = 1 - \frac{A}{1-R}$$

অতএব সমীকরণ (6.14) কে লেখা যায়

$$\frac{I_t}{I_o} = \left(1 - \frac{A}{1-R}\right)^2 \times \frac{1}{\left(1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \times \sin^2\frac{\delta}{2}\right)} \qquad \text{...............(6.16)}$$

কিন্তু সূক্ষ্মতা গুণাংক

$$F = \left(\frac{2r}{1-r^2}\right)^2 = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

এবং এয়ারি অপেক্ষক

$$\alpha(\theta) = \frac{1}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}} \qquad \text{............(6.17)}$$

$$\therefore \frac{I_t}{I_o} = \alpha(\theta)\left[1 - \frac{A}{1-R}\right]^2 \qquad \text{............(6.18)}$$

যখন কোন শোষণ ঘটবে না, তখন $A = 0$ এবং

$$\frac{I_t}{I_o} = \alpha(\theta)$$

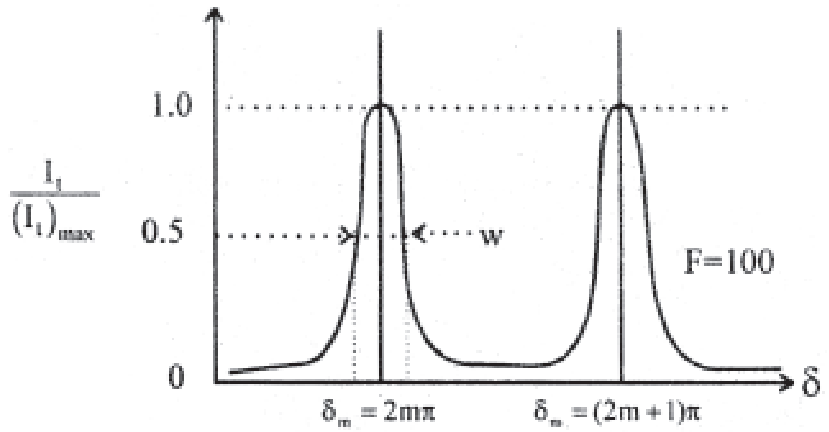
যা আমরা ইতি পূর্বেই দেখেছি। আপনাদের আবার মনে করিয়ে দিচ্ছি যদিও $\alpha = \alpha(\delta)$, কিন্তু যেহেতু δ প্রতিসরণ কোণ θ_r-এর উপর নির্ভর করে আবার θ_r আপতন কোণ θ_i-এর উপর নির্ভরশীল, তাই $\alpha = \alpha(\theta_i)$ বা শুধু $\alpha(\theta)$ও বলা যায়। শোষণহীন পারগমণের ক্ষেত্রে আমরা দেখেছি $(I_t)_{max} = I_o$ বা $\alpha(\theta_i) = 1$। কিন্তু শোষণ বর্তমান থাকলে $(I_t)_{max} < I_o$ হবে সর্বদা। (6.18) সমীকরণটি থেকেও পাওয়া যায় এই সিদ্ধান্তের সমর্থন।

$$\therefore \frac{(I_t)_{min}}{I_o} = \left(1 - \frac{A}{1-R}\right)^2 \qquad \text{............(6.19)}$$

এখন I_t যদি হয় যে কোণ δ-এর জন্য বহুরশ্মীয় ব্যতিচারে পারগত তীব্রতা, তবে তাকে $(I_t)_{max}$ (= সর্বোচ্চ পারগত তীব্রতা)-এর সাপেক্ষে লেখা যায়

$$\frac{I_t}{(I_t)_{max}} = \alpha(\theta_i) = \frac{1}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}} \qquad \text{............(6.20)}$$

অর্থাৎ এয়ারি অপেক্ষক বহুরশ্মীয় ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ নকশার আপেক্ষিক পারগত তীব্রতা নির্ধারণ করে। এখন F=100 পূর্বের ন্যায় ব্যতিচার তীব্রতা লেখ চিত্র 6.9 এর অনুরূপ হবে।



চিত্র 6.9 : ফ্যাব্রি পেরো নকশার তীব্রতা লেখ

6.3.2 ফ্যাব্রি-পেরো চরম ব্যতিচার তীব্রতার তীক্ষ্ণতা (Sharpness of bright fringes)

চিত্র (6.9)-এ ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার নকশার পারগত তীব্রতা বণ্টনের লেখ থেকে দেখা যায় $\delta_m = 2m\pi[m = 0,1,2,...]$ হলে তীব্রতা হবে সর্বোচ্চ অর্থাৎ $I_t/(I_t)_{max} = 1$ এবং δ_m থেকে δ-এর ব্যবধান বাড়লে আপেক্ষিক তীব্রতাও দ্রুত হ্রাস পাবে। একই $|\delta_m - \delta|$-এর জন্য $I_t/(I_t)_{max}$ যত বেশি হ্রাস পাবে ততই চরম তীব্রতা বেশি তীক্ষ্ণ হবে। এই তীক্ষ্ণতার একটি পরিমাপ হল অর্ধ-প্রস্থ (half-width) w। চিত্র (6.9)-এ তীব্রতা চরম শীর্ষটির মান যখন $I_t = \frac{1}{2}(I_t)_{max}$ শীর্ষটির উভয় পাশে হয় তখন শীর্ষ লেখটির প্রস্থ w কে বলে অর্ধপ্রস্থ। w কে রেডিয়ানে পরিমাপ করা হয়।

ধরা যাক $\delta = \delta_m \pm \Delta\delta$ অবস্থায় $I_t = \frac{1}{2}(I_t)_{max}$ হয়। অতএব (6.20) থেকে

$$\alpha(\theta_i) = \frac{1}{2}, \text{ যখন } \delta = \delta_m \pm \Delta\delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow F\sin^2\frac{\delta}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(\frac{\delta_m \pm \Delta\delta}{2}\right) = \frac{1}{F}$$

$$\sin^2\left(m\pi \pm \frac{1}{2}\Delta\delta\right) = \frac{1}{F}$$

$$\sin\frac{\Delta\delta}{2} = \frac{1}{\sqrt{F}}$$

[$-\sin\frac{\Delta\delta}{2} = \frac{1}{\sqrt{F}}$ পরিহার করা হল, কারণ আমরা কেবল $|\Delta\delta|$ তেই আগ্রহী]

$$\therefore \ \Delta\delta = 2\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{F}}$$

সাধারণত F এর মান বৃহৎ হয়, ফলে $\frac{1}{\sqrt{F}}$ খুবই ক্ষুদ্র হয়। আর তাই লেখা যায় $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{F}} \approx \frac{1}{\sqrt{F}}$

$$\therefore w = 2\Delta\delta = \frac{4}{\sqrt{F}}$$

$$\text{বা } w = \frac{4(1-R)}{\sqrt{4R}} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \qquad \text{.................(6.21)}$$

স্পষ্টতঃই R যত বৃদ্ধি পাবে W ততই হ্রাস পাবে, অর্থাৎ উজ্জ্বল ব্যতিচার নকশা ততই তীক্ষ্ণতর হবে।

অনুশীলনী 2 : R বৃদ্ধি পেলে ব্যতিচার নকশা তীক্ষ্ণতর হয় কেন?

দুটি উজ্জ্বল নকশার অন্তস্থ যে অন্ধকার অঞ্চল তার প্রস্থ বৃদ্ধিপাবে যত w হ্রাস পাবে। দুটি পাশাপাশি চরম শীর্ষের ব্যবধান 2π। এবং অর্ধ-প্রস্থ w-এর অনুপাতকে বলে সুক্ষ্মতা বা ফিনেস্ (finesse) অর্থাৎ, $\Phi = \frac{2\pi}{w}$ অথবা (6.21) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

$$\Phi = \frac{2\pi}{4/\sqrt{F}} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} \qquad \text{......................(6.22)}$$

অর্থাৎ ফিনেস্ বা সূক্ষ্মতা বৃদ্ধি পেলে অর্ধপ্রস্থ হ্রাস পায় যার অর্থ হ'ল উজ্জ্বল শীর্ষের তীক্ষ্ণতা বৃদ্ধি পায়।

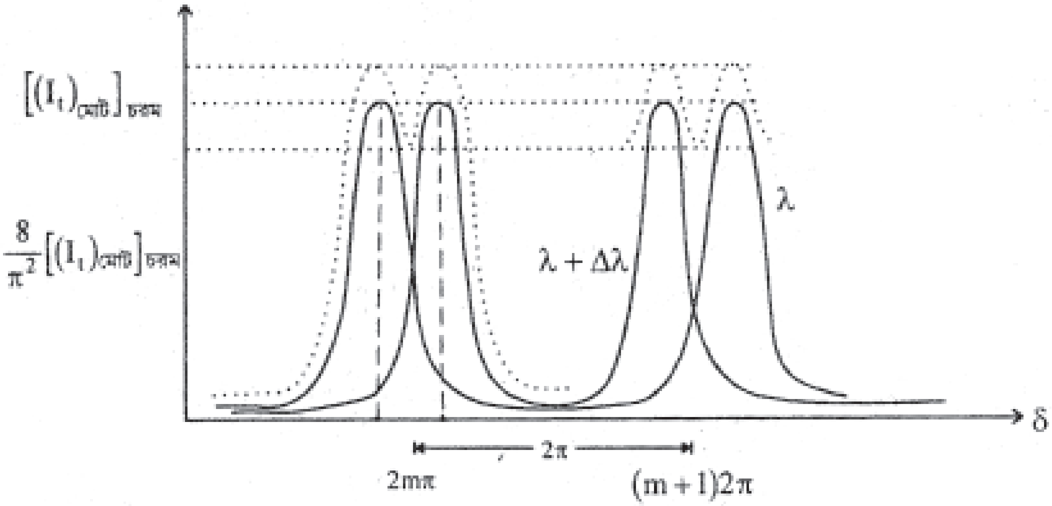
সর্বশেষে আরো একটা সমস্যার কথা এসে যায়। আমরা R বৃদ্ধি করার জন্য ধাতব ঝিল্লি ব্যবহার করার কথা বলেছি। কিন্তু এতে দশা পার্থক্যের পরিবর্তন ঘটে। এই ধাতব ঝিল্লির প্রতিফলন বিবেচনা না করলে পরপর দুটি পারগত তরঙ্গের দশা পার্থক্য হয়

$$\delta = 2 \times \frac{2\pi}{\lambda} \times (d\cos\theta_r)n$$

কিন্তু ধাতব প্রতিফলনের ক্ষেত্রে প্রতিটি প্রতিফলনে একটি বাড়তি দশা পার্থক্য $\psi = \psi(\theta_r)$ যুক্ত হবে।

ফলে $\delta = \frac{4\pi nd}{\lambda}\cos\theta_r + 2\psi$

আমাদের আলোচনায় θ_r ছোট এবং ψ কে ধ্রুবক মনে করা যেতে পারে। δ-এর এই বৈশিষ্ট্যকে পূর্বের আলোচনায় বিবেচনা করা হয়নি। অবশ্য d খুবই বৃহৎ মানের এবং λ খুবই ক্ষুদ্রমানের হওয়ায় δ-এর রাশিমালার প্রথম পদ সাপেক্ষে 2ψ নগণ্য $[0 < \psi < \pi]$। অতএব আমাদের আলোচনায় বিবেচনাযোগ্য ত্রুটি বিশেষ ঘটেনি।



চিত্র 6.10 : র‍্যালির নির্ণায়কের ব্যাখ্যা। দুটি বর্ণালী রেখা কোনক্রমে বিশ্লিষ্ট।

6.3.3 ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনে বর্ণালী তত্ত্ব (Spectroscopy in Fabry-perot Interferrometer)

ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপককে বর্ণালীর সূক্ষ্মাতিসূক্ষ্ম রেখার বিশ্লেষণের জন্য ব্যবহার করা হয়। এর কারণ এই যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা (resolving power) খুবই বেশি (বিভেদন ক্ষমতা সম্পর্কে 7.8.1 দেখুন)। যদি কোন আলোক যন্ত্র λ ও $\lambda+\Delta\lambda$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বর্ণালী রেখাকে পরস্পরের থেকে পৃথক করতে পারে তবে তার বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা (Chromatic Resolving Power) হল $\lambda/\Delta\lambda$। দুটি বর্ণালী রেখাকে কখন বলা হবে যে তারা যথাযথ বিশ্লিষ্ট (just resolved), দুটি বর্ণালী রেখা (spectral line) যথাযথভাবে বিশ্লিষ্ট হয়েছে কিনা একথা

যাতে সুনিশ্চিত ভাবে বলতে পারা যায় তার জন্য বিভিন্ন নির্ণায়ক (criterion) রয়েছে। সর্বাধিক ব্যবহৃত হ'ল র‍্যালে'র নির্ণায়ক (Rayleigh's criterion) [এ বিষয়ে 7.8.1 দ্রষ্টব্য] র‍্যালে'র নির্ণায়ক একটু পরিবর্তিতরূপে ব্যবহার করা হয়েছে। এ ক্ষেত্রে দুটি অতি নিকটবর্তী তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোকের ব্যতিচার নকশার একই ক্রমের দুটি উজ্জ্বল রেখাকে কোনক্রমে বিশ্লেষিত হওয়ার শর্ত হিসেবে র‍্যালে নির্ণায়ক প্রয়োগ করতে হবে। এ জন্য র‍্যালের নির্ণায়ককে একটু পরিবর্তন করতে হবে : দুটি তরঙ্গের ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ দুটি তখনই কেবল বিশ্লিষ্ট বলা হবে যখন লব্ধি বিস্তৃত ফ্রিঞ্জটির মধ্যবর্তী বিন্দুতে ফ্রিঞ্জ দুটির মোট তীব্রতা সর্বোচ্চ তীব্রতার $8/\pi^2$ গুণ হবে। (চিত্র 6.10)

আমরা সমীকরণ (6.16) থেকে লিখতে পারি

$$I_t = \frac{I_o}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

ধরা যাক λ ও $\lambda + \Delta\lambda$ তরঙ্গের জন্য

$$(I_t)_\lambda = \frac{I_o}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

$$(I_t)_{\lambda+\Delta\lambda} = \frac{I_o}{1 + F\sin^2\left(\frac{\delta - \Delta\delta}{2}\right)}$$

অতএব লব্ধি তীব্রতা হবে

$$(I_t)_{\text{মোট}} = (I_t)_\lambda + (I_t)_{\lambda+4\lambda}$$

$$\therefore (I_t)_{\text{মোট}} = \frac{I_o}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}} + \frac{I_o}{1 + F\sin^2\left(\frac{\delta - \Delta\delta}{2}\right)} \quad \text{.............(6.21)}$$

ধরে নিতে হবে যে $(I_t)_{\text{মোট}}$ যেখানে যেখানে চরম মানে পৌঁছাবে $(I_t)_\lambda$ ও $(I_t)_{\lambda+\Delta\lambda}$ এর মানও সেখানে চরম হবে [চিত্র 6.10]। যদি আমরা m-ক্রমের ফ্রিঞ্জটি বিবেচনা করি তবে λ তরঙ্গের জন্য $\delta = 2m\pi$ হলে $(I_t)_\lambda$ চরম হবে।

$$\therefore \left[(I_t)\right]_{\text{চরম}} = \frac{I_o}{1 + F\sin^2 m\pi} + \frac{I_o}{1 + F\sin^2\left(m\pi - \frac{\Delta\delta}{2}\right)}$$

$$= I_o + \frac{I_o}{1 + F\sin^2\frac{\Delta\delta}{2}} \quad \text{.............(6.22)}$$

এবার দুই পরপর m-ক্রমের উজ্জ্বল রেখার মধ্যবর্তী অবস্থানে $\delta = 2m\pi + \frac{\Delta\delta}{2}$ হবে। ধরা যাক এই অবস্থানে

$(I_t)_{\text{মোট}} = [(I_t)_{\text{মোট}}]_{\text{মধ্য}}$

$$\therefore [(I_t)_{\text{মোট}}]_{\text{মধ্য}} = \frac{I_o}{1 + F\sin^2\left(m\pi + \frac{\Delta\delta}{4}\right)} + \frac{I_o}{1 + F\sin^2\left(m\pi - \frac{\Delta\delta}{4}\right)}$$

$$= \frac{2I_o}{1 + F\sin^2\frac{\Delta\delta}{4}} \qquad \text{.....................(6.23)}$$

র‍্যালির নির্ণায়ক অনুসারে λ ও $\lambda + \Delta\lambda$ এর বর্ণালি রেখাদ্বয় তখনই কেবল বিশ্লিষ্ট হবে যখন

$[(I_t)_{\text{মোট}}]_{\text{মধ্য}} = \frac{8}{\pi^2} \times [(I_t)_{\text{মোট}}]_{\text{চরম}}$ হয়।

অথবা $$\frac{2I_o}{1 + F\sin^2\frac{\Delta\delta}{4}} = \frac{8}{\pi^2} \times \left(I_o + \frac{I_o}{1 + F\sin^2\frac{\Delta\delta}{4}}\right) \qquad \text{...................(6.24)}$$

$\Delta\delta$ খুবই ক্ষুদ্র বলে $\sin\frac{\Delta\delta}{4}$ $\frac{\Delta\delta}{4}$ এবং $\sin\frac{\Delta\delta}{2}$ $\frac{\Delta\delta}{2}$

অতএব সমীকরণ (6.24) এখন হবে

$$\frac{2}{1 + \frac{F}{16}(\Delta\delta)^2} = \frac{8}{\pi^2}\left(1 + \frac{1}{1 + \frac{F}{4}(\Delta\delta)^2}\right)$$

সরল করে পাওয়া যায়

$$\left[F(\Delta\delta)^2\right]^2 - 4\left(\pi^2 - 6\right)\left[F(\Delta\delta)^2\right] - 16\left(\pi^2 - 8\right) = 0$$

সমীকরণটির সমাধান করে আমরা পাই

$$\left[F(\Delta\delta)^2\right] = 7.7392 \pm 9.4768$$

বাস্তব মূল্যের জন্য

$$\Delta\delta = \frac{4.149}{\sqrt{F}} \qquad \text{..................(6.25)}$$

কিন্তু $\delta = 2 \times \frac{2\pi}{\lambda} \times nd\cos\theta_r$

কোন বিশেষ ক্রমের ক্ষেত্রে θ_i ধ্রুবক। অতএব θ_r ও ধ্রুবক।

$$\therefore |\Delta\delta| = \neq \frac{4\pi nd}{\lambda^2}\cos\theta_r \Delta\lambda \qquad \text{..................(6.26)}$$

অতএব (6.26) ও (6.25) থেকে পাই

$$\frac{4.149}{\sqrt{F}} = \frac{4n\pi d\cos\theta_r}{\lambda} \times \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

বা
$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{4n\pi\sqrt{F}d\cos\theta_r}{4.149\lambda} \qquad \text{..................(6.27)}$$

যা হ'ল আমাদের অভিষ্ট বিভেদন ক্ষমতা।

অথবা
$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \sqrt{F} \times \frac{\delta}{4.149} = \frac{2\pi m\sqrt{F}}{4.149}$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 1.514m\sqrt{F} \qquad \text{..................(6.28)}$$

ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের বিভেদন ক্ষমতা কী মাত্রার হতে পারে? আমরা জেনেছি এই ইটালোনের দুই সমান্তরাল পাতের দূরত্ব d কয়েক মিলিমিটার থেকে 40 সেমি পর্যন্ত হতে পারে। ধরা যাক d=1 সেমি। প্রতিফলনাংক R=0.8 হলে

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} = \frac{4 \times 0.8}{(1-0.8)^2} = 80$$

ধরা যাক পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যম বায়ু অর্থাৎ $n = 1$। যদি আলোকরশ্মির আপতন কোন 30° হয় এবং $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm হয় তবে বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা,

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{4\pi \times \sqrt{80} \times 1 \times \cos 30^\circ}{4.149 \times 5 \times 10^{-5}} = 4.69 \times 10^5$$

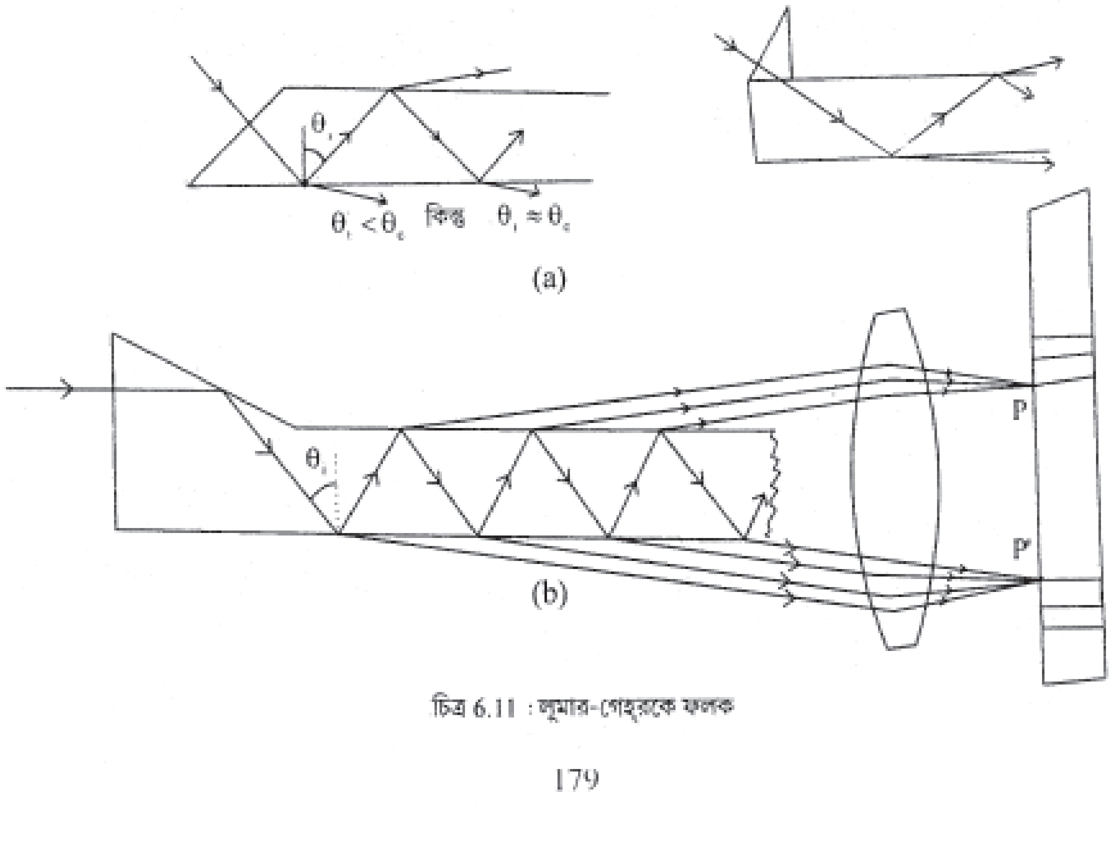
$$\therefore \Delta\lambda = \frac{5 \times 10^{-5}}{4.69 \times 10^5} \text{ cm} = 1.07 \times 10^{-10} \text{ cm} \quad \approx .0107\,\mathring{A}$$

অর্থাৎ এইরূপ ফ্যাব্রিপেরো ইটালোনের সাহায্যে 30^0 আপতন কোণের ক্রমে $5000\,\mathring{A}$ তরঙ্গের থেকে যে তরঙ্গের ব্যবধান $0.0107\,\mathring{A}$ তাদের ব্যতিচার রেখাকে পৃথক করা যাবে। এই ব্যবধান আরো হ্রাস পায় যদি R- র মান আরো বৃদ্ধি করা যায়। গ্রেটিং-এর বিভেদন ক্ষমতার সঙ্গে তুলনা করা যাক। বড় জোর $\Delta\lambda = 0.1\,\mathring{A}$ হবে গ্রেটিং-এর ক্ষেত্রে। আরো সামান্য কমানো সম্ভব। এ বিষয়ে পরবর্তী অধ্যায়ে বিস্তারিত জানা যাবে।

যদি λ এবং $\lambda + \Delta\lambda$ এর মধ্যে ব্যবধান বেশি হয়, সেক্ষেত্রে ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোন ব্যবহার করা যায় না। কেন না বর্ণালি রেখা দ্বয়ের ব্যবধান তাদের নিজ নিজ বলয় নকশার সরণ থেকে বেশি হবে। ফলে বিভিন্ন ক্রমের মধ্যে প্রাবরণ (Overlapping) ঘটে।

6.4 লুমার-গেহরকে ফলক (The Lummer-Gehrcke Plate)

আপনারা দেখেছেন ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোন-এর বিভেদন ক্ষমতা সুক্ষ্মতার গুণাংক বা ফিনেস্ গুণাংক F-এর বর্গমূলের সমানুপাতী। কিন্তু $F = \dfrac{4R}{(1-R)^2}$ যেখানে R=প্রতিফলনাংক অর্থাৎ বিভেদন ক্ষমতা বৃদ্ধি করতে প্রতিফলনাংক বৃদ্ধি করা প্রয়োজন। ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের ক্ষেত্রে কাচ বা কোয়ার্টজ-এর উপর ধাতব প্রলেপন দিয়ে R-এর মান বৃদ্ধি করা হয়। সে ক্ষেত্রে আপনারা এও জেনেছেন যে ধাতব প্রলেপন আলো শোষণ করে। ফলে পারগত আলোকের তীব্রতাও খুব কমে যায়। ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের এই সীমাবদ্ধতাকে অতিক্রম করা গেল লুমার গেহ্‌র্‌কের ফলক ব্যতিচারমাপকে। এই ব্যবস্থায় আলোকের আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলনের ধর্মকে কাজে লাগানো হয়েছে। আলোকের আপতন কোণ যত বেশি সংকট কোণের নিকটবর্তী হবে আলোও তত বেশি প্রতিফলিত হবে।



চিত্র 6.11 : লুমার-গেহ্‌রকে ফলক

লুমার-গেহর্‌কে ফলকটি হল কাচ বা কোয়ার্টজ-এর তৈরী একটি সমতল সমান্তরাল ফলক যার এক প্রান্তে একটি একই উপাদানের ক্ষুদ্র সমকোণী প্রিজম্‌ যুক্ত থাকে। প্রিজমটির প্রতিসারক কোণ এমন হবে যে তাতে প্রবেশকারী আলোক রশ্মি ফলকের তলে সংকট কোণের থেকে সামান্য ক্ষুদ্রতর কোণে আপতিত হবে [চিত্র 6.11(b)]। অবশ্য প্রিজমকে এমনভাবে সংযুক্ত করা যায় যেন তাতে লম্বভাবে আপতিত রশ্মি সরাসরি ফলক তলে অভীষ্ট কোণে (সংকট কোণ অপেক্ষা সামান্য ক্ষুদ্রতর) আপতিত হতে পারে [চিত্র6.11(a)]।

লক্ষ্য করুন, প্রতিফলক তলদ্বয় সমান্তরাল বলে প্রতিতলে আলোক রশ্মি একই কোণে আপতিত হবে। অতএব পারগত আলোক রশ্মিগুলি পরস্পর সমান্তরাল হবে। আবার এও লক্ষ্য করুন, যেহেতু আপতন কোণটি সংকট কোণের প্রায় সমান কিন্তু ছোট, তাই পারগত রশ্মিগুলি ফলকের প্রায় তল ঘেষে গমন করবে। কোণ লেন্স দ্বারা পারগত রশ্মিগুচ্ছকে সংহত করলে তারা লেন্সের ফোকাস তলে P বা P' বিন্দুতে মিলিত হয়ে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ নকশা গঠন করবে ফলকের উভয়পাশে। ফ্রিঞ্জগুলি হবে, প্রায় সরল রেখা চওড়া উল্লম্ব রেখাছিদ্র উৎসের ক্ষেত্রে এবং তারা সকলেই ফলকের উভয় তলের সমান্তরালভাবে অবস্থান করবে [চিত্র-5.11(খ)]

ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারের সঙ্গে লুমার-গেহর্‌কে-এর ব্যতিচারের মিল এত স্পষ্ট যে আমরা বলতে পারি যেন এটা বায়ুর বদলে কাচ বা কোয়ার্টজ মাধ্যমের ফ্যাব্রিপেরো ব্যতিচার মাপক। তবুও অমিলও বর্তমান:

i) এখানে আপতন কোণ বেশ বড়, প্রায় সংকট কোণের সমান; কিন্তু ফ্যাব্রিপেরো ইটালোনে আলোক রশ্মি প্রায় অভিলম্বভাবে আপতিত হয়।

ii) ফ্যাব্রি-পেরো প্রতিফলক তলদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যম আলোর বিচ্ছুরণ (dispersion) ঘটায় না, কিন্তু লুমার-গেহরকে ফলক একটি বিচ্ছুরক মাধ্যম।

iii) ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনে আলোর প্রতিফলন কোণ খুব কম হওয়ায় অল্প দৈর্ঘ্যে বহুসংখ্যক প্রতিফলন ঘটে; কিন্তু লুমার-গেহরকে ফলকের দৈর্ঘ্য সীমিত এবং আপতন কোণ বড় হওয়ায় পারগত আলোক তরঙ্গের সংখ্যাও সীমিত; অবশ্য ফলকের দৈর্ঘ্যের উপর সংখ্যাটা নির্ভরশীল। লুমার-গেহর্‌কে ফলকের বিভেদন ক্ষমতা ফলকের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে।

ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের তুলনায় লুমার-গেহর্‌কে ফলক উচ্চতর বিভেদন ক্ষমতা সম্পন্ন হলেও বেশী খরচ ও কতকগুলি অসুবিধার জন্য লুমার ফলকের ব্যবহার আজকাল প্রায় হয় না বললেই চলে।

6.5 ফ্যাব্রিপেরো ইটালোনের ব্যবহার ঃ ব্যতিচার পরিস্রাবক (Interference filters)

যখন কোন অসমান্তরিত (uncollimated) একবর্ণী রশ্মিগুচ্ছ কোন ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপককে আলোকিত করে তখন একটি বর্ণালী পাওয়া যায়। এই বর্ণালী বিভিন্ন তীব্রতা চরমের দ্বারা গঠিত। আর এই বিভিন্ন তীব্রতা চরমগুলি পাওয়া যায় নীচের সম্পর্কটি সিদ্ধ হলেই

$$2nd\cos\theta_r = m\lambda$$

এবার যদি একটি ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপককে অভিলম্বভাবে আপতিত ($\theta_r \simeq 0$) সমান্তরিত (collimated) সাদা আলো দ্বারা আলোকিত করা হয়, তবে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের প্রতিবর্ঙ্গী পারগত আলোকে গঠিত বিভিন্নক্রমের চরম তীব্রতাগুলি আমরা পাব

$$\lambda = \frac{2nd}{m}$$

সমীকরণটি থেকে। d যদি বড় হয়, তবে এক বিরাট সংখ্যক চরম তীব্রতা পাওয়া যাবে দৃশ্য অঞ্চলে (visible region)।

উদাহরণস্বরূপ যদি $d = 1$ সেমি. তবে $n = 1$(বায়ু) এবং $\lambda = 5\times10^{-5}\,\text{cm} = 5000\,\text{Å}$ হয়, তবে $m = 40.000$; অর্থাৎ 40.000 তীব্রতা চরম দেখতে পাওয়া যাবে। কিন্তু d হ্রাস করতে থাকলে, এমন একটা অবস্থায় আমরা পৌঁছব যখন শুধু একটি বা দুটি চরম তীব্রতাই দৃশ্য অঞ্চলে আমরা দেখত পাব।

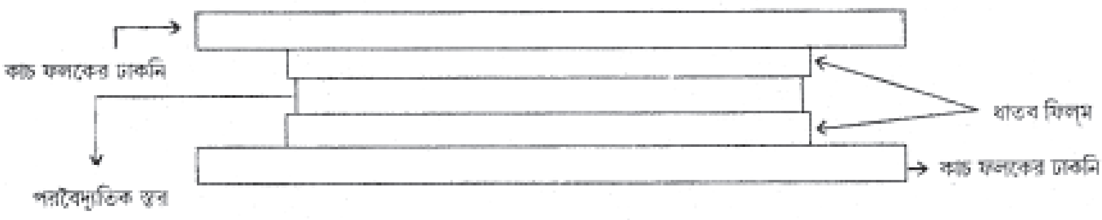
উদাহরণ : যদি $n = 1.5$ এবং $d = 6\times10^{-5}\,\text{cm}$ হয়, তবে $\lambda = 6000\,\text{Å}$ এবং $\lambda = 4500\,\text{Å}$-এর ক্ষেত্রে যথাক্রমে $n = 3$ এবং $n = 4$ হয়। অর্থাৎ দুটি তীব্রতা চরমই কেবল দৃশ্য অঞ্চলে পাওয়া যাবে।

এই তীব্রতা চরম দুটির ব্যবধান অনেকটাই হয় এবং এদের একটিকে এমনভাবে ঢেকে আড়াল করা যায় যে একটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যই শুধু পারগত হয়। এইভাবে, কোন সাদা আলোর রশ্মিগুচ্ছ থেকে একটি বিশেষ তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে পরিস্রুত করা সম্ভব।

এই ব্যবস্থাকে ব্যতিচার পরিস্রাবক বলা হয়।

পরিস্রাবক উৎপাদন : ব্যতিচার পরিস্রাবক পাওয়া যেতে পারে আধুনিক নির্বাত অবক্ষেপণ কৌশল প্রয়োগ করে (vacuum deposition Technique)।

একটি কাচের প্লেটের উপর নির্বাত অবক্ষেপণ কৌশল প্রয়োগ করে সাধারণত অ্যালুমিনিয়াম বা রূপার একটি ধাতব ফিল্ম অবক্ষিপ্ত (deposited) হয়। তারপর পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের একটি পাতলা স্তর ধাতব ফিল্মের উপর অবক্ষেপণ করা হয়। এ ধরণের একটি পদার্থ হল ক্রায়োলাইট $(3NaFAlF_3)$। এই ফিল্মটিকেও আবার একটি ধাতব ফিল্ম দিয়ে ঢাকা হয়। এই ধাতব ফিল্মটি যাতে কোনভাবেই নষ্ট না হয় সেজন্য তাহার উপর আবার একটি কাচ ফলক স্থাপন করা হয়। এইভাবে দুটি কাচ ফলকের মধ্যে একটি ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার ব্যবস্থা গড়ে ওঠে।



চিত্র 6.12 : ব্যতিচার পরিস্রাবক।

পরাবৈদ্যুতিক ফিল্ম-এর বেধ পরিবর্তন করে আমরা যে কোন বিশেষ তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে পরিস্রুত করতে পারি। কিন্তু পরিস্রুত আলোর একটি নির্দিষ্ট প্রস্থ থাকে, অর্থাৎ তীক্ষ্ণ শীর্ষযুক্ত একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উভয়পার্শ্বে অপ্রশস্ত বর্ণালি পাওয়া যায়। পারগত বর্ণালির তীক্ষ্ণতা নির্ণয় করা হয় তৈরী ফ্যাব্রি-পেরো ব্যবস্থার বিভেদন ক্ষমতার দ্বারা এবং এর থেকেই বলা যায় তল দুটির প্রতিফলনাংক দ্বারাও বর্ণালির তীক্ষ্ণতা নির্ণয় করা সম্ভব। প্রতিফলনাংক যতই বড় হবে

পারগত বর্ণালিও ততই অপ্রশস্ত হবে। কিন্তু তাই বলে ধাতব ফিল্মগুলির বেধ অনির্দিষ্টভাবে যতখুশি বাড়ানো সম্ভব নয় কারণ সেক্ষেত্রে শোষণের দরুণ পারগত আলোর তীব্রতা হ্রাস পাবে।* এই প্রতিবন্ধকতা দূর করার জন্যই তাই ধাতব ফিল্মগুলির বদলে সব স্তরগুলিই হয় পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের।

যে সব পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ দিয়ে স্তরগুলি গঠিত হবে তাদের প্রতিসরাংকগুলি যথাযথ হ'লেই তবে তাদের অবক্ষেপণ ক'রে গড়ে তোলা হয় সকল পরাবৈদ্যুতিক স্তরের ব্যতিচার ব্যবস্থা। কোন একটি তলের প্রতিফলনাংক বাড়াতে গেলে, তলটির উপর পরাবৈদ্যুতিক একটি ফিল্ম তৈরী ক'রে কিভাবে তা করা হয় এ সম্পর্কে আপনারা পূর্বের এককেই জেনেছেন। কাচ ফলকের প্রতিফলনাংক বাড়াতে গেলে যে পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ কাচের উপর অবক্ষেপণ করা হয় তার প্রতিসরাংক কাচের প্রতিসরাংকের তুলনায় বেশি হওয়া প্রয়োজন। কাচ এবং পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের প্রতিসরাংকের মধ্যে পার্থক্য যতই বড় হবে প্রতিফলনাংকও ততই বৃদ্ধি পাবে। ব্যতিচার পরিস্রাবকে সাধারণত: যে পদার্থগুলি ব্যবহৃত হয় তাদের মধ্যে রয়েছে টিটানিয়াম অক্সাইড এবং জিংক সালফাইড। এদের প্রতিসরাংক হল যথাক্রমে $n = 2.8$ এবং $n = 2.3$। কাচের প্রতিফলনাংক বৃদ্ধির জন্য অবক্ষিপ্ত পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের ফিল্ম-এর বেধটি হবে $\frac{\lambda}{4}$। যেমন ব্যতিচার পরিস্রাবক পেতে হলে নিম্নস্তরের (substrate) কাচ ফলকের উপর টিটানিয়াম অক্সাইডের $\frac{\lambda}{4}$ বেধের একটি ফিল্ম অবক্ষেপণ করতে হবে তারপর অপেক্ষাকৃত কম প্রতিসরাংকের (যেমন ক্রায়োলাইট বা ম্যাগনেসিয়াম ফ্লুয়োরাইড) পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের একটি পাতলা স্তর অবক্ষেপণ করা হয়। এই স্তরটির উপরে আবার $\frac{\lambda}{4}$ বেধের অপেক্ষাকৃত বেশী প্রতিসরাংকের একটি পদার্থ অবক্ষেপণ করা হয়। প্রতিফলনাংকে বৃদ্ধি করার উদ্দেশ্যে এইভাবে পরপর অপেক্ষাকৃত বেশি এবং অপেক্ষাকৃত কম প্রতিসরাংকের পদার্থ ব্যবহার করে বহুস্তরীয় ব্যবস্থাটি তৈরী হয়। এইভাবে 90%-এরও বেশী প্রতিফলনাংক পাওয়া সম্ভব কোন বিশেষ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে। এই ধরণের পরিস্রাবকগুলি দৃশ্য অঞ্চলের মধ্যে যে কোন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তীব্রতা চরম শীর্ষের সঙ্গে 11 Å বা তার চেয়েও ছোট একটি ব্যাণ্ডের প্রসার (bandwidth) পারগত করতে সমর্থ হয়।

6.6 সারাংশ

- কীভাবে বহুরশ্মীয় ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ উৎপন্ন হয় তা আমরা শিখলাম। বহুরশ্মীয় প্রতিফলিত ও পারগত ব্যতিচারের লব্ধি তীব্রতা যথাক্রমে

$$I_r = I_o \times \frac{2r^2(1-\cos\delta)}{1+r^4-2r^2\cos\delta}$$

$$I_t = I_o \times \frac{\left(1-r^2\right)^2}{1+r^4-2r^2\cos\delta}$$

- প্রতিফলিত রশ্মিগুলির ব্যতিচারে তীব্রতার চরম ও অবম মান হল যথাক্রমে

$$\left(I_r\right)_{\text{চরম}} = I_o \times \frac{4r^2}{\left(1+r^2\right)^2} = I_o \times \frac{4R}{(1+R)^2}$$

$$\left(I_r\right)_{\text{অবম}} = 0$$

● সূক্ষ্মতা-গুণাংক বা ফিনেস গুণাংক

$$F = \left(\frac{2r}{1-r^2}\right)^2 = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

● এয়ারি অপেক্ষক

$$\alpha(\theta) = \frac{I_t}{I_o} = \frac{1}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

● বহুরশ্মীয় ব্যতিচার নীতিকে কাজে লাগিয়ে যে ফ্যাব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপক তৈরী হল, তাতে উৎপন্ন ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের তীব্রতা বণ্টনের রাশিমালা

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

● উজ্জ্বল ব্যতিচার রেখার তীক্ষ্ণতার ধারণা পাওয়া যায়।

● বর্ণালীতত্ত্ব বিশ্লেষণে ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের কীভাবে ব্যবহার করা যায় তা জানতে পারা যায়।

● ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা হল

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{4n\pi\sqrt{F}d\cos\theta_i}{4.149\lambda}$$

● লুমার-গেহরকের ফলক সম্পর্কে ধারণা।

● ...ব্যতিচার পরিস্রাবক এবং এটা প্রস্তুত করার পদ্ধতি ও এর প্রয়োগ।

6.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. একটি ফ্যাব্রি-পেরো ইটালনের ফলকতলের প্রতিফলনাংক $(R = r^2)$ 0.9। 5000 Å অবস্থানে দুটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ব্যবধান $\Delta\lambda = 0.1$ Å হলে অভিলম্ব আপতনের ক্ষেত্রে যথাযথভাবে তরঙ্গদুটির বিভেদন হবে ইটালোনটির ফলকদ্বয়ের সর্বনিম্ন ব্যবধান কত হলে? [এখানে $n = 1$]

2. কোন ফ্যাব্রি-পেরো ইটালোনের প্রতিফলন গুণাংক (reflection coefficient) $r = 0.9$ হলে তার (i) সূক্ষ্মতা গুণাংক (coefficient of finesse), (ii) অর্ধ-প্রস্থ (half width-full width of the fringe at half of its intensity) এবং (iii) ফিনেস বা সূক্ষ্মতা নির্ণয় করুন।

6.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1

1. এই প্রশ্নটির উত্তরের জন্য সমীকরণ (6.12) এবং (6.11)-এর সাহায্য নিন।

অনুশীলনী 2

2. ব্যতিচার নকশার অর্ধপ্রস্থ $w = \frac{4}{\sqrt{F}}$ । এই অর্ধ প্রস্থ যত ক্ষুদ্র হবে, ব্যতিচার রেখা ততই তীক্ষ্ণতর হবে। অর্থাৎ তীক্ষ্ণতা (S) $\propto \frac{1}{\text{অর্ধ- প্রস্থ}}$

$$\therefore S \propto \frac{1}{w}$$

$$\propto \sqrt{F}$$

কিন্তু $$F = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

যেহেতু $R < 1$ তাই R বৃদ্ধি পেলে F বৃদ্ধি পাবে।

অর্থাৎ Sও বৃদ্ধি পাবে।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. ফাব্রি-পেরো ইটালোনের বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{4\pi n\sqrt{F} d\cos\theta_i}{4.149\lambda}$$

এখানে $\theta_i = 0^0, n = 1, F = \frac{4R}{(1-R)^2} = \frac{4 \times 0.9}{(0.1)^2} = 360$

অতএব ফলক দ্বয়ের ব্যবধান

$$d = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \times \frac{4.149}{4\pi\sqrt{360}} = \frac{\left(5 \times 10^{-5}\right)^2 \times 4.149}{0.1 \times 10^{-8} \times 4\pi \times \sqrt{360}} = 0.435 \text{ মি.মি.}$$

2. i) সূক্ষ্মতা গুণাংক $F = \frac{4r^2}{\left(1-r^2\right)^2} = \frac{4 \times (0.9)^2}{\left[1-(0.9)^2\right]^2}$

$$= \frac{4 \times 0.81}{(1-0.81)^2} = 89.75 \simeq 90$$

ii) অর্ধ-প্রস্থ $w = \frac{4}{\sqrt{F}} = \frac{4}{\sqrt{90}} = 0.42$ rad

iii) সূক্ষ্মতা বা ফিনেস্ হল

$$\Phi = \frac{2\pi}{w} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} = \frac{\pi\sqrt{90}}{2} = 14.96$$

একক 7 ❑ ফ্রন হফার ব্যবর্তন

গঠন

7.1 প্রস্তাবনা

জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞান থেকে আপনারা জানেন যে যদি কোন বিন্দু আলোক উৎসের সম্মুখে একটি অনচ্ছ বস্তু রাখা যায় তবে পশ্চাতে রক্ষিত পর্দার উপর তার একটি 'সুস্পষ্ট' ছায়া প্রক্ষিপ্ত হবে। 'সুস্পষ্ট' বলতে বুঝতে হবে যে ছায়াটি একটি তীক্ষ্ণ সীমারেখা দ্বারা আবদ্ধ। কিন্তু বাস্তবে এরূপ ঘটে না। লক্ষ্য করলে দেখা যায় গাঢ় ছায়াটিকে ঘিরে আছে একটা হালকা আলোর বলয়। আবার গাঢ় ছায়ার সীমানাকে অতিক্রম করে অর্থাৎ জ্যামিতিক ছায়ার মধ্যেও হালকা আলোক বলয় দেখা যায়। স্পষ্টতই এ ঘটনা আলোর সরলরেখায় গমনের ধারণাকে নস্যাৎ করে। ইতালীয় বিজ্ঞানী ফ্রানসেসকো মারিয়া গ্রিমালদি (1618-63) সপ্তদশ শতাব্দীর মাঝামাঝি নানা পরীক্ষা দ্বারা আলোকের সরলরৈখিক গমন থেকে এরূপ বিচ্যুতি সর্বপ্রথম লক্ষ্য করেন। তিনি এই ঘটনার নামকরণ করেন দিফ্রাকশিও (diffractio) যাকে আমরা বলছি ব্যবর্তন (diffraction)।

আলোকের (সঠিক অর্থে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের) এই যে প্রতিবন্ধকের জ্যামিতিক ছায়ার অভ্যন্তরে অনুপ্রবেশ করার ঘটনা, এটা যে কোন প্রকার তরঙ্গের ক্ষেত্রেই সত্য। আলোক তরঙ্গ বা শব্দ তরঙ্গ বা জড় তরঙ্গ (matter wave) যাই হোক না কেন, যখনই কোন তরঙ্গের তরঙ্গমুখের (wave front) কিছু অংশ কোনরূপভাবে বাধা পায় তখনই এরূপ ব্যবর্তনের ঘটনা ঘটে।

শব্দের ক্ষেত্রে আমরা এরূপ ব্যবর্তনের ঘটনা সর্বদাই লক্ষ্য করি। দরজার সোজাসুজি না থাকলেও অন্য ঘরে কথাবার্তার শব্দ-তরঙ্গ আমরা এই ব্যবর্তনের জন্যই শুনতে পাই। বুঝতে অসুবিধা নেই যে ব্যবর্তন শব্দের ক্ষেত্রে কত গুরুত্বপূর্ণ। আলোর ব্যবর্তনও সমান গুরুত্বপূর্ণ। যেমন ধরুন আলোক যন্ত্রের কথা। আমরা যেসব আলোক যন্ত্র ব্যবহার করি সেসব যন্ত্র আলোক তরঙ্গমুখের সামান্য অংশ ব্যবহার করে। অতএব এই যন্ত্রে আলোর ব্যবর্তন ঘটবে। ফলে গঠিত প্রতিবিম্ব অপবর্তনের জন্য ত্রুটিযুক্ত হবে (অর্থাৎ গঠিত প্রতিবিম্বে ব্যবর্তনগত নকশা (diffraction pattern) দৃষ্ট হবে।

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে এবং বৈজ্ঞানিক ও প্রযুক্তিগত কর্মক্ষেত্রে ব্যবর্তনের গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা থাকায় ব্যবর্তন সম্পর্কে তত্ত্বগত বিশ্লেষণ জরুরি। এ সম্পর্কে সর্বপ্রথম ধারাবাহিক অনুসন্ধান ও ব্যাখ্যা করার কাজটি করেন ফরাসী পদার্থ বিজ্ঞানী অগাস্তিন জাঁ ফ্রেনেল (Augustin Jean Fresnel, 1785-1841)। যে নীতিকে অবলম্বন করে ফ্রেনেল ব্যবর্তনের ব্যাখ্যা করেন তাকে বলে "হাইগেন্‌স-ফ্রেনেল নীতি' (Hygens-Fresnel Principle)। কীভাবে আলোক তরঙ্গ গমন করে তা ব্যাখ্যা করতে গিয়ে হাইগেনস আমাদের 'গৌণ তরঙ্গিকার' (secondary wavelets) ধারণা দিয়েছেন। ফ্রেনেল ব্যবর্তন ব্যাখ্যা করতে গিয়ে বলেন — বাধাপ্রাপ্ত তরঙ্গ মুখের মুক্ত অংশের বিভিন্ন বিন্দু থেকে যেসব গৌণ তরঙ্গিকা নির্গত হয় তাদের উপরিপাতজাত ব্যতিচার থেকে ব্যবর্তন নকশা বা ফ্রিঞ্জের (diffraction fringe) সৃষ্টি হয়। অর্থাৎ ফ্রেনেলের মতে ব্যবর্তনও ব্যতিচার। কিন্তু একই তরঙ্গমুখের বহুসংখ্যক তরঙ্গিকার ব্যতিচার ব্যবর্তন সৃষ্টি করা ও নিরীক্ষণ করার দুটি পদ্ধতি আছে। এই দুই পদ্ধতিজাত ব্যবর্তনকে বলা হয় ফ্রেনেল ব্যবর্তন ও ফ্রন হফার ব্যবর্তন। প্রখ্যাত জার্মান পদার্থ বিজ্ঞানী জোসেফ ভন ফ্রন হফার (Joseph Von Fraun Hofer, 1787-1826)-এর স্মরণে এই নামকরণ। অন্য দুটি নামও আছে। প্রথমটি নিকট ক্ষেত্র (near-field) ব্যবর্তন এবং দ্বিতীয়টি দূর-ক্ষেত্রে (far-field) ব্যবর্তন। উভয় প্রকার ব্যবর্তন কীরূপে পরীক্ষা পদ্ধতির দ্বারা সৃষ্টি করা যায় এবং তাদের পরস্পর সম্পর্ক কী তা আমরা পরবর্তী দুটি অনুচ্ছেদে বর্ণনা করব।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করার পর আপনি নিম্নে বিবৃত বিষয়গুলি সম্পর্কে দক্ষতা অর্জন করবেন

- ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণের সহজ পরীক্ষা
- কীরূপে ফ্রেনেল ব্যবর্তন থেকে একটি বিশেষ ক্ষেত্র হিসেবে ফ্রন হফার ব্যবর্তন গঠিত হয়
- বিভিন্ন শ্রেণির স্লিট-এ ফ্রন হফার ব্যবর্তন
- ফ্রন হফার ব্যবর্তনের গাণিতিক বিশ্লেষণ
- যুগ্মস্লিট ও N-সংখ্যক সমান্তরাল স্লিটে ব্যবর্তন
- গ্রেটিং ও তার বর্ণালির বিশ্লেষণ
- আলোকযন্ত্রের প্রতিবিম্ব গঠন ও ব্যবর্তনের ভূমিকা
- দূরবীক্ষণ, অনুবীক্ষণ ও ব্যবর্তন গ্রেটিং-এর প্রভেদন ক্ষমতা সম্পর্কে র‍্যালে (Rayleigh) নির্ণায়ব (criterion)
- প্রভেদন ক্ষমতার কীরূপে উন্নতিবিধান সম্ভব
- মাইকেলসনের নাক্ষত্রিক ব্যতিচার মাপক

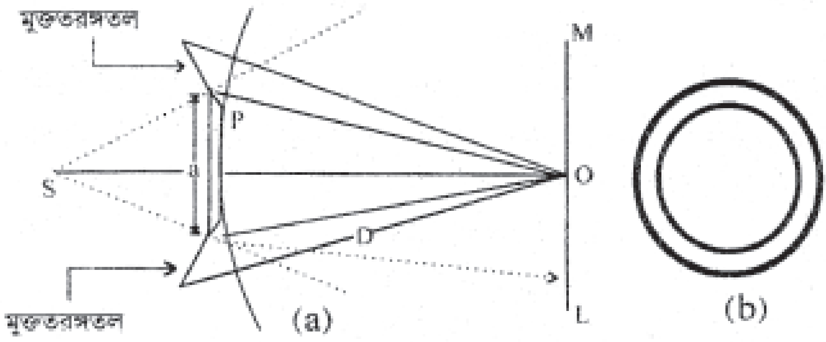
7.2 ফ্রেনেল ও ফ্রন হফার ব্যবর্তন

আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন যে আলোর সরলরৈখিক গমনের (প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যতিরেকে) যে কোন রূপ বিচ্যুতির ঘটনাকে বলে আলোর ব্যবর্তন। এও জেনেছেন যে এরূপ বিচ্যুতি ঘটাবার জন্য আলোক তরঙ্গের গমন পথে প্রতিবন্ধকতা সৃষ্টি করতে হবে। দুইভাবে এই প্রতিবন্ধকতা সৃষ্টি করা যায় : (1) আলোর গতিপথে অনচ্ছ তীক্ষ্ণ প্রান্তযুক্ত আংশিক বাধা এবং (2) সমগ্র তরঙ্গমুখকে অবরুদ্ধ করে স্লিটের মাধ্যমে আলোক তরঙ্গের সীমিত অংশকে গমন করতে দেওয়া। আবার এইরূপ প্রতিবন্ধকতা সৃষ্টি করার ফলে আলোর যে ব্যবর্তন হল তা নিরীক্ষণ করার জন্য চাই একটা পর্দা — যাকে আমরা বলব নিরীক্ষা-পর্দা। প্রতিবন্ধককে সেই অর্থে বলা যায় ব্যবর্তন সৃষ্টিকারী পর্দা বা সংক্ষেপে ব্যবর্তন পর্দা। তা হ'লে ব্যবর্তনের পরীক্ষার জন্য চাই (1): আলোক তরঙ্গ অর্থাৎ একটি আলোক-উৎস, (2) ব্যবর্তন পর্দা এবং (3) নিরীক্ষা পর্দা। এখন আমরা কীভাবে ফ্রেনেল ও ফ্রন হফার ব্যবর্তন সৃষ্টি হয় তার পরীক্ষাকেন্দ্রিক আলোচনা করব।

7.2.1 ব্যবর্তন নিরীক্ষণের পরীক্ষামূলক ব্যবস্থা

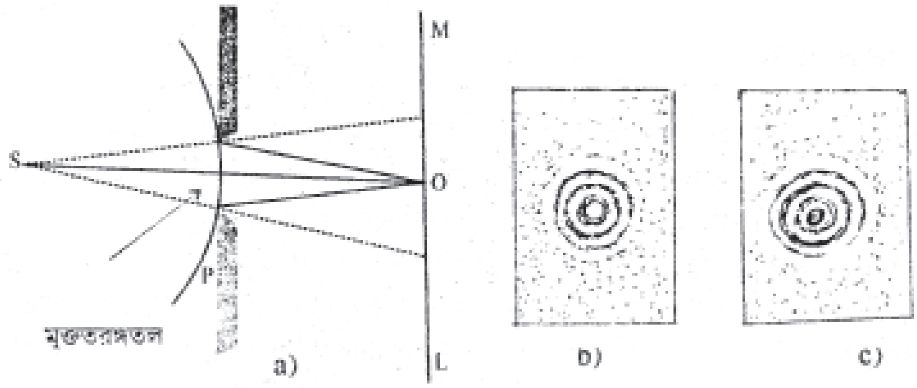
চিত্র 7.1-এ S একটি বিন্দুবৎ আলোক উৎস। তার সম্মুখে একটা ক্ষুদ্র বৃত্তাকার অনচ্ছ পর্দা — এটাই হল ব্যবর্তন পর্দা P S -এর বিপরীত পার্শ্বে নিরীক্ষা পর্দা LM। যদি ব্যবর্তন পর্দা P থেকে নিরীক্ষণ পর্দার দূরত্ব D এমন হয় যে $2D\lambda \sim a^2$ (চিত্র. 1a) যেখানে λ= S উৎসের আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং a= বৃত্তাকার অনচ্ছ পর্দার ব্যাসার্ধ তবে নিরীক্ষা পর্দার উপর অনচ্ছ P পর্দার যে ছায়া প্রক্ষিপ্ত হবে তার প্রান্ত ঘিরে থাকবে বৃত্তাকার আলোক ও অন্ধকারের বলয় শ্রেণি যাকে আমরা বলব ব্যবর্তন নকশা বা ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ (diffraction pattern or fringe)। O বিন্দুতে যে উজ্জ্বল বৃত্তাকার অঞ্চলটি দেখা যায় তার আলোক তীব্রতা প্রায় উৎসের তীব্রতার সমান। মনে হবে যেন অনচ্ছ ব্যবর্তন পর্দাটা নেই এবং আলো সরাসরি S উৎস থেকে O বিন্দুকে ঘিরে প্রতিবিম্ব গঠন করেছে। ফ্রিঞ্জসহ অনচ্ছ পর্দার ছায়ার সমগ্র নকশাটি উৎপন্ন হয়েছে আলোর ব্যবর্তনের জন্য। একে আমরা বলছি ফ্রেনেল ব্যবর্তন (চিত্র 7.1 b)।

দ্বিতীয় পরীক্ষা ব্যবস্থায় ব্যবর্তন পর্দাটা দ্বিতীয় শ্রেণির, অর্থাৎ স্লিট যুক্ত (চিত্র 7.2)। ধরা যাক স্লিটটা গোলাকার।



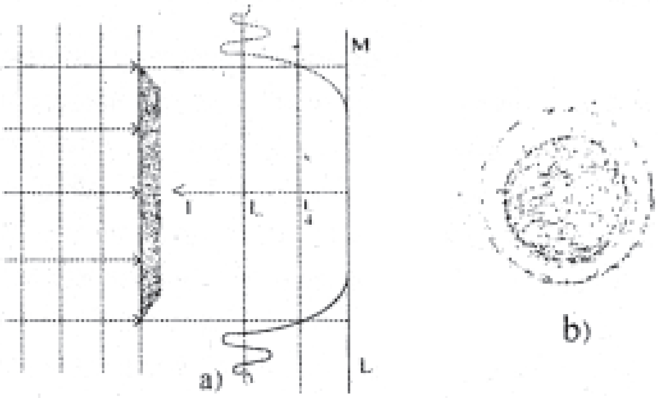
চিত্র 7.1 : অনচ্ছ পর্দায় ফ্রেনেল ব্যবর্তন।

ML নিরীক্ষা পর্দার উপর ফ্রেনেল ব্যবর্তন নকশা পাওয়া যাবে যা কিনা পর পর সমকেন্দ্রিক উজ্জ্বল ও অনুজ্জ্বল বলয় দ্বারা গঠিত (চিত্র 7.2)। P পর্দা থেকে LM পর্দার দূরত্বের উপর নির্ভর করে নকশার কেন্দ্রটি উজ্জ্বল বা অনুজ্জ্বল হবে।



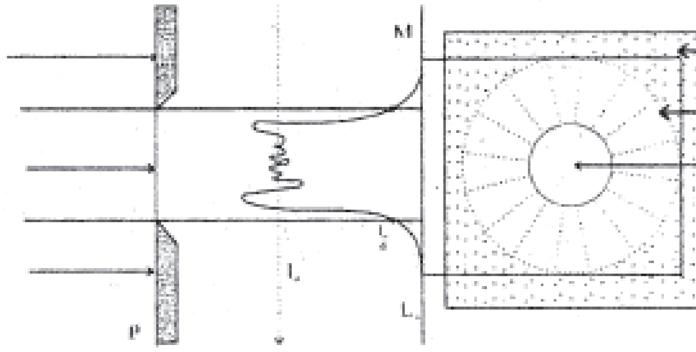
চিত্র 7.2 : স্লিট-এ ফ্রেনেল ব্যবর্তন

চিত্র 7.3-এ আলোক উৎস থেকে সমতল আলোক তরঙ্গ অনচ্ছ বৃত্তাকার ব্যবর্তন পর্দায় আপতিত হলে ML নিরীক্ষা পর্দায় অনচ্ছ বৃত্তাকার পর্দার একটি ছায়া পড়বে (চিত্র 7.3 b)। কিন্তু এই ছায়ার প্রান্ত জ্যামিতীয়



চিত্র 7.3 : বৃত্তাকার অনচ্ছ পর্দায় সমতল আলোক তরঙ্গের ব্যবর্তন।

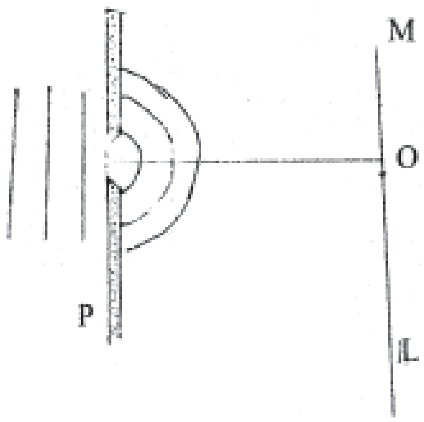
আলোক বিজ্ঞানের ধারণা মত সুস্পষ্ট তীক্ষ্ণ রেখায় আবদ্ধ হবে না। প্রান্তের দিকে কিছু আলোকের অনুপ্রবেশের ফলে সেখানে ছায়ার গাঢ়তা কমে যাবে। আবার জ্যামিতিক অঞ্চলের বাইরে আলোর তীব্রতায় হ্রাসবৃদ্ধি লক্ষ্য করা যায়। চিত্র 7.3 a) এ তীব্রতা I-এর পরিবর্তন লক্ষণীয়। তীব্রতা লেখ জ্যামিতিক ছায়ার কিছুটা অভ্যন্তর থেকে ক্রমাগত বৃদ্ধি পাওয়ার পর একটা সর্বোচ্চমান I_0 কে কেন্দ্র করে হ্রাসবৃদ্ধি পায়।



চিত্র 7.4 : স্লিটযুক্ত ব্যবর্তন পর্দায় ফ্রেনেল ব্যবর্তন।

যখন ব্যবর্তন পর্দা P-এ বৃত্তাকার স্লিট থাকে তখন, LM নিরীক্ষা পর্দার উপর স্লিটের ব্যবর্তন প্রতিবিম্ব গঠিত হয় (চিত্র7.4)। লেখ-এর সাহায্যে এই তীব্রতার পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

উপরে যে সব ফ্রেনেল ব্যবর্তন পাওয়া গেল সেসব ক্ষেত্রে আমরা নিরীক্ষা পর্দার উপর যে সব ছায়া বা প্রতিচ্ছায়া পেয়েছি সেগুলির সকলেই প্রতিবন্ধক বা স্লিটের প্রতিবিম্ব। বরং বলা ভাল— ব্যবর্তন নকশাযুক্ত প্রতিবিম্ব (fringed image of obstacles or slits/apertures)। আমরা আরো লক্ষ্য করলাম যে উৎস থেকে আগত তরঙ্গ গোলীয় (উৎস নিকটে) বা সমতল (উৎস অসীমে বা কোন অভিসারী লেন্সের ফোকাসে) হতে পারে কিন্তু ব্যবর্তন পর্দা থেকে নিরীক্ষা পর্দা (যেমন LM) সসীম দূরত্বে। কিছুটা দূরত্ব পর্যন্ত নিরীক্ষা পর্দার উপর ফ্রেনেল ব্যবর্তন যুক্ত প্রতিবিম্ব পাওয়া যায়। একে বলে ফ্রেনেল ব্যবর্তন অঞ্চল (Fresnel diffraction zone)। এবার আমরা ফ্রেনেল ব্যবর্তন সম্পর্কে বলতে পারি **যে ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে আপতিত তরঙ্গে ও ব্যবর্তিত তরঙ্গের (বা কেবলমাত্র ব্যবর্তিত তরঙ্গের) তরঙ্গ তলের বক্রতা অগ্রাহ্য করা যায় না সেই সব ক্ষেত্রের ব্যবর্তনকে বলে ফ্রেনেল ব্যবর্তন।**



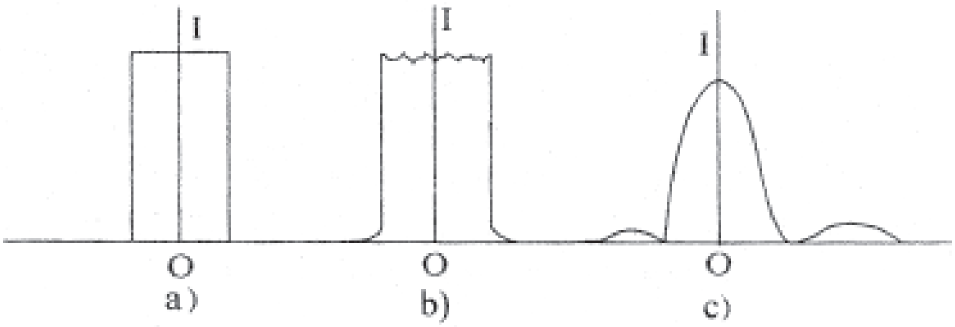
চিত্র 7.5 : সমতল তরঙ্গ বা সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছের ব্যবর্তন।

অন্যদিকে যেসব ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে আপতিত ও ব্যবর্তিত তরঙ্গের তরঙ্গতল সমতল সেসব ক্ষেত্রে উৎপন্ন হয় ফ্রন হফার ব্যবর্তন।

এটা প্রমাণের জন্য আমরা অন্য একটা সাধারণ পরীক্ষার পরিকল্পনা করতে পারি।

P ব্যবর্তন পর্দার স্লিটে এই ব্যবর্তন ঘটছে। চিত্র 7.5-এ কোন অভিসারী লেন্সের ফোকাসে রক্ষিত কোন আলোক উৎস থেকে বা বহুদূরবর্তী কোন আলোক উৎস থেকে আসা সমতল তরঙ্গ P ব্যবর্তন পর্দার স্লিটে আপতিত হয়। স্লিট অতিক্রম করার পর আলোকতরঙ্গ ব্যবর্তিত হয় ও LM নিরীক্ষা পর্দার উপর স্লিটের প্রতিচ্ছায়া গঠন করে।

যখন LM পর্দা স্লিটের খুবই কাছে ওর সমান্তরালে স্থাপন করা হয় তখন পর্দার উপর সুষম উজ্জ্বলতার স্লিট সদৃশ প্রতিবিম্ব গঠিত হয় (চিত্র 7.6a)। এরকম ক্ষেত্রে বলা যায় আলো জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের ধারণামত সরলরেখায় যাচ্ছে। কিন্তু LM পর্দাটিকে ধীরে ধীরে দূরে সরিয়ে নিতে থাকলে কিছু দূর পর্যন্ত পর্দার উপর স্লিটের প্রতিবিম্বকে চিনতে পারা যাবে। যদিও এই প্রতিবিম্বের প্রান্ত ঘিরে ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে (চিত্র 7.b)। যতদূর পর্যন্ত এই রকম ফ্রিঞ্জযুক্ত স্লিটের প্রতিবিম্ব দৃশ্য হবে ততদূর পর্যন্ত অঞ্চলকে বলে ফ্রেনেল ব্যবর্তন অঞ্চল। এই অঞ্চলটা স্লিটের নিকটবর্তী বলে ফ্রেনেল ব্যবর্তনকে নিকট ক্ষেত্র (near field) ব্যবর্তনও বলা হয়। লক্ষ্যণীয় যে এই নিকটবর্তী অঞ্চলে ব্যবর্তিত তরঙ্গ গোলীয় থাকে অর্থাৎ ব্যবর্তিত তরঙ্গতলের বক্রতা এই অঞ্চলের মধ্যে অগ্রাহ্য করা যায় না। কিন্তু পর্দা LM কে যদি বহুদূরে নিয়ে যাওয়া যায় তখন আগের দেখা প্রান্তিক ফ্রিঞ্জ ছড়িয়ে পড়ে (চিত্র 7.c) এবং স্লিটের প্রতিবিম্বকে আর চেনা যায় না। চিত্র 7.6-এ LM পর্দায় বিভিন্ন অবস্থানে স্লিটের প্রতিবিম্বের তীব্রতার লেখ প্রদর্শিত হল।



চিত্র 7.6 : নিরীক্ষা-পর্দার বিভিন্ন দূরত্বে তার উপর স্লিট অতিক্রমকারী আলোর তীব্রতার পরিবর্তন। a) যখন নিরীক্ষা-পর্দা ব্যবর্তন পর্দার সংস্পর্শে, b) যখন নিরীক্ষা পর্দা ব্যবর্তন পর্দা থেকে সামান্য দূরে (কয়েক সেন্টিমিটার) c) যখন নিরীক্ষা পর্দা 20 মিটারের মত দূরে।

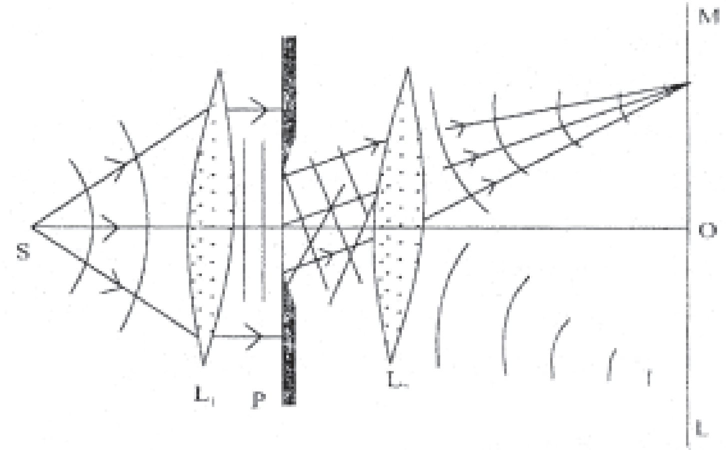
ব্যবর্তন পর্দায় স্লিটের আকৃতির বা স্লিট সংখ্যার পরিবর্তন ঘটালে চিত্র (7.6 c) প্রদর্শিত তীব্রতা বণ্টনের পরিবর্তন ঘটে। কিন্তু সেই পরিবর্তন পর্দার স্লিটের অবস্থার আকৃতি (বৃত্তকার বা রৈখিক) বা সংখ্যার (—একক বা যুগ্ম বা বহুসংখ্যক স্লিট) সঙ্গে এমনভাবে সম্পর্কিত নয় যে সহজে তা লক্ষ্য করা যাবে।

দূরবর্তী LM পর্দার উপর এই যে ব্যবর্তন নকশা যা স্লিটের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব নয় তাকে আমরা বলছি ফ্রন হফার ব্যবর্তন। আবার আমরা লক্ষ্য করি — কিছুদূর পর্যন্ত LM পর্দার উপর স্লিটের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব দেখতে পাই — এটা হল ফ্রেনেল ব্যবর্তন বা নিকট ক্ষেত্র ব্যবর্তন। কিন্তু নিরীক্ষা পর্দা LM বহুদূরে সরিয়ে নিলে তার উপর আমরা ফ্রিঞ্জ দেখতে পাবো ঠিকই, তবে তা কোনভাবেই স্লিটের প্রতিবিম্ব নয়। একে আমরা বলছি দূরক্ষেত্র ব্যবর্তন বা ফ্রন হফার ব্যবর্তন। এরও পর দূরত্ব বৃদ্ধি করলে ফ্রিঞ্জের আকার পাল্টায় কিন্তু আকৃতি একই থাকে। এটাই হল ফ্রন হফার ব্যবর্তন অঞ্চল — যে অঞ্চলে ব্যবর্তিত আলোক তরঙ্গকে সমতল তরঙ্গরূপে বিবেচনা করা চলে।

আমরা আরো দুটি বিষয় লক্ষ্য করি। যদি নিরীক্ষা-পর্দাকে দূরে রেখে আমরা আলোক উৎসকে ব্যবর্তন পর্দার স্লিটের নিকটে নিয়ে আসি অর্থাৎ যদি আপতিত তরঙ্গকে গোলীয় তরঙ্গে পরিণত করি — আমরা দেখব, নিরীক্ষা-পর্দার উপর আবার ফ্রেনেল ব্যবর্তনযুক্ত স্লিটের প্রতিবিম্ব গঠিত হয়েছে।

আবার যদি চিত্র 7.5-এর ব্যবস্থাটি বজায় রেখে আপতিত আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্য কমানো হতে থাকে তাহলেও দূরবর্তী নিরীক্ষা পর্দার উপর ফ্রেনেল ব্যবর্তন নকশা পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে অবশ্য পর্দার স্থলে আলোকচিত্র

গ্রহণের ফিল্ম ব্যবহার করতে হবে। এই ফিল্মের উপরই গঠিত হবে ফ্রেনেল ব্যবর্তনের ফ্রিঞ্জযুক্ত স্লিটের ছবি। যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\rightarrow 0$ হয় অর্থাৎ তরঙ্গটি হয় জড়তরঙ্গ তবে ফিল্মের উপর স্লিটের ফ্রিঞ্জবিহীন প্রতিবিম্ব গঠিত হবে।



চিত্র 7.7 : উৎস ও নিরীক্ষা-পর্দাকে অপবর্তন পর্দার নিকটে রেখে ফ্রন হফার অপবর্তন সৃষ্টি।

চিত্র 7.7-এ ব্যবর্তন পর্দা P থেকে উৎস S এবং নিরীক্ষা পর্দা LM সন্নিকটে। যদি উৎস S থেকে লেন্স L_1 এর ফোকাসে রাখা হয় তবে P-এর স্লিটে সমতল তরঙ্গ আপতিত হবে। আবার LM পর্দাটি যদি L_2 লেন্সের ফোকাস তলে অবস্থিত হয় তবে P পর্দার সাপেক্ষে ওকে অসীমে মনে হবে। এ রকম ক্ষেত্রে LM পর্দার উপর S উৎসের ফ্রন হফার নকশাযুক্ত প্রতিবিম্ব গঠিত হবে।

7.2.2 দুই শ্রেণির ব্যবর্তনের তুলনা

চিত্র 7.5-এ ব্যবর্তন সৃষ্টির যে পরীক্ষা-ব্যবস্থাটি আলোচিত হয়েছে তাতে আপনারা দেখেছেন যে কেবলমাত্র নিরীক্ষা-পর্দার অবস্থানের পরিবর্তন ঘটিয়ে ফ্রেনেল এবং ফ্রন হফার এই দুই প্রকারের ব্যবর্তনই পাওয়া যায়। স্বভাবতই বলতে হয় উভয় প্রকার ব্যবর্তনের মধ্যে মৌলিক কোন পার্থক্য নেই। আমরা আবার এও লক্ষ্য করি যে সুনির্দিষ্ট সীমারেখা দ্বারা উভয় ব্যবর্তনের অঞ্চলকে পৃথক করা না গেলেও তাদের অঞ্চলটি কিন্তু সহজেই চিহ্নিত করা যায়। আমরা আরো লক্ষ্য করি :

1) ফ্রেনেল ব্যবর্তনের জন্য উৎস এবং/অথবা নিরীক্ষাপর্দা উভয়কে ব্যবর্তন পর্দার (diffracting screen) থেকে এমন পরিমিত (finite) দূরত্বে রাখতে হবে যেন আপতিত ও ব্যবর্তিত উভয় তরঙ্গেরই তরঙ্গমুখের বক্রতা উপেক্ষণীয় না হয়।

   অপর পক্ষে ফ্রন হফার ব্যবর্তনের জন্য উৎস ও পর্দাকে স্লিট থেকে বহুদূরে (অর্থাৎ গাণিতিকভাবে অসীমে) অবস্থিত হতে হবে যেন আপতিত ও ব্যবর্তিত তরঙ্গের তরঙ্গ মুখ সমতল হয় অর্থাৎ যেন তরঙ্গমুখের বক্রতা অগ্রাহ্য করা যায়।

2) ফ্রেনেল ব্যবর্তনে নিরীক্ষা-পর্দার উপর গঠিত হয় স্লিটের ফ্রিঞ্জ-যুক্ত প্রতিবিম্ব বা প্রতিচ্ছায়া। অপরপক্ষে ফ্রন হফার ব্যবর্তনে নিরীক্ষা-পর্দার উপর গঠিত হয় উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব।

3) উভয় প্রকার ব্যবর্তনে যে ফ্রিঞ্জ উৎপন্ন হয় তা ঘটে স্লিটের তরঙ্গাংশের তরঙ্গিকা সমূহের ব্যতিচারের ফলে যাকে বলা হয় হাইগেনস্-ফ্রেনেল নীতি।

4) কেবলমাত্র নিরীক্ষা-পর্দার দূরত্ব নয়, উভয় প্রকার ব্যবর্তন নির্ভর করে স্লিটের আকার এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপরও। দেখানো যায় যে যদি $d > \frac{a^2}{\lambda}$ (a = স্লিটের বেধ, λ = তরঙ্গ দৈর্ঘ্য) হয়, যখন d হল ব্যবর্তন পর্দার স্লিট থেকে উৎস বা নিরীক্ষা পর্দার দূরত্বের ক্ষুদ্রতরটি; তা হ'লে ফ্রন হফার ব্যবর্তন হবে। অন্যথায় ফ্রেনেল ব্যবর্তন।

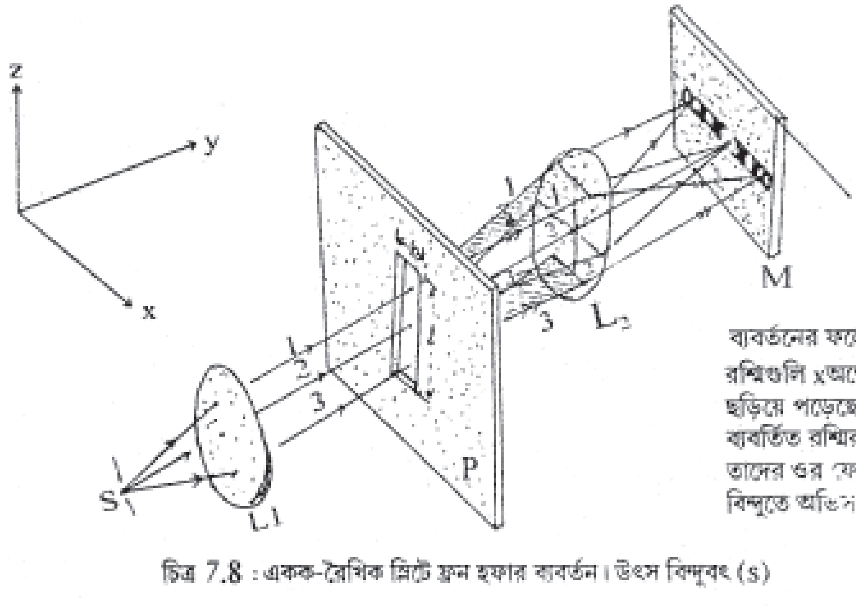
5) ফ্রেনেল ব্যবর্তনের গাণিতিক বিশ্লেষণ ফ্রন হফার ব্যবর্তনের গাণিতিক বিশ্লেষণ অপেক্ষা কঠিনতর। এর কারণ, ফ্রেনেল ব্যবর্তনে তরঙ্গতলের বক্রতা অগ্রাহ্য করা যায় না। এজন্য তরঙ্গতলের বিভিন্ন তরঙ্গিকার দশাসম্পর্ক বেশ জটিল হয়।

এই গাণিতিক বিষয়টি ফ্রন হফার ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে যথেষ্ট সরল এবং ফ্রন হফার ব্যবর্তনে যেহেতু উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব গঠিত হয় যা যে কোন লেন্সযুক্ত আলোকযন্ত্রের ক্ষেত্রেও সত্য হবে। এইজন্য আমরা বিভিন্ন ক্ষেত্রে প্রথমেই ফ্রন হফার ব্যবর্তন নিয়ে আলোচনা করব।

7.3 একক-স্লিটে ফ্রন হফার ব্যবর্তন

পূর্বেই আলোচিত হয়েছে কীরূপে ফ্রন হফার ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণ করার পরীক্ষামূলক ব্যবস্থা করা যায়। সে আলোচনা ছিল সাধারণভাবে। আমরা এবার একক-স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণ করার পরীক্ষা ব্যবস্থাটি সম্পর্কে বিশদ আলোচনা করব। (চিত্র-7)-এর ত্রিমাত্রিক নকশাটি (চিত্র-7.8)-এ প্রদর্শিত হল। ব্যবর্তন পর্দার স্লিটটি হবে আয়তাকার। অংকের ভাষায় রৈখিক স্লিট বা রৈখিক ছিদ্র। কারণ স্লিটের দৈর্ঘ্য হবে বেধের তুলনায় বহুগুণ বড়। এত বড় যে, বলা হয় অসীম দৈর্ঘ্যের স্লিট। স্লিট দীর্ঘ হলে ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জের উজ্জ্বলতা বৃদ্ধি পায়।

একটি একবর্ণী আলোক উৎস S কে(চিত্র 7.8) একটি অভিসারী লেন্স L_1 এর ফোকাসে স্থাপন করে ফ্রন হফার ব্যবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ উৎপাদন করা হয়। L_1-এর অক্ষ y-অক্ষের সমান্তরাল। xz তলের সমান্তরালে P ব্যবর্তন পর্দাকে স্থাপন করা হয়। এই পর্দার কেন্দ্রস্থলে z অক্ষের সমান্তরালে একটি রৈখিক স্লিট বর্তমান।



ব্যবর্তনের ফলে 1, 2, 3 আপতিত রশ্মিগুলি x অক্ষের সমান্তরালে ছড়িয়ে পড়েছে। 1,2,3 এর ব্যবর্তিত রশ্মির যারা সমান্তরাল L_2 তাদের ওর ফোকাস তলের এক বিন্দুতে অভিসারী করেছে।

চিত্র 7.8 : একক-রৈখিক স্লিটে ফ্রন হফার ব্যবর্তন। উৎস বিন্দুবৎ (s)

স্লিট থেকে ব্যবর্তিত আলোক তরঙ্গকে L_1 এর সমাক্ষীয় অপর একটি অভিসারী লেন্স L_2 দ্বারা ওর ফোকাস তলে XZ তলের সমান্তরালে রাখা নিরীক্ষা-পর্দা M-এর উপর ফেলা হয়। যেহেতু M-পর্দা L_2-এর ফোকাস তলে অবস্থিত অতএব P পর্দা থেকে M পর্দা কার্যত অসীমে অবস্থিত হবে। অতএব ফ্রনহফার ব্যবর্তন পাওয়ার শর্তাবলি এই পরীক্ষা ব্যবস্থায় পূরণ করা হয়েছে। নিরীক্ষা-পর্দা M-এর উপর, অত:পর, ফ্রনহফার ব্যবর্তন নকশা গঠিত হবে।

কার্যক্ষেত্রে আমাদের দরকার একটি স্পেকট্রোমিটার। স্পেকট্রোমিটারের কলিমেটর স্লিটকে একটি সূচিছিদ্রে পরিণত করে তার উপর আলো ফেললে সেটি একটি বিন্দুবৎ উৎস বলে গ্রাহ্য হবে। কলিমেটর লেন্সকে স্যুস্টার পদ্ধতির সাহায্যে এমনভাবে স্থাপন করতে হবে যেন কলিমেটরের সূচিছিদ্র স্লিটটি ওর ফোকাসে অবস্থিত হয়। কলিমেটর লেন্স বর্ণিত পরীক্ষা ব্যবস্থায় L_1 লেন্সের অবস্থান নেবে। এর পর স্পেকট্রোমিটার টেবিলের উপর একক স্লিটযুক্ত ব্যবর্তন পর্দাকে স্থাপন করতে হবে। এই পর্দা থেকে আগত ব্যবর্তিত তরঙ্গ স্পেকট্রোমিটারের দূরবীক্ষণে প্রবেশ করলে ওর অভিলক্ষ্য লেন্সটি (objective) ঐ তরঙ্গকে লেন্সের ফোকাস তলে প্রক্ষিপ্ত করবে। এব্বার একটি অভিনেত্রের (eye-piece) সাহায্যে দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ফোকাস তলে ফ্রন হফার ব্যবর্তন নকশা (Fraunhofer Diffraction pattern) দৃষ্টিগোচর হবে।

অভিলক্ষ্যের ফোকাসতলের নকশা

ফ্রন হফার ব্যবর্তন নকশা সম্পর্কে আমরা এরই মধ্যে জেনেছি যে পর্দার উপর উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব গঠিত হবে। এই ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব বলতে আমরা কী বুঝব? এখন পর্দা বলতে আমাদের চোখের উপর আছে অভিনেত্র— ক্রশতার যুক্ত বা ক্রশ-দাগ যুক্ত অভিনেত্র। এই ক্রশতার যে তলে অবস্থিত সেই তলে গঠিত হবে ব্যবর্তন নকশা। যেহেতু এই নকশা উৎসের প্রতিবিম্ব দ্বারা গঠিত তাই আমরা আশা করব বৃত্তাকার বিন্দুবৎ উজ্জ্বল আলোকপটি পর্দায় গঠিত হবে। লক্ষ্য করতে হবে যে পর্দার উপর রৈখিক স্লিটের কোন প্রতিবিম্ব গঠিত হবে না। আমরা বাস্তবিক যে প্রতিবিম্ব দেখব তা কিন্তু বৃত্তাকার হবে না। আমরা দেখব বেশ কিছু লম্বাটে উপবৃত্তাকার উজ্জ্বল আলোক পটি যা x-অক্ষের সমান্তরালে অর্থাৎ উল্লম্ব স্লিটের অভিলম্বে ছড়ানো। আলোক পটিগুলি ফালি করা পটল সদৃশ এবং তারা পরস্পর থেকে ক্ষুদ্রাকার অনুজ্জ্বল অঞ্চল দ্বারা পৃথকীকৃত। যে উজ্জ্বল পটিটি সরাসরি লেন্সদ্বয়ের সাধারণ অক্ষের উপর অবস্থিত তার উজ্জ্বলতা সর্বাধিক এবং তার দৈর্ঘ্য অন্যান্য পটিগুলির দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। আলোকপটির এই x-অক্ষ বা অনুভূমিক রেখায় ছড়িয়ে যাওয়ার ঘটনাটিই ফ্রন হফার ব্যবর্তন। পটিটি যে মাঝে মাঝে অনুজ্জ্বল অঞ্চল দ্বারা বিচ্ছিন্ন তার কারণ, এইসব অঞ্চলে স্লিট থেকে আগত তরঙ্গিকাগুলির তরঙ্গতল বিপরীত দশায় ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার ঘটিয়েছে।

চিত্র 7–.9 : রৈখিক স্লিটে বিন্দু-উৎসের ব্যবর্তনজাত ফ্রন হফার নকশা।

আমরা যদি উল্লম্ব স্লিটের বেধকে বৃদ্ধি করতে থাকি তা হলে ব্যবর্তন নকশার x-অক্ষ বরাবর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেতে থাকে। অপর দিকে স্লিটের বেধকে যত কমান যায় ততই ব্যবর্তন নকশার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। আবার স্লিটের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বা হ্রাস করলে উজ্জ্বল পটিগুলির উজ্জ্বলতা বৃদ্ধিও হ্রাস পায়। কিন্তু স্লিটের বেধ কিছু বেশি পরিমাণে বৃদ্ধি করলে পর্দার উপর কেবলমাত্র বিন্দুবৎ উৎসের একটি বৃত্তাকার উজ্জ্বল প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে। এর অর্থ হল বৃহৎ বেধের স্লিট আদৌ আর তরঙ্গমুখে বাধার সৃষ্টি করছে না। অন্যভাবে বলা যায় বৃহৎ বেধের স্লিট এক অর্থে স্লিটের অনুপস্থিতি।

ফ্রন হফার নকশার বৈশিষ্ট্য

বিন্দু-উৎস থেকে আগত একবর্ণী আলোক তরঙ্গ একক রৈখিক স্লিটে ব্যবর্তিত হওয়ার পর যে ফ্রন হফার নকশা সৃষ্টি হয় তার বৈশিষ্ট্যগুলি এরকম :

i) পর্দার উপর স্লিটের অভিলম্ব রেখায় কিছু আলোকপটির সৃষ্টি হবে।

ii) লেন্সদ্বয়ের সাধারণ অক্ষ পর্দাকে যে বিন্দুতে ছেদ করবে সেখানে উজ্জ্বলতম এবং বৃহত্তম বেধের উজ্জ্বল পটি দৃষ্ট হবে। একে বলে কেন্দ্রীয় উজ্জ্বলপটি বা মুখ্য গরিষ্ঠ (principal maximum) ফ্রিঞ্জ।

iii) মুখ্য গরিষ্ঠের উভয় পার্শ্বে প্রতিসমভাবে আরো কয়েকটি উজ্জ্বল পটি দেখা যাবে। এদের বলে গৌণ গরিষ্ঠ। এদের উজ্জ্বলতা মুখ্য গরিষ্ঠের উজ্জ্বলতা থেকে অনেকটা কম। গৌণ গরিষ্ঠদের বেধ মুখ্য গরিষ্ঠের বেধের অর্ধেক।

iv) মুখ্য গরিষ্ঠের উজ্জ্বলতা কেন্দ্র-বিন্দুর উভয় পার্শ্বে প্রতিসমভাবে হ্রাস পায়। দুটি উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ যে অনুজ্জ্বল বা অন্ধকার অঞ্চল দ্বারা বিভাজিত তাদের বলে লঘিষ্ঠ (minimum)। গৌণ গরিষ্ঠগুলির উজ্জ্বলতম বিন্দুটি সামান্য কেন্দ্রীয় উজ্জ্বলপটির দিকে সরে থাকে।

এই যে ব্যবর্তন নকশাটি আমরা পর্যবেক্ষণ করলাম এবার তার তত্ত্বগত ব্যাখ্যা ও বিশ্লেষণের অনুসন্ধান করা যাক।

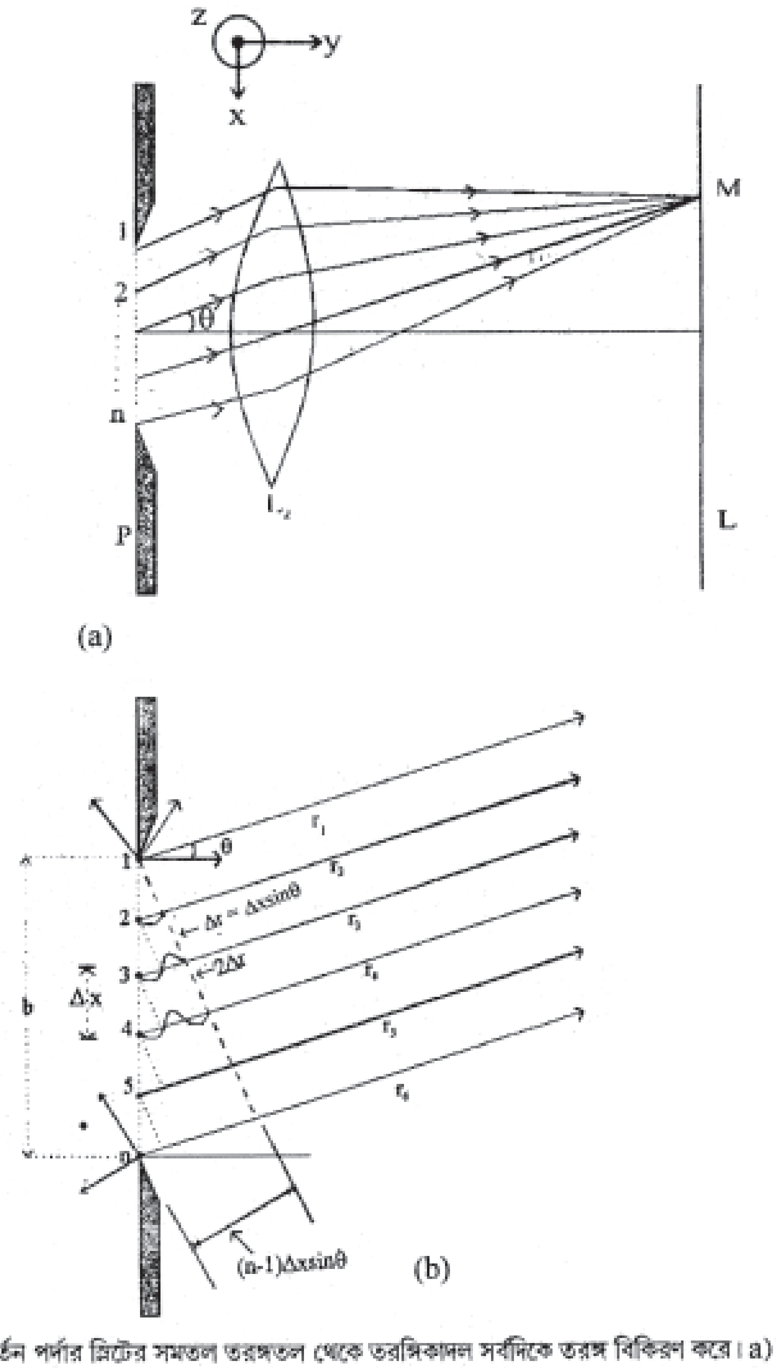
7.3.1 একক-স্লিটের ব্যবর্তন নকশা বা ফ্রিঞ্জের তীব্রতা বন্টন

চিত্র-7.8 এ ব্যবর্তন সৃষ্টির যে প্রক্রিয়া ধরা হয়েছে তাতে যদিও নিরীক্ষা পর্দা সসীম দূরত্বে অবস্থিত, কিন্তু কার্যত ব্যবর্তন পর্দার স্লিট থেকে নিরীক্ষা পর্দা অসীম দূরত্বে অবস্থিত। স্লিটের বিভিন্ন বিন্দু থেকে গৌণ তরঙ্গিকার সমান্তরাল সমমুখী তরঙ্গগুলো পর্দার উপর একটি বিন্দুতে মিলিত হয় এবং ঐ বিন্দুতে একটা লব্ধি তরঙ্গের সৃষ্টি করে। স্পষ্টতই এই লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার নির্ভর করবে স্লিটতল থেকে আগত বহুসংখ্যক তরঙ্গের অবদানের (contributions) উপর। এই অবদানের দুটো দিক আছে . i) নিরীক্ষা-পর্দার উপর কোন একটি বিন্দু সাপেক্ষে স্লিটের বিভিন্ন বিন্দুর কৌণিক অবস্থান বিভিন্ন হওয়ায় ঐ সব বিন্দু থেকে আসা তরঙ্গিকাগুলোর বিস্তার বিভিন্ন হবে। (কারণ তীব্রতা এই কোণের কোসাইনের সমানুপাতী)। ii) উল্লেখিত বিন্দু থেকে স্লিটের বিভিন্ন বিন্দুর দূরত্ব বিভিন্ন হওয়ায় ঐসব বিন্দু থেকে আসা তরঙ্গিকাগুলো পর্দার উপর বিন্দুটিতে বিভিন্ন দশায় (phase) মিলিত হবে।

যেহেতু নিরীক্ষা-পর্দাটি ব্যবর্তন পর্দা সাপেক্ষে বহুদূরে, তাই নিরীক্ষা-পর্দার উপর যেকোন বিন্দু থেকে স্লিটের যে কোন বিন্দুর কৌণিক অবস্থান একই হবে। অতএব স্লিটের বিভিন্ন বিন্দু থেকে নিরীক্ষা পর্দার কোন বিন্দু অভিমুখে যে সব তরঙ্গিকা যাবে তাদের সকলের বিস্তার একই ধরা চলবে। অতএব লেখা চলে

$$E_0(r_1) = E_0(r_2) = \ldots\ldots\ldots\ldots E_0(r_n) = E_0(r) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

এখানে $E_0 = yz$ তলের সঙ্গে θ কোণ গমনকারী তরঙ্গের বিস্তার এবং $r_1, r_2 \ldots\ldots\ldots r_n$ স্লিটের উপর বিভিন্ন বিন্দু থেকে নিরীক্ষা পর্দার উপর উল্লেখিত বিন্দুর দূরত্ব।



চিত্র 7.10 : ব্যাবর্তন পর্দার স্লিটের সমতল তরঙ্গতল থেকে তরঙ্গিকাদল সবদিকে তরঙ্গ বিকিরণ করে। a) yz তলের সঙ্গে θ কোণে গমনশীল তরঙ্গদল L_2 লেন্সের ফোকাসতল LM নিরীক্ষা পর্দার উপর সমপাতিত হয়। b) যদি M বহুদূরে হয় তবে θ কোণে গমনকারী রশ্মিগুলো M-এ মিলিত হবে।

উল্লম্ব স্লিটের যে কোন xy তলে x-অক্ষ বরাবর বহুসংখ্যক গৌণ তরঙ্গিকার আন্দোলন কেন্দ্র থেকে বিভিন্ন দিকে আলোক তরঙ্গ ছড়িয়ে পড়ছে — এমনভাবে ব্যবর্তিত তরঙ্গকে বিবেচনা করা চলে (চিত্র 7.10 b)। 1, 2, 3......n- ইত্যাদি হল n-সংখ্যক গৌণ তরঙ্গিকার আন্দোলন কেন্দ্র। এই কেন্দ্রগুলি পর পর Δx দূরে দূরে অবস্থিত। যদি $\Delta x \to o$ হয় তবে $n \to \infty$ হবে, এবং সে ক্ষেত্রে

$(n-1)\Delta x = b =$ স্লিটের বেধ।

অর্থাৎ $n\Delta x = b$ যেহেতু n বিশাল বড়,

এইসব বিন্দু থেকে আলোক তরঙ্গগুলি যখন নিরীক্ষা পর্দার উপর M বিন্দুতে পৌঁছাবে, তখন তাদের দশা পরস্পর থেকে ভিন্ন হবে। যদি 1 থেকে আসা তরঙ্গের দশা হয় ωt তবে পর পর বিন্দুগুলি থেকে আসা তরঙ্গ গুলির দশা হবে $\omega t - \phi,\ \omega t - 2\phi, \omega t - 3\phi,$..................$\omega t - (n-1)\phi$

যেখানে

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{ আলোকীয় পথ পার্থক্য}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \times \Delta r$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \times \Delta x \sin\theta, \quad \lambda = \text{একবর্ণী আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য}$$

$$\therefore \quad \phi = \frac{2\pi b}{n\lambda}\sin\theta \qquad \text{................(7.2)}$$

অতএব M বিন্দুতে উপরিপাতের ফলে তরঙ্গগুলির লব্ধ সরণ হবে

$$E = E_0 \cos\omega t + E_0 \cos(\omega t - \phi) + E_0 \cos(\omega t - 2\phi) + \ldots + E_0 \cos\left(\omega t - \overline{n-1}\phi\right)$$

$$= E_0\left[\cos\omega t + \cos(\omega t - \phi) + \cos(\omega t - 2\phi) + \ldots\ldots + \cos\left(\omega t - \overline{n-1}\phi\right)\right]$$

জটিল রাশির আকারে লেখা যায়

$$E = E_0\left[e^{i\omega t} + e^{i(\omega t - \phi)} + e^{i(\omega t - 2\phi)} + \ldots\ldots + e^{i\left(\omega t - \overline{n-1}\phi\right)}\right]$$

$$= E_0 e^{i\omega t}\left\{1 + e^{-i\phi} + \left(e^{-i\phi}\right)^2 + \left(e^{-i\phi}\right)^3 + \ldots + \left(e^{-i\phi}\right)^{\overline{n-1}}\right\}$$

$$= E_0 e^{i\omega t} \times \frac{1 - \left(e^{-i\phi}\right)^n}{1 - e^{-i\phi}}$$

$$= E_0 e^{i\omega t} \times \frac{e^{-i\frac{n\phi}{2}}\left(e^{i\frac{n\phi}{2}} - e^{-i\frac{n\phi}{2}}\right)}{e^{-i\frac{\phi}{2}}\left(e^{i\frac{\phi}{2}} - e^{-i\frac{\phi}{2}}\right)}$$

$$= E_0 e^{i\omega t} \times \frac{e^{i(n-1)\frac{\phi}{2}}\left(e^{i\frac{n\phi}{2}} - e^{-i\frac{n\phi}{2}}\right)/2i}{\left(e^{i\frac{\phi}{2}} - e^{-i\frac{\phi}{2}}\right)/2i}$$

$$E = E_\theta \left(\frac{\sin\frac{\phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}}\right) \times e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]} \qquad \text{...............(7.3)}$$

$$\text{Re}\, E = E_\theta \frac{\sin\frac{n\phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}} \times \cos\left[\omega t - (n-1)\frac{\phi}{2}\right] \qquad \text{...............(7.4)}$$

এখানে ReE বলতে জটিল E এর বাস্তব অংশ বোঝাচ্ছে।

সমীকরণ (7.2) এ $n \to \infty$ হলে $\phi \to o$ হবে

$$\therefore \sin\frac{\phi}{2} = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi b}{n\lambda}\sin\theta \quad [\ (2)\ \text{থেকে}]$$

$$\therefore E = E_\theta \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{n\lambda}\sin\theta} \times e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]}$$

$$= nE_\theta \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta} \times e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]}$$

$$\therefore E = nE_\theta \frac{\sin\beta}{\beta} \times e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]} \qquad \text{...............(7.5)}$$

সমীকরণ (7.5) এর বাস্তব অংশরূপে লেখা যায়

$$E = A\frac{\sin\beta}{\beta}\cos(\omega t - \beta) \quad \text{...............(7.5)}$$

যেখানে $A = nE_0$ এবং $n \to \infty$ হলে $(n-1)\frac{\phi}{2} = \frac{n\phi}{2}$

অর্থাৎ $\frac{n\phi}{2} = \frac{\lambda b}{\lambda}\sin\theta$

এবং যেখানে $\beta = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$ ....(7.6)

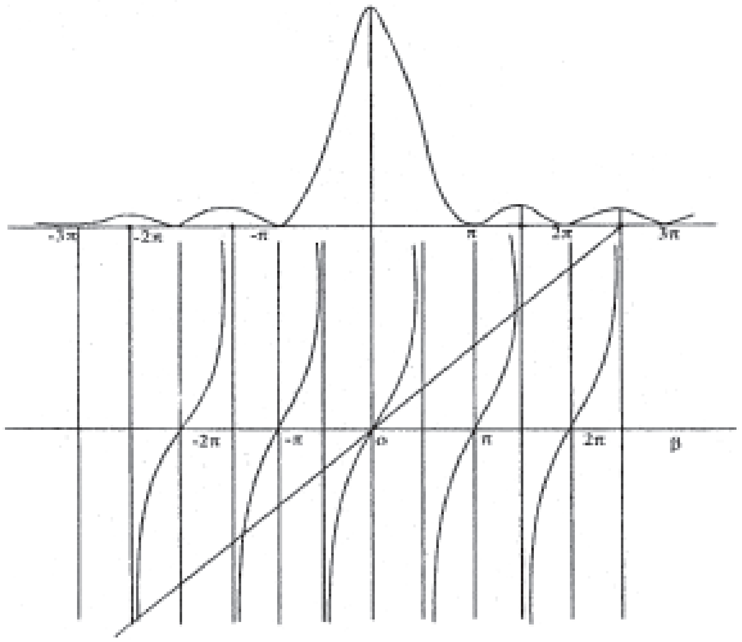
আলোক তরঙ্গের জটিল রাশিমালার ক্ষেত্রে তীব্রতার সংজ্ঞা $I = EE^*$

$$\therefore I = I_o\frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \quad \text{...............(7.7)}$$

যেখানে $\therefore I_o = n^2E_0^2$

কিন্তু সমীকরণ 7.6 থেকে $\theta \to o$ হলে $\beta \to o$ আবার $\beta \to o$ হলে $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2} = 1$

অতএব I_o হবে I এর সর্বোচ্চ মান। অর্থাৎ যখন ব্যবর্তিত তরঙ্গ আপতন তরঙ্গের অভিমুখে থাকে তখন ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতা হবে চরম। θ=o হলে পর্দার উপর মুখ্য গরিষ্ঠের চরম তীব্রতা পাওয়া যায়। θকে বলে ব্যবর্তন কোণ।



চিত্র 7.11 : a) একক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের তীব্রতা বণ্টন,
b) $\beta=\tan\beta$ থেকে β-এর মান নির্ণয় যা গৌণ গরিষ্ঠের অবস্থান নির্দেশ করে।

তীব্রতার চরম ও অবম অবস্থান

চিত্র 7.11 এ সমীকরণ 7.7 প্রদত্ত তীব্রতা বণ্টনের লেখচিত্র প্রদর্শিত হল। y অক্ষ বরাবর I এবং x অক্ষ বরাবর β অংশোয়িত করা হয়েছে। $I=I_o$, তীব্রতার চরম মান পাওয়া যায় যখন $\theta=o$, অর্থাৎ $\beta=o$, তীব্রতা β এর মান o থেকে $+\pi$ পরিবর্তিত হলে তীব্রতা দ্রুতহারে হ্রাস পায় এবং $\beta=+\pi$ এ $I=o$। β এর মানের $-\pi$ থেকে $+\pi$ পর্যন্ত পরিবর্তনে আলোকের উজ্জ্বলতার তীব্রতা বণ্টন মুখ্য গরিষ্ঠকে সূচিত করে। আবার তীব্রতার বিভিন্ন লঘিষ্ঠ পাওয়া যায় যখন

$$\beta = \pm\pi, \pm 2\pi, \ \pm 3\pi.........$$

$$= m\pi, \ m = \pm 1, \pm 2, \pm 3....... \qquad ....(7.8)$$

$\beta=o$ যখন $m=o$ অবস্থানটি কোন লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান নয়। ইতিমধ্যে দেখা গেছে এটা হল মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান। সমীকরণ (7.8) কে (7.6) এ ব্যবহার করে আমরা লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের শর্ত পাই

$$b\sin\theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \ \pm 2, \ \pm 3... \qquad ....(7.9)$$

স্পষ্টতই ব্যবর্তন কোণ θ (যে কোণে ব্যবর্তনের জন্য আলো ছড়িয়ে পড়ে) আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এবং স্লিটের বেধ b এর উপর নির্ভর করে। যে আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যত বেশি তার ব্যবর্তন কোণও তত বেশি হবে। অপর দিকে স্লিটের বেধ বেশি হলে আলো কম ছড়াবে অর্থাৎ ব্যবর্তন কোণ হ্রাস পাবে। এই যে ব্যবর্তনের ছড়িয়ে পড়ার বিষয়টা আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে, তাতে অন্য একটা প্রশ্ন আসে। সাদা আলোয় বিভিন্ন বর্ণের তরঙ্গ থাকে। সাদা আলোর ব্যবর্তন নকশা কেমন হবে? আমরা দেখছি যে মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতা সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে পাওয়া যায় যখন $\beta=0$ অর্থাৎ $\theta=0$। এ জন্য মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানে সব বর্ণের মুখ্য গরিষ্ঠ গঠিত হওয়ায় সাদা আলোর মুখ্য গরিষ্ঠ অঞ্চল সাদা হবে। কিন্তু লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান λ-নির্ভর হওয়ায় ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ ভিন্ন ভিন্ন অবস্থানে লঘিষ্ঠ তীব্রতা গঠন করবে। অর্থাৎ সাদা আলোর ব্যবর্তন নকশা হবে বহুবর্ণী যার কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জ হবে সাদা এবং বাইরের দিকে থাকবে লালবর্ণের ফ্রিঞ্জ।

যেখানে গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান হবে সেখানে $\dfrac{dI}{d\beta} = o$

কিন্তু $\dfrac{dI}{d\beta} = I_o\left\{2\left(\dfrac{\sin\beta}{\beta}\right)\left[\dfrac{\beta\cos\beta - \sin\beta}{\beta^2}\right]\right\}$

অতএব, I-এর গরিষ্ঠ বা লঘিষ্ঠ অবস্থানের জন্য, $\sin\beta(\beta\cos\beta - \sin\beta) = 0$

এখন $\sin\beta = 0$ হলে, $\beta = m\pi, \ m = \pm 1, \ \pm 2, \ \pm 3....$

এবং $m \neq 0$ হলে আমরা পাই বিভিন্ন লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান। অতএব গরিষ্ঠ তীব্রতা সমূহের শর্ত হল

$$\beta\cos\beta - \sin\beta = 0$$

$$\Rightarrow \beta = \tan\beta$$

এখন এই সমীকরণের বীজ $\beta = 0$ হ'ল মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান। অন্যান্য বীজ হবে গৌণ গরিষ্ঠসমূহের অবস্থান। এর বীজ পাওয়া যাবে

$$y = \beta \text{ এবং } y = \tan\beta$$

এই দুই সমীকরণের লেখচিত্রের সাহায্যে (চিত্র 7.11(b)) লেখ চিত্র-দ্বয়ের ছেদ বিন্দুতে β-র বীজগুলিই হ'ল গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান স্থল। ছেদ বিন্দুগুলিতে $\beta = 1.43\pi,\ 2.46\pi,\ 3.47\pi$ ইত্যাদি।

লক্ষণীয় যে গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতাগুলি দুই লঘিষ্ঠ বিন্দুর ঠিক ঠিক মধ্যস্থান $1.50\pi,\ 2.50\pi,\ 3.50\pi$ ইত্যাদি নয়। বরং এই গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান সামান্য মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার দিকে সরে আছে।

প্রথম গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার মান

$$= I_0\left\{\frac{\sin 1.43\pi}{1.43\pi}\right\}^2 = 0.0496 I_0$$

অর্থাৎ কেন্দ্রীয় তীব্রতার 4.96% অন্যরূপে দ্বিতীয় ও তৃতীয় গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতা হল 1.68% ও 0.83%। অতএব আমরা দেখলাম যে কেন্দ্রীয় মুখ্য উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের মধ্যেই আলোক শক্তির সিংহভাগ বণ্টিত হয়। আর এই অঞ্চলটি ছড়িয়ে থাকে $\beta = -\pi$ থেকে $\beta = +\pi$ এই অঞ্চলের মধ্যে। কিন্তু আমরা পূর্বেই দেখেছি $\beta = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$

$$\therefore \frac{b\sin\theta}{\lambda} = \pm 1 \text{ বা } \sin\theta = \pm\frac{\lambda}{b}$$

আবার $b >> \lambda$ বলে $\frac{\lambda}{b}$ খুবই ক্ষুদ্র। অতএব $\sin\theta = \theta$

$$\therefore -\frac{\lambda}{b} \le \theta < \frac{\lambda}{b} \qquad \text{...............(7.10)}$$

এই অঞ্চলের মধ্যেই আলোক তরঙ্গের শক্তির সিংহভাগ বণ্টিত হয়। শক্তির সিংহ ভাগ যে ব্যবর্তন কোণের দ্বারা সীমিত তাকে বলে অপসারী কোণ (divergence angle)। যদি $\Delta\theta$ হয় অপসারী কোণ তবে

$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{b} \qquad \text{...............(7.11)}$$

যদি $b \to 0$, $\Delta\theta$ খুবই বড়, প্রায় $\frac{\pi}{2}$ হবে। সেক্ষেত্রে ব্যবর্তনের ফলে ব্যবর্তিত তরঙ্গ সর্বদিকে ছড়িয়ে পড়বে। কিন্তু যদি $\lambda \to 0$, কিন্তু b পরিমাপ যোগ্য, তবে $\frac{\lambda}{b} \to 0$ অর্থাৎ $\Delta\theta = 0$ হবে। অর্থাৎ এরূপ ক্ষেত্রে তরঙ্গের কোন ব্যবর্তন হবে না।

সংক্ষিপ্ত উত্তর ভিত্তিক প্রশ্ন 1

অতি সূক্ষ্ম বেধের স্লিটেই কেবল ব্যবর্তন ঘটে কেন? কেন সাধারণ প্রযুক্তিতে প্রস্তুত স্লিটে x রশ্মির বিবর্তন ঘটে না?

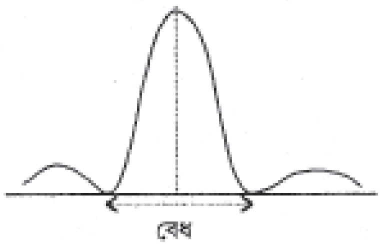
সংখ্যা ভিত্তিক প্রশ্ন

আমরা একক-স্লিটে ফ্রন হফার ব্যবর্তনের কয়েকটি বিষয় সম্পর্কে অবগত হয়েছি : 1) স্লিটের বেধ এবং একবর্ণী আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সঙ্গে ব্যবর্তন কোণের সম্পর্ক। 2) লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানের সঙ্গে স্লিট বেধের সম্পর্ক এবং 3) তীব্রতার সঙ্গে গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানের সম্পর্ক।

এই সম্পর্কগুলিকে ভিত্তি করে কয়েকটি সংখ্যা ভিত্তিক প্রশ্নের সমাধানের উদাহরণ দেওয়া হল।

উদাহরণ 1 : $6000\,\mathring{A}$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের একটা সমতল তরঙ্গ 0.6 মিমি. বেধের দীর্ঘ স্লিটের উপর লম্বভাবে আপতিত হল। মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার কৌণিক বেধ নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার ফ্রিঞ্জের দুপাশে প্রথম লঘিষ্ঠ তীব্রতার কৌণিক ব্যবধানই মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার বেধ।



এখন লঘিষ্ঠ তীব্রতার শর্ত $b\sin\theta = m\lambda,\ m = \pm 1,\ \pm 2...$

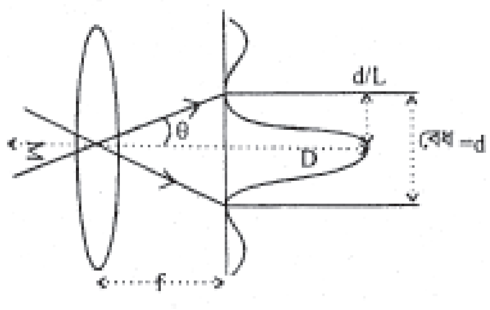
এখানে $m = \pm 1$

$$\therefore \sin\theta = \frac{\lambda}{b} = \frac{6000\times10^{-8}}{0.6\times10^{-1}} = \frac{6\times10^{-5}}{6\times10^{-2}} = 0.001$$

যেহেতু $\sin\theta$ খুবই ক্ষুদ্র অতএব $\theta = 0.001$ rad

$$= .001\times\frac{180^0}{\pi} = \frac{0.18}{3.14}\text{deg rec} = 0.057^0$$

অতএব মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার কৌণিক বেধ $2\times0.057^0 = 0.114^0$



উদাহরণ 2 উদাহরণ-1 এ যদি স্লিটের পর 20 সেমি ফোকাস দৈর্ঘ্যের লেন্স ব্যবহার করা হয়, তবে মুখ্য গরিষ্ঠের বেধ কত হবে। যদি বেধ = d সেমি হয় তবে $\frac{d}{2} = f\theta$, θ রেডিয়ানে প্রকাশিত $d = 20\times0.001\times2$ সেমি = 0.4মি ।

উদাহরণ 3 : উদাহরণ 1-এ মুখ্য গরিষ্ঠের সঙ্গে প্রথম গৌণ গরিষ্ঠের তীব্রতার তুলনা করুন।

সমাধান : প্রথম গৌণ গরিষ্ঠের অবস্থান $\beta = 1.43\pi$ rad

আমরা জানি

$$I = I_o\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$

$$\therefore \frac{I_1}{I_o} = \left(\frac{\sin 1.43\pi}{1.43\pi}\right)^2 = \left(\frac{-\sin 0.43\times 180^0}{1.43\pi}\right)^2$$

$$= 0.047 = \frac{47}{1000}$$

$$\Rightarrow \frac{I_o}{I_1} \approx 21$$

অর্থাৎ কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের তীব্রতা প্রথম গৌণ ফ্রিঞ্জের উজ্জ্বলতার 21 গুণেরও বেশি।

উদাহরণ 4: : $\lambda = 5000\,\mathring{A}$ আলোক তরঙ্গের একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি 0.5 মিমি বেধের একটি দীর্ঘ আয়তাকার স্লিটে ব্যবর্তিত হয়। যদি স্লিটের পর ব্যবহৃত অভিসারী লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য হয় 30 সেমি তবে পর পর তিনটি লঘিষ্ঠ তীব্রতার মধ্যে দূরত্ব নির্ণয় করুন।

সমাধান : লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানের শর্ত $b\sin\theta = m\lambda, m = \pm 1,\ \pm 2 \ldots$

$$\therefore \sin\theta_1 = \frac{\lambda}{b},\ \sin\theta_2 = \frac{2\lambda}{b}, \sin\theta_3 = \frac{3\lambda}{b}$$

আবার $\frac{\lambda}{b} = \frac{5\times 10^{-5}}{5\times 10^{-2}} = 0.001$, খুবই ক্ষুদ্র, অতএব

$$\theta_1 = \frac{\lambda}{b},\ \theta_2 = \frac{2\lambda}{b},\ \theta_3 = \frac{3\lambda}{b}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 0.001 \text{ rad},\ \theta_2 = 0.002 \text{ rad},\ \theta_3 = 0.003 \text{ rad}$$

যদি মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার কেন্দ্র থেকে এই লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানের দূরত্ব d_1, d_2, d_3, হয় এবং লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য হয় f, তবে

$$d_1 = f\theta_1, d_2 = f\theta_2, d_3 = f\theta_3$$

$\therefore$ দূরত্ব $d_2 - d_1 = f(\theta_2 - \theta_1) = 30\times.001 = .03$ সেমি $= 0.3$ মিমি

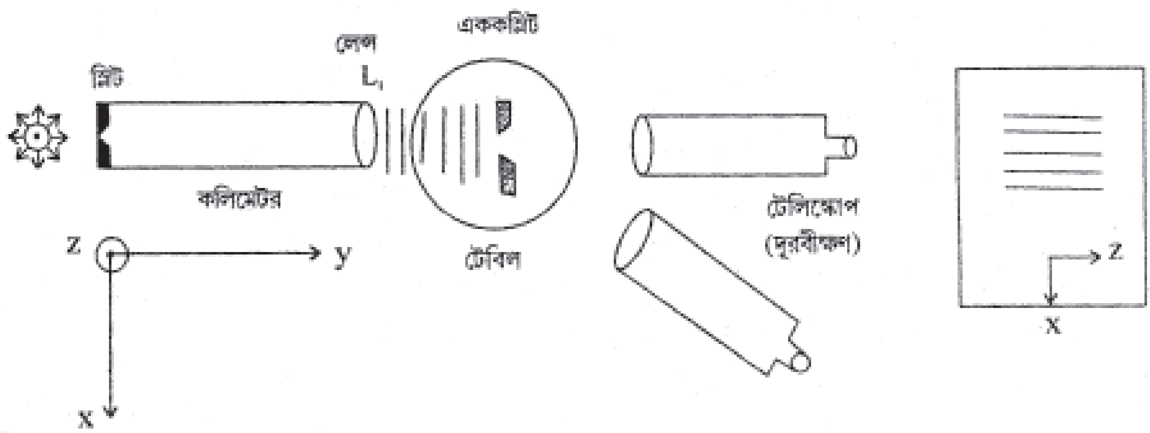
দূরত্ব $d_3 - d_2 = f(\theta_3 - \theta_2) = 30\times.001 = .03$ মিমি

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন 2

* মুখ্য গরিষ্ঠের বেধ গৌণ গরিষ্ঠের বেধের দ্বিগুণ। প্রমাণ করুন।
* দেখান যে কোন দুটি পর পর লঘিষ্ঠ অবস্থানের ব্যবধান সমান।

7.4 রৈখিক উৎসজাত তরঙ্গের রৈখিক স্লিটে ফ্রন হফার ব্যবর্তন (Diffraction at linear slit : source linear)

একটি দৈর্ঘ্য সাপেক্ষ নগণ্য বেধের স্লিটকে আলোকিত করলে তা একটা রৈখিক উৎস বলে বিবেচিত হতে পারে। কার্যক্ষেত্রে স্পেকট্রোমিটারের কলিমেটর স্লিটকে এরকম একটা রৈখিক স্লিটে পরিণত করা যায়। যেহেতু কলিমেটর স্লিটটা লেন্সের ফোকাসে থাকে অতএব ঐ লেন্স রৈখিক উৎসের তরঙ্গকে সমতল তরঙ্গে রূপান্তরিত করবে। স্পেকট্রোমিটার টেবিলের উপর অপবর্তন পর্দাকে এমনভাবে স্থাপন করতে হবে যেন ওর আয়তাকার স্লিটটা কলিমেটর স্লিটের সমান্তরাল থাকে। উভয় স্লিটকে খাড়াভাবে স্থাপন করা হয়। (চিত্র 7.12)।



চিত্র 7.12 : a) রৈখিক উৎসজাত তরঙ্গের ব্যবর্তন পরীক্ষা ব্যবস্থা। b) দূরবীক্ষণে দৃষ্ট অপবর্তন নকশা

আমরা ইতিমধ্যে বিন্দু-উৎসজাত আলোক তরঙ্গের ব্যবর্তন থেকে উৎপন্ন নকশা কেমন হবে জেনেছি। বিন্দু উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব x অক্ষের সমান্তরাল নিরীক্ষা পর্দার উপর গঠিত হয়। যেহেতু রৈখিক আলোক উৎস z অক্ষের সমান্তরালে অবস্থিত, অতএব তাকে z অক্ষের সমান্তরালে একটা রেখায় সজ্জিত বহু সংখ্যক বিন্দু উৎস ভাবা যেতে পারে। প্রতিটি বিন্দু উৎস তার ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ গঠন করবে পর্দার উপর। এই ফ্রিঞ্জগুলিও z অক্ষের সমান্তরালে পরপর গঠিত হয়ে রৈখিক উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব গঠন করবে। এইরূপে পর্দার উপর অনেকগুলি সমান্তরাল ও খাড়া উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ দেখা যাবে।

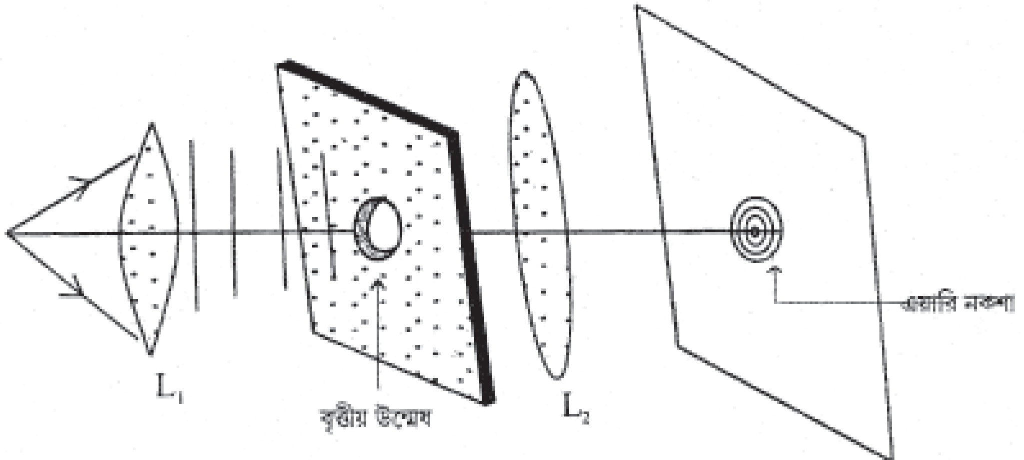
প্রতিটি উজ্জ্বল পটির দৈর্ঘ্য বরাবর তীব্রতা সমান। কিন্তু যে কোন x- অক্ষের সমান্তরাল রেখায় তীব্রতার বণ্টন বিন্দু উৎসের ক্ষেত্রে যেমন, ঠিক তেমনি, অর্থাৎ

$$I = I_o\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)$$

আলোক উৎসের বেধ ক্ষুদ্র না হলে অবশ্য নিরীক্ষাপর্দায় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে না। এর কারণ, আলোক উৎসের বেধ বেশি হলে তাহার প্রতিবিম্বের বেধও বৃদ্ধি পাবে। ফলে দুটো পর পর গৌণ গরিষ্ঠের ব্যবধান থাকবে না। মনে রাখতে হবে ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ পেতে গেলে স্লিট ও উৎস সমান্তরাল হতে হবে।

7.4.1 বৃত্তাকার উন্মেষে ব্যবর্তন (Diffraction of circular aperture)

চিত্র 7.13-এ বৃত্তাকার উন্মেষে ব্যবর্তন নকশা গঠনের পরীক্ষা ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। উৎস হবে বিন্দুবৎ এবং একবর্ণী আলোকের। ফ্রন হফার ব্যবর্তনের জন্য দরকার এই উৎসকে বৃত্তাকার স্লিট থেকে অসীম দূরত্বে স্থাপন করা। উৎসের সামনে আগের মত লেন্স L_1 উৎস ও বৃত্তাকার স্লিটের কেন্দ্রগামী রেখার উপর সমাক্ষীয়ভাবে রাখতে



চিত্র 6.13 : বৃত্তীয় উন্মেষে ব্যবর্তন পরীক্ষা ব্যবস্থা।

হবে যেন উৎস L_1 এর ফোকাসে অবস্থিত হয়। L_1 থেকে সমান্তরাল রশ্মি গুচ্ছ (অর্থাৎ সমতল তরঙ্গ) বৃত্তাকার স্লিটে আপতিত ও ব্যবর্তিত হবে। স্লিটের তল তরঙ্গতলের সমান্তরাল হতে হবে। ব্যবর্তন পর্দার পর স্লিটের কাছে অন্য একটি অভিসারী লেন্স L_2 সমাক্ষীয়ভাবে স্থাপন করলে তার ফোকাস তলে রক্ষিত নিরীক্ষা পর্দা LM এর উপর ফ্রন হফার ব্যবর্তন নকশা দেখা যাবে। নকশাটি হবে সমকেন্দ্রিক বৃত্তাকার ফ্রিঞ্জ। একে বলে এয়ারি নকশা (Airy pattern) ব্যবস্থাটিতে সুস্পষ্টভাবে একটা বৃত্তীয় প্রতিসাম্য থাকায় ব্যবর্তন নকশাটি হবে একটার পর একটা সমকেন্দ্রিক উজ্জ্বল ও অনুজ্জ্বল বৃত্তাকার ফ্রিঞ্জের সমষ্টি। এই ফ্রিঞ্জের তীব্রতা বণ্টনের রাশিমালা নির্ণয় যথেষ্ট জটিল, কিন্তু আমরা কেবল চূড়ান্ত রাশিমালাটিই বিবেচনা করব। যে কোন ফ্রিঞ্জের তীব্রতা I হলে

$$I = I_o\left(\frac{2J_1(d)}{d}\right)^2 \qquad \text{...............(7.12)}$$

যেখানে $$d = \frac{2\pi}{\lambda}(a \sin\theta) \qquad \text{...............(7.13)}$$

$a =$ বৃত্তাকার উন্মেষের ব্যাসার্ধ

$J_1(d) =$ বেসেল অপেক্ষক (Bessel function)

এবং $I_o =$ কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের তীব্রতা যা $\theta = 0$ ব্যবর্তন কোণে পাওয়া যায়।

$J_1(d)$ অনেকটা অবমন্দিত সাইন অপেক্ষকের মত এবং $J_1(0)=0$ অতএব

$$\lim_{d\to 0}\frac{J_1(d)}{d}=1$$

আবার d= 3.832, 5.136, 7.016........ ইত্যাদিতে $J_1(d)$ শূন্য হবে। অর্থাৎ d-এর এইসব মানের জন্য অনুজ্জ্বল বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। প্রথম যে অনুজ্জ্বল বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে তার কৌণিক ব্যাসার্ধ θ হলে সমীকরণ (7.13) থেকে

$$\sin\theta=\frac{3.832\lambda}{2\pi a}=\frac{1.22\lambda}{D} \qquad \text{...............[7.14(a)]}$$

যেখানে $D=2a=$ উন্মেষের ব্যাস। অনুরূপে দ্বিতীয় ও তৃতীয় অনুজ্জ্বল বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে যখন

$$\left.\begin{array}{ll} & \sin\theta=\dfrac{5.136}{2\pi a}=\dfrac{1.63\lambda}{D} \\ \text{এবং} & \sin\theta=\dfrac{7.016}{2\pi a}=\dfrac{2.23\lambda}{D}\end{array}\right\} \qquad \text{...............[7.14(b)]}$$

বিস্তারিত গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় যে ব্যবর্তিত তরঙ্গের শক্তির প্রায় 84% অংশ প্রথম অনুজ্জ্বল বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জের অভ্যন্তরে থাকে। সমীকরণ (7.11) এর সঙ্গে তুলনা করে বলা যায় অপসারী কোণ হবে

$$\Delta\theta\sim\frac{\lambda}{D}$$

অর্থাৎ স্লিটের ব্যাস যত বড় হবে অপসারী কোণ তত ছোট হবে। বিপরীতক্রমে ক্ষুদ্রতর স্লিটের ক্ষেত্রে অপসারী কোণ বৃহত্তর হবে।

এই ঘটনাকে মনে রাখলে আপনি সোজাসুজি বেশি শব্দ প্রেরণ করার জন্য নিশ্চয়ই ক্ষুদ্র ব্যাসের মাইক্রোফোন ব্যবহার করবেন না।

প্রকৃতিতে বৃত্তীয় উন্মেষে ব্যবর্তনের নজির হল হালকা মেঘলা আকাশে চাঁদ বা সূর্যের চারিদিকের জ্যোতির্বলয়। মেঘের জলকণার ফাঁকে ফাঁকে বহু সংখ্যক বৃত্তাকার উন্মেষে আলোর ব্যবর্তনের ফলে এমন জ্যোতির্বলয় সৃষ্টি হয়।

সংখ্যাগত উদাহরণ : 5 – 0.02 সেমি ব্যাসের একটি উন্মেষযুক্ত পর্দাকে 5000 Å তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমতল তরঙ্গ দ্বারা আলোকিত করা হল। পর্দার অপর পার্শ্বে 30 সেমি ফোকাস দৈর্ঘ্যের অভিসারী লেন্স স্থাপন করলে ঐ লেন্সের ফোকাস তলে উৎপন্ন এয়ারি নকশার প্রথম দুটি অনুজ্জ্বল বলয়ের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি θ_1 এবং θ_2 যদি অনুজ্জ্বল বলয় দ্বয়ের কৌণিক ব্যাসার্ধ হয় তবে

$$\sin\theta_1=\frac{1.22\lambda}{D} \text{ এবং } \sin\theta_2=\frac{1.63\lambda}{D}$$

এখানে $\frac{\lambda}{D} = \frac{5000 \times 10^{-8}}{0.02} = \frac{5 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-2}} = 2.5 \times 10^{-3}$

অতএব আমরা লিখতে পারি $\sin\theta_1 = \theta_1$ এবং $\sin\theta_2 = \theta_2$

$\therefore \theta_1 = 1.22 \times 2.5 \times 10^{-3}$ রেডিয়ান

$\therefore \theta_2 = 1.63 \times 2.5 \times 10^{-3}$ রেডিয়ান

যদি বলয় দ্বয়ের ব্যাসার্ধ হয় r_1 এবং r_2 তবে

$$\theta_1 = \tan\theta_1 = \frac{r_1}{f} \text{ or } r_1 = f\theta_1$$

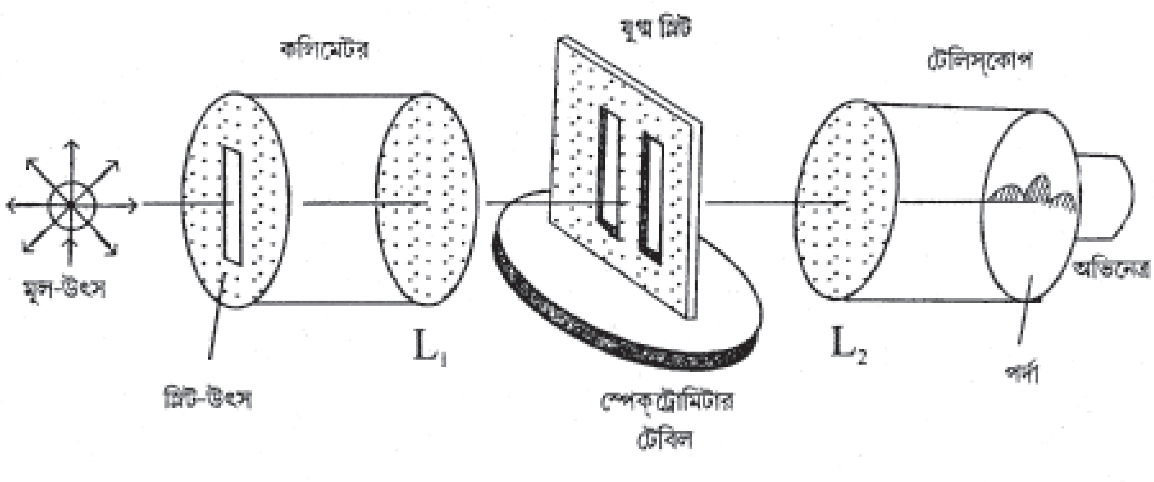
$$r_2 = f\theta_2$$

$\therefore r_1 = 30 \times 1.22 \times 2.5 \times 10^{-3} = 0.91$ মিমি

$\therefore r_2 = 30 \times 1.63 \times 2.5 \times 10^{-3} = 1.22$ মিমি

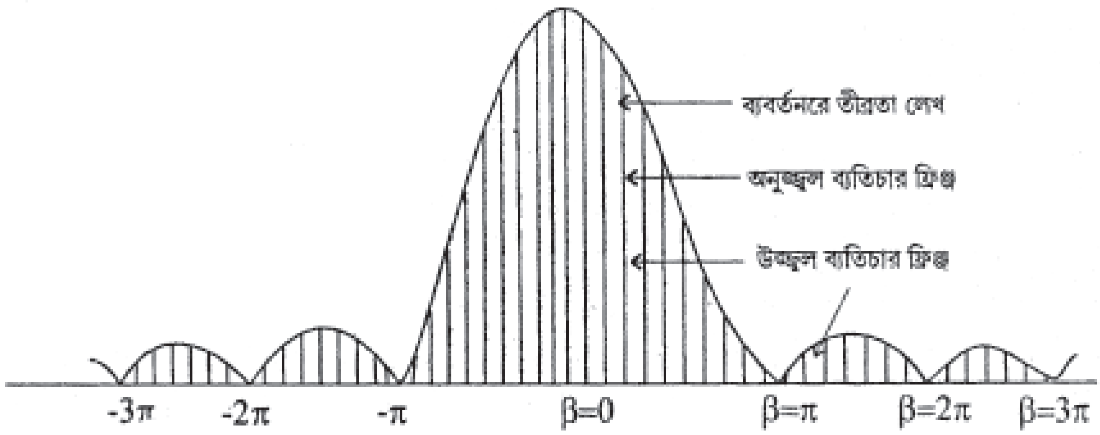
7.5 যুগ্ম স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তন (Diffraction at double slit)

পরীক্ষা-ব্যবস্থা ঃ চিত্র 7.14 দেখতে হবে। পরীক্ষাগারে সাধারণত উৎস হিসেবে একটা আলোকিত উল্লম্ব রৈখিক স্লিট ব্যবহার করা হয়। এটা আসল পরীক্ষা ব্যবস্থায় ব্যবহৃত স্পেকট্রোমিটারের কলিমেটর যন্ত্রাংশের স্লিট। এই স্লিটের আলোকে কলিমেটর লেন্স L_1 দ্বারা সমতল তরঙ্গে পরিণত করা হয়। এ জন্য স্লিটটাকে লেন্সের ফোকাসে স্থাপন করা হয়। এরপর স্পেক্ট্রোমিটার টেবিলে একটা উল্লম্ব অপবর্তন পর্দা স্থাপন করা হয়। এই পর্দায় থাকে দুটো উল্লম্ব রৈখিক স্লিট। রৈখিক স্লিটদ্বয়কে দেখার জন্য ব্যবহৃত স্পেক্ট্রোমিটার দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্য লেন্স L_2 তার নিরীক্ষা পর্দা অর্থাৎ ক্রশতারের উপর ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ গঠন করে।



চিত্র 7.14 : যুগ্ম স্লিটে ব্যবর্তন সৃষ্টির পরীক্ষা-ব্যবস্থা

পরীক্ষার শর্ত 1) যে দুটি স্লিট ব্যবহার করা হবে তাদের বেধ সমান হতে হবে, 2) উৎস-স্লিটের সঙ্গে যুগ্ম স্লিটকে সমান্তরালভাবে স্থাপন করতে হবে এবং 3) স্লিট দ্বয়ের মধ্যের দূরত্ব ওদের বেধের সঙ্গে তুলনীয় হবে। প্রশ্ন হল স্লিটের দ্বয়ের বেধ কি রকম হবে? একক স্লিটের ক্ষেত্রে এ প্রশ্নের উত্তর আমরা পেয়েছি। আমরা জেনেছি বেধ বেশি হলে ব্যবর্তন নকশা দেখা যায় না। যুগ্ম স্লিটের যে কোন একটিকে বন্ধ করলে আমাদের পরীক্ষার ব্যবস্থাটি একক-স্লিটের ব্যবর্তন ব্যবস্থাতে পরিণত হবে। স্বভাবতই নিরীক্ষা-পর্দায় একক স্লিটের ব্যবর্তন নকশা পাওয়া যাবে। আমরা অবশ্যই লক্ষ্য করব যে আমাদের আলোক উৎস বিন্দু-উৎস নয়, রৈখিক উৎস। অতএব ব্যবর্তন নকশাটি হবে রৈখিক-উৎসের ফ্রিঞ্জ-যুক্ত প্রতিবিম্ব — অর্থাৎ রৈখিক প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে আয়তাকার স্লিট-উৎসের ফ্রিঞ্জ-ই পাওয়া যাবে। এখন যদি অন্য স্লিট মুক্ত রেখে প্রথম স্লিটটা বন্ধ করা হয় তবে হুবহু একই ব্যবর্তন নকশা পাওয়া যাবে। উভয় ক্ষেত্রে নকশাদুটি একই অবস্থানেই গঠিত হবে। আপনাদের মনে হতে পারে, যেহেতু স্লিটদ্বয় পাশাপাশি একটা ব্যবধান বজায় রেখে অবস্থিত অতএব ব্যবর্তন নকশাও ব্যবধান বজায় রেখে গঠিত হবে। পরীক্ষার প্রাপ্ত ফল একথা বলে না। এবং এতে আপনাদের অবাক হওয়াও উচিত নয়। কারণ, ইতিমধ্যে জেনেছেন — ফ্রন হফার ব্যবর্তন নকশা উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব। জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞান থেকে আপনারা জানেন বস্তু ও লেন্সের অবস্থানের পরিবর্তন না হলে প্রতিবিম্বের অবস্থানেরও কোন পরিবর্তন হবে না। উভয় স্লিট উৎস থেকে আগত আলোক তরঙ্গের ভিন্ন ভিন্ন অংশকে ব্যবর্তিত করে মাত্র। সেই জন্য একইস্থানে একই নকশার প্রতিবিম্ব গঠিত হয়।



চিত্র 7.15 : দূরবীক্ষণ অভিনেত্রের দৃষ্টি ক্ষেত্রের যুগ্ম স্লিটের ব্যবর্তন নকশার তীব্রতা বণ্টন।

দুটো স্লিটই মুক্ত করলে কী হবে? আমরা দেখলাম দুটো স্লিট থেকে আসা তরঙ্গ পর্দার উপর একই অবস্থানে আপতিত হয়। অতএব পর্দার উপর উভয় স্লিট থেকে আসা তরঙ্গিকাগুলোর উপরিপাত ঘটবে। আবার যেহেতু দুটো তরঙ্গই একই তরঙ্গের অংশ মাত্র অতএব তারা সুসম্বদ্ধ (coherent) উৎসজাত। এই জন্য উভয় তরঙ্গের মধ্যে ব্যতিচার ঘটবে। আর এজন্য ব্যবর্তন নকশার সঙ্গে আমরা পর্দায় ব্যতিচার নকশাও দেখব। যুগ্ম স্লিটের ব্যবর্তন নকশার বৈশিষ্ট্য :

1) পর্দায় বা দূরবীক্ষণের অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে যে ব্যবর্তন নকশায় দেখা যাবে অনেকগুলো ফ্রিঞ্জযুক্ত উজ্জ্বল অঞ্চল যাদের মধ্যে ব্যবধান গড়বে অনুজ্জ্বল বা অন্ধকার অঞ্চল।

2) উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জযুক্ত অঞ্চলগুলির কেন্দ্রে বা মধ্য অবস্থানে যে উজ্জ্বল অঞ্চলটি থাকবে তাকে বলা হবে

কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন পটি (central diffraction band)। এই উজ্জ্বল পটি অনেকগুলি উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের সমাহার। আমরা দেখব — এই ফ্রিঞ্জগুলি দুই স্লিটের তরঙ্গিকার ব্যতিচারের ফলে গঠিত।

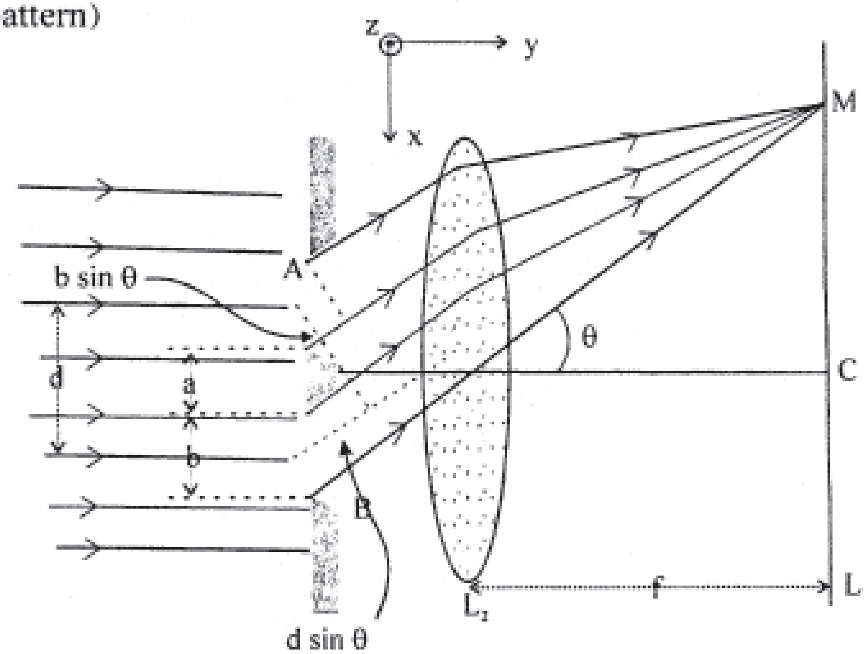
3) কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল পটির দুপাশে ক্রমহ্রাসমান উজ্জ্বলতার অনেকগুলো ব্যতিচার ফ্রিঞ্জযুক্ত ব্যবর্তন পটি দেখা যাবে। এগুলিকে বলে গৌণ গরিষ্ঠ ব্যবর্তন পটি। কিছু সংখ্যক গৌণপটির পর এদের উজ্জ্বলতা এত কমে যায় যে আর দৃষ্টিগোচর হয় না।

4) কেন্দ্রীয় ব্যতিচার ফ্রিঞ্জগুলির উজ্জ্বলতার তীব্রতা গৌণ ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের উজ্জ্বলতার তুলনায় অনেক বেশি।

চিত্র 7.15-এ বিচ্ছিন্ন রেখায় ব্যবর্তন নকশার তীব্রতা বণ্টন দেখানো হয়েছে। কালো রেখাগুলি উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জগুলির মধ্যে অনুজ্জ্বল তীব্রতা সূচক। রেখাগুলির উচ্চতা সংশ্লিষ্ট উজ্জ্বল ব্যাতিচার ফ্রিঞ্জের তীব্রতার সূচক।

আমরা চিত্র 7.15 এ যা দেখছি তার ব্যাখ্যা পেতে চাই। আরো জানতে চাই একক স্লিটের সঙ্গে তুলনায় যুগ্ম স্লিটের উজ্জ্বল পটির তীব্রতা কেমন। পরের অনুচ্ছেদে এই আলোচনা।

7.5.1 যুগ্মস্লিটে ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জের তীব্রতা বণ্টন (Intensity distribution in double slit diffraction pattern)



চিত্র 7.16 : ব্যবর্তিত তরঙ্গের দশা পার্থক্য।

ধরা যাক, উভয় স্লিটের বেধ b এবং মধ্যবর্তী অনচ্ছ পর্দার বেধ a । যদি দুই স্লিটের কেন্দ্র থেকে কেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব d হয় তবে d=a+b। যদি ব্যবর্তন কোণ θ হয় তবে দুই স্লিটের d দূরত্বের তরঙ্গিকা দুটো থেকে আসা তরঙ্গ দুটোর দশা পার্থক্য হবে (চিত্র 7.16)।

$$T = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\sin\theta \qquad \text{................(7.15)}$$

আমরা একক স্লিটের ক্ষেত্রে জানি উহার সমস্ত তরঙ্গিকা M বিন্দুতে যে লব্ধি তরঙ্গ উৎপন্ন করবে তা হবে (সমীকরণ 7.5a)

$$E_1 = A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos(\omega t - \beta) \qquad \text{...............(7.16)}$$

যেখানে $\beta = \dfrac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$

দ্বিতীয় স্লিটের সংশ্লিষ্ট তরঙ্গিকাগুলো পরপর Γ দশা পার্থক্যে থাকবে বলে এই স্লিট M বিন্দুতে যে লব্ধি তরঙ্গ উৎপন্ন করবে তা হবে

$$E_2 = A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos(\omega t - \beta - \Gamma) \qquad \text{...............(7.17)}$$

অতএব উভয় স্লিট থেকে আগত তরঙ্গের লব্ধি

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 \\ &= A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left\{\cos(\omega t - \beta) + \cos(\omega t - \beta - \Gamma)\right\} \\ &= 2A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos\frac{\Gamma}{2}\cos\left(\omega t - \beta - \frac{\Gamma}{2}\right) \\ &= 2A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos\gamma\cos(\omega t - \beta - \gamma) \qquad \text{...............(7.18)} \end{aligned}$$

যেখানে

$$\gamma = \frac{\Gamma}{2} = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta = \frac{\pi(a+b)}{\lambda}\sin\theta \qquad \text{...............(7.19)}$$

সমীকরণ (7.18) এর জটিল রাশিতে প্রকাশ হবে

$$E = 2A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos\gamma \quad e^{i(\omega t - \beta - \gamma)}$$

অতএব E-এর তীব্রতা

$$I = 4A^2\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)\cos^2\gamma \qquad \text{...............(7.20)}$$

আমরা লক্ষ্য করি যে θ ব্যবর্তন কোণে ব্যবর্তিত তরঙ্গের নিরীক্ষা পর্দার উপর তীব্রতা হল I। তাই I এর পরিবর্তে লেখা যায় $I(\theta)$। আবার একক স্লিটের ক্ষেত্রে

$$I(\theta) = A^2\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)$$

যখন $\theta = 0$, $I(\theta) = I(\theta = 0) = I_o$। আবার $\theta = 0$ হলে $\beta = 0$ অতএব $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2} = 1$

$$\therefore I_0 = A^2$$

এই হিসেবগুলি বিবেচনা করার পর (7.20)কে লেখা যায়

$$I(\theta) = 4I_o\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)\cos^2\gamma \qquad \text{...............(7.21)}$$

এটাই যুগ্ম স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালা। এই রাশিমালায় $\theta = 0$ হলে $\beta = \gamma = 0$

অতএব

$$I(\theta = 0) = 4I_o$$
$$= 4 \times \text{ একক স্লিটের তীব্রতা।}$$

অর্থাৎ কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন নকশার $(\theta = 0)$ তীব্রতা (যুগ্ম স্লিটের ক্ষেত্রে) একক স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন নকশার তীব্রতার চারগুণ। এর কারণ, দুটো স্লিট থেকে আসা তরঙ্গের উপরিপাত জনিত লব্ধি-তরঙ্গের বিস্তার একক স্লিটের থেকে আসা তরঙ্গের বিস্তারের দ্বিগুণ। আর তীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী হওয়া যুগ্ম স্লিটের ক্ষেত্রে এই তীব্রতা 4 গুণ। পরীক্ষা-ব্যবস্থায় এইরূপ অভিজ্ঞতাই আমাদের ছিল। তীব্রতার রাশিমালা (7.21) এ $I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ অংশটি আমাদের চেনা। এটা একক স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালা। যুগ্ম স্লিটের যে কোন একটিকে অবরুদ্ধ করলেই নিরীক্ষা পর্দায় যে নকশাটি গঠিত হবে তাকে এই রাশিমালা দিয়ে ব্যাখ্যা করা যাবে। অতএব যুগ্ম স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালার একটি অংশকে ব্যবর্তন তীব্রতার রাশিমালা রূপে বিবেচনা করতে হবে। অন্য অংশটি $4\cos^2\gamma$। আমরা দেখেছি (7.19) $\gamma = \frac{\pi(a+b)}{\lambda}\sin\theta$, যা কিনা যুগ্ম স্লিট থেকে আসা দুই তরঙ্গের দশা পার্থক্য। যেহেতু দুটো স্লিটের তরঙ্গ দুটো একই আপতিত তরঙ্গের অংশ, তাই সুসম্বদ্ধ তরঙ্গ। এই তরঙ্গ দুটোর ব্যতিচারের ফলে যুগ্ম স্লিটের ব্যবর্তন তীব্রতার রাশিমালায় $4\cos^2\gamma$ অংশটি আছে। আগেই আমরা 4 সংখ্যাটির ব্যাখ্যা পেয়েছি — ব্যতিচারে দ্বিগুণ বিস্তার পাওয়া যায় বলে তীব্রতা 4 গুণ হয়।

আরো লক্ষ্য করার, θ এর মানের উপর মূল ব্যবর্তিত তরঙ্গদ্বয়ের তীব্রতা নির্ভর করে। $\theta=0$ হলে উভয় ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতা সর্বাধিক। আর তাই কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন নকশার তীব্রতাও অনেক বেশি। কিন্তু θ বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে উভয় স্লিটের ব্যবর্তন তরঙ্গের তীব্রতা হ্রাস পায়। ফলে ওদের ব্যতিচার নকশার তীব্রতাও হ্রাস পায়।

আমরা লেখচিত্রের তীব্রতা বন্টনের আলোচনায় ব্যবর্তন ও ব্যতিচার নিয়ে আরো আলোচনা করব। কিন্তু যে কোন আলোচনাতেই আমরা মনে রাখব (1) ব্যবর্তন নকশা পাওয়া যায় একই তরঙ্গাংশের তরঙ্গিকাগুলির উপরিপাতের ফলে এবং (2) ব্যতিচার নকশা পাওয়া যায় সুসম্বদ্ধ দশাযুক্ত দুটো ভিন্ন উৎসের তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে।

7.5.2 গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থান (Positions of Maxima and minima)

সমীকরণ (7.21) অর্থাৎ

$$I(\theta) = 4I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \cos^2\gamma$$

এই রাশিমালার থেকে ব্যবর্তন নকশার কোন্ ব্যবর্তন কোণে গরিষ্ঠ (উজ্জ্বল) এবং লঘিষ্ঠ (অনুজ্জ্বল বা অন্ধকার) ফ্রিঞ্জ (নকশা) অবস্থান করবে তা জানা যায়। এই রাশিমালায় দুটো উৎপাদক বা পদ আছে : 1) ব্যবর্তন উৎপাদক $\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$ এবং 2) ব্যতিচার উৎপাদক $\cos^2\gamma$ $I(\theta)$ এর উৎপাদক বলে এই দুই উৎপাদক factor বা পদের (term) যে কোনটা যদি শূন্য হয় তবে $I(\theta)$ শূন্য হবে, অর্থাৎ নকশায় লঘিষ্ঠ বা অনুজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের অবস্থান তথা ব্যবর্তন কোণ পাওয়া যাবে। এখন $\frac{\sin\beta}{\beta} = 0$ হবে যদি $\beta = n\pi$ হয় যেখানে $n = \pm1, \pm2 \ldots\ldots$ ইত্যাদি। কিন্তু $\beta = \frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}$ অতএব লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থানের সংশ্লিষ্ট ব্যবর্তন কোণ θ হলে

$$\frac{\pi b\sin\theta}{\lambda} = n\pi$$

$$\text{বা } b\sin\theta = n\lambda = 2n \times \frac{\lambda}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(7.22)$$

অপরদিকে $\cos^2\gamma = 0$ হলে লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। অর্থাৎ লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের জন্য

$$\gamma = (2m+1) \times \frac{\pi}{2},\ m = 1,2,3,\ldots\ldots$$

$$\text{বা} \frac{\pi(a+b)\sin\theta}{\lambda} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow (a+b)\sin\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(7.23)$$

অতএব (7.22) বা (7.23) এই দুই শর্তের যেকোন একটি পূরণ হলে ব্যবর্তন নকশায় লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থান পাওয়া যাবে। (7.22) থেকে আমরা জানতে পারি যে দুটি স্লিটের যে কোনটির দুই প্রান্তীয় রশ্মির আলোকীয় পথ পার্থক্য যদি আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের যুগ্ম গুণিতক হয় তবে ব্যবর্তনের লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। অপর পক্ষে (7.23) থেকে আমরা জানতে পারি দুই স্লিটের যে কোন দুটো সংশ্লিষ্ট (corresponding) বিন্দু থেকে আসা আলোক রশ্মি দুটোর মধ্যে যদি আলোকীয় পথপার্থক্য আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বিযুগ্মগুণিতক হয় তবে আমরা ব্যতিচারের লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাবো।

এখন প্রশ্ন হল যুগ্ম স্লিটের ব্যবর্তন নকশায় গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থান কোথায় হবে? কোন ব্যবর্তন কোণ θ-এর জন্য আমরা গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাবো? এই প্রশ্নের উত্তরটা একটু জটিল। কারণ ব্যবর্তন উৎপাদক $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ এবং ব্যতিচার উৎপাদক $\cos^2\gamma$ এদের গুণফলের সর্বোচ্চ মানের জন্যই কেবল গরিষ্ঠ তীব্রতার ফ্রিঞ্জ তৈরি হবে। এই গুণফলের কোন সহজ অপেক্ষক নেই। কিন্তু যদি $(\sin^2\beta/\beta^2)$ পদটি মোটামুটি ধ্রুবক হয় তবে $\cos^2\gamma$ পদ দ্বারা গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থান নির্ণয় করা যেতে পারে।

আমরা একক স্লিটের ক্ষেত্রে দেখেছি যখন $\beta \to 0$ তখন $\sin^2\beta/\beta^2 = 1$ অর্থাৎ

$$b\sin\theta = 0$$

হল ব্যবর্তন নকশার কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থানের শর্ত। এই ব্যবর্তন কেন্দ্রীয় নকশায় $\gamma = m\pi,\ m = 0,\ \pm1,\ \pm2\ldots$ হলে $\cos^2\gamma = 1$ হবে। এরূপ ক্ষেত্রে $I(\theta)$ হবে গরিষ্ঠ তীব্রতার জন্য অর্থাৎ

$$(a+b)\sin\theta = m\lambda = 2m \times \frac{\lambda}{2}$$

হলে কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ব্যবর্তন নকশায় ব্যতিচারের জন্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থান পাওয়া যাবে। $m=0$ হলে উজ্জ্বল কেন্দ্রীয় ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। $m = \pm1, \pm2$, ইত্যাদির জন্য কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন নকশায় অন্যান্য উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। mকে বলে ব্যতিচারের ক্রম (order of interference)।

7.5.3 বিলুপ্তক্রম (Missing orders)

আমরা পূর্ববর্তী পরিচ্ছেদে দেখলাম যে ব্যতিচারের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ পাওয়ার শর্ত হল

$$(a+b)\sin\theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm1, \pm2\ldots$$

আবার ব্যবর্তনের অনুজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের শর্ত হল

$$b\sin\theta = n\lambda, \quad n = \pm1,\ \pm2\ldots$$

স্পষ্টতই θ-এর এমন কিছু মান পাওয়া যাবে যেখানে, ব্যতিচারের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ $(n\lambda) = p(m\lambda)$ (ব্যবর্তনের লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ) হতে পারে। এখানে p একটি পূর্ণ সংখ্যা। তেমন ক্ষেত্রে θ এর এই মানের জন্য আমরা ব্যতিচারের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ এবং ব্যবর্তনের লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ একই স্থানে পাবো। যুগ্ম স্লিটের ব্যবর্তনের তীব্রতা বণ্টনের সূত্রানুযায়ী এরূপ ক্ষেত্রে $I(\theta) = 0$ হবে। অর্থাৎ n ক্রমের ব্যতিচার উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে না। এই ক্রমকে বলে বিলুপ্ত ক্রম (missing order)।

7.5.4 লেখচিত্রে যুগ্মস্লিটে ব্যবর্তন

$I(\theta)$-এর লেখচিত্র অঙ্কন করতে গিয়ে আমরা প্রথমেই যেটা লক্ষ্য করি –$I(\theta)$ হল β ও γ চলরাশির অপেক্ষক। আবার β এবং γ পরস্পর সম্পর্কযুক্ত, কারণ

$$\beta = \frac{\pi b\sin\theta}{\lambda} \text{ এবং } \gamma = \frac{\pi(a+b)}{\lambda}\sin\theta$$

$$\therefore \frac{\gamma}{\beta} = \frac{a+b}{b} = \frac{d}{b}$$

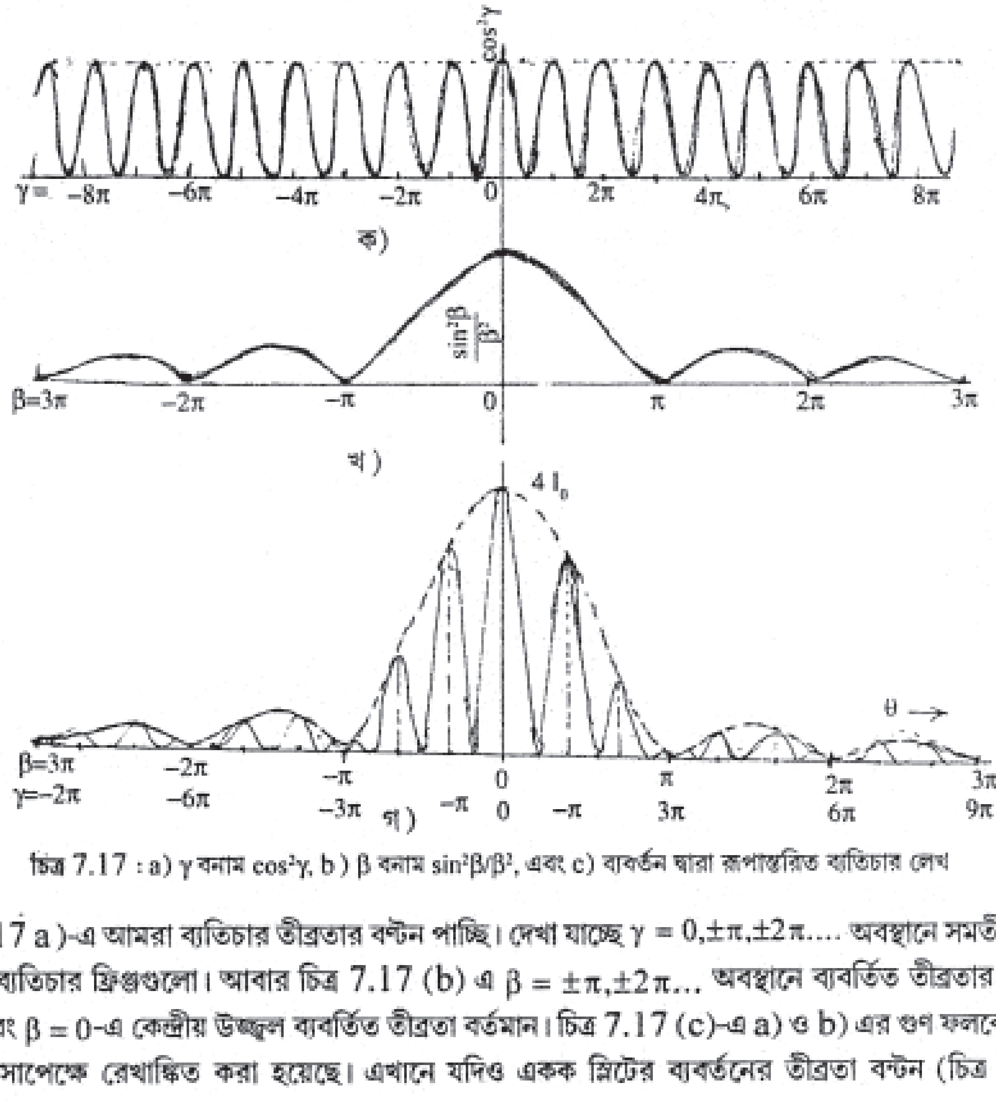
এ ক্ষেত্রে d ও b এর অনুপাতটি ব্যবহৃত যুগ্ম স্লিটের উপর নির্ভর করে। সাধারণভাবে যুগ্ম স্লিটের অনচ্ছ ব্যবধান a স্থির থাকে এবং প্রতিটি স্লিটের বেধ b পরিবর্তন করা যায়। আমরা $b = a,\ b = \frac{a}{2},\ b = \frac{a}{3}$... ইত্যাদিরূপে স্লিট-বেধ স্থির করতে পারি। অনুরূপ ক্ষেত্রে $\frac{\gamma}{\beta} = 2,3,4...$

তাই আমাদের প্রথমেই স্থির করতে হবে γ ও β-এর কোন সম্পর্কটি আমরা প্রয়োগ করব। যদি আমরা ধরি $\gamma = 3\beta$, তবে আমরা এই ভিত্তিতে দুটি লেখ অঙ্কন করতে পারি

γ বনাম $\cos^2\gamma$ (চিত্র 7.17 a)

β বনাম $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ (চিত্র 7.17 b)

উভয় লেখের সমপতিত লেখচিত্র 7.17(c) এ সম্পূর্ণ তীব্রতা বন্টন পাওয়া যায়।



চিত্র 7.17 : a) γ বনাম $\cos^2\gamma$, b) β বনাম $\sin^2\beta/\beta^2$, এবং c) ব্যবর্তন দ্বারা রূপান্তরিত ব্যতিচার লেখ

চিত্র 6.17 a)-এ আমরা ব্যতিচার তীব্রতার বন্টন পাচ্ছি। দেখা যাচ্ছে $\gamma = 0, \pm\pi, \pm2\pi....$ অবস্থানে সমতীব্রতার উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জগুলো। আবার চিত্র 7.17 (b) এ $\beta = \pm\pi, \pm2\pi...$ অবস্থানে ব্যবর্তিত তীব্রতার লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ এবং $\beta = 0$-এ কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ব্যবর্তিত তীব্রতা বর্তমান। চিত্র 7.17 (c)-এ a) ও b) এর গুণ ফলকে β ও γ এর সাপেক্ষে রেখাঙ্কিত করা হয়েছে। এখানে যদিও একক স্লিটের ব্যবর্তনের তীব্রতা বন্টন (চিত্র 7.17

b) অনুপস্থিত, কিন্তু দুই স্লিটের ব্যতিচারের তীব্রতা বণ্টন রূপান্তরিত আকারে উপস্থিত, এই রূপান্তর অবশ্যই নিয়ন্ত্রিত হয়েছে একক স্লিটের ব্যবর্তন তীব্রতা বণ্টন রাশি $\sin^2\beta/\beta^2$ দিয়ে।

$\beta=\gamma=0$ যখন তখন আমরা পাচ্ছি উজ্জ্বলতম ফ্রিঞ্জ। আবার $\gamma=\pm\pi$ এবং $\pm 2\pi$ এ আমরা অপেক্ষাকৃত কম উজ্জ্বলতার আরো দুটো করে ফ্রিঞ্জ পাচ্ছি। কিন্তু যখন $\gamma=\pm 3\pi$ তখন আমরা কোন উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ পাচ্ছি না যদিও γ বনাম $\cos^2\gamma$ লেখে তা পাচ্ছি। আমরা লক্ষ্য করি যে এইখানে $\beta=\pm\pi$ অর্থাৎ ব্যবর্তন তীব্রতা শূন্য, এখানে $\gamma=3\beta$। এই হল বিলুপ্ত ক্রম। অর্থাৎ তৃতীয় ক্রমের উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ বিলুপ্ত হবে। আবার $\gamma=\pm 4\pi$ ও $\pm 5\pi$-এ আমরা আরো দুটো করে উজ্জ্বল ব্যতিচার (যদিও উজ্জ্বলতা খুবই কম) ফ্রিঞ্জ পাবো। কিন্তু $\gamma=\pm 6\pi=3\beta$, $\beta=\pm 2\pi$-এ আবার ষষ্ঠ ক্রমের উজ্জ্বল ব্যাতিচার ফ্রিঞ্জ বিলুপ্ত হবে।

উদাহরণ 6. দুটি সমান্তরাল রৈখিক স্লিটের বেধ 5×10^{-2} সেমি এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.1 সেমি। ওদের ওপর আপতিত একবর্ণী আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 6.328×10^{-5} সেমি। কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন গরিষ্ঠের মধ্যে ব্যতিচার লঘিষ্ঠের ও গরিষ্ঠের সংখ্যা নির্ণয় করুন। যদি স্লিটদ্বয়ের পিছনে রাখা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য 20 সেমি হয় তবে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের বেধ নির্ণয় করুন।

সমাধান : ব্যবর্তন লঘিষ্ঠের শর্ত $b\sin\theta=n\lambda$, $n=\pm 1,\ \pm 2\ldots$ কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ব্যবর্তনের সীমা $\sin\theta=\pm\dfrac{\lambda}{b}$ অর্থাৎ $\theta=\sin^{-1}\left(-\dfrac{\lambda}{b}\right)$ এবং $\theta=\sin^{-1}\left(\dfrac{\lambda}{b}\right)$ হল দুই পার্শ্বের প্রথম লঘিষ্ঠ। θ ক্ষুদ্র বলে

$$\theta=\frac{\lambda}{b}=\frac{6.328\times10^{-5}}{5\times10^{-2}}=1.2656\times10^{-3}$$

ব্যতিচার লঘিষ্ঠের শর্ত :

$$d\sin\theta=(2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore \theta=(2n+1)\frac{\lambda}{2d}=(2n+1)\times\frac{6.328\times10^{-5}}{2\times0.1}$$

$$=(2n+1)\times0.3164\times10^{-3},\ n=0,1,2\cdots$$

$$\therefore \theta=0.3164\times10^{-3}\ 0.9492\times10^{-3}$$

অর্থাৎ মোট চারটি ব্যতিচার লঘিষ্ঠ পাওয়া যাবে। ব্যতিচার গরিষ্ঠের শর্ত

$$d\sin\theta=n\lambda$$

$$\therefore \theta=n\times\frac{\lambda}{d}=n\times0.6328\times10^{-3}$$

$$\therefore \theta=0.6328\times10^{-3}$$

অর্থাৎ কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ছাড়া ওর দুপাশে আরো দুটো গরিষ্ঠ পাওয়া যাবে।

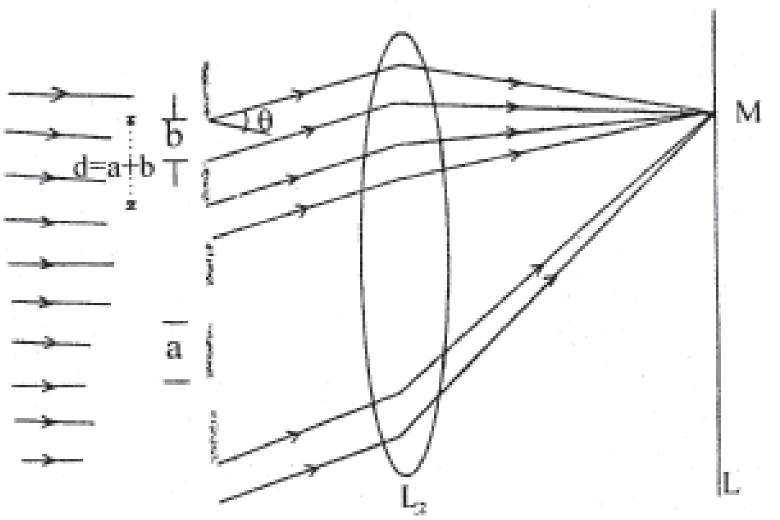
ব্যতিচার লঘিষ্ঠের অবস্থান $x = f\theta$

গরিষ্ঠের বেধ $= x_2 - x_1 = f(\theta_2 - \theta_1) = 10 \times (0.949 - 0.316) \times 10^{-3}$

$= 0.633 \times 10^{-2}$ সেমি $= 0.0633$ মিমি.

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন 3 : দেখান যে যদি কোন যুগ্ম স্লিটের বেধ (b) ও ব্যবধান (d) সমান হয় তবে ওদের ব্যবর্তন নকশা 2b বেধের একক স্লিটের ব্যবর্তন নকশার অনুরূপ।

7.6 N সংখ্যক অভিন্ন স্লিটে ব্যবর্তন



চিত্র 7.18 বহুসংখ্যক স্লিটে ব্যবর্তন

এবার বিবেচনা করা যাক বহুসংখ্যাক স্লিটের সমস্যাটি। আমরা একটা স্লিট উৎস থেকে আসা তরঙ্গকে সমতল তরঙ্গে পরিণত করে এই স্লিট সমাহারের উপর লম্বভাবে আপতিত করব। ব্যবর্তন পর্দার উপর এই স্লিটগুলি যেমন পরস্পরের সমান্তরাল, তেমনি তারা প্রত্যেকে উৎস-স্লিটের সমান্তরাল হবে। প্রতিটা স্লিট থেকে θ কোণে যে ব্যবর্তিত তরঙ্গ যাবে লেন্স L_2 তাদের ML নিরীক্ষা পর্দার উপর M বিন্দুতে উপরিপাতিত করবে। একক স্লিটের বিবেচনা থেকে আমরা বলতে পারি এই স্লিট সমাহারের প্রথমটা (চিত্র 7.18 এর উপর দিক থেকে) থেকে আসা তরঙ্গিকাগুলোর লব্ধি ক্ষেত্র হবে

$$E_1 = A\frac{\sin\beta}{\beta}\cos(\omega t - \beta)$$

কিন্তু দ্বিতীয় স্লিট থেকে আসা তরঙ্গিকাগুলোর অবদান E_2, E_1 থেকে Γ দশা পার্থক্যে থাকবে। অনুরূপে তৃতীয়, চতুর্থ... N তম স্লিটের অবদানগুলি যথাক্রমে $2\Gamma, 3\Gamma \ldots (N-1)\Gamma$ দশা পার্থক্যে (প্রথম স্লিট সাপেক্ষে) থাকবে।

অতএব N স্লিট থেকে আগত θ কোণে ব্যবর্তিত তরঙ্গগুলির লব্ধি ক্ষেত্রে

$$E = E_1 + E_2 + \ldots E_N = \sum_{N=1}^{N} E_N$$

$$= \sum_{N=1}^{N} A \frac{\sin\beta}{\beta} \cos[\omega t - \beta - (N-1)\Gamma]$$

জটিল রাশি রূপে লিখলে

$$E = A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\sin\frac{N\Gamma}{2}}{\sin\frac{\Gamma}{2}}\right) \times e^{i\left[\omega t - \beta - (N-1)\frac{\Gamma}{2}\right]}$$

অতএব M বিন্দুতে আলোকের তীব্রতা $I(\theta)$ হলে,

$$I(\theta) = EE^* = A^2 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \times \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}$$

যেখানে $\gamma = \frac{\Gamma}{2} = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$ [সমীকরণ (7.19)]

$A^2 = I_0$ উজ্জ্বলতম তীব্রতা ধরে লেখা যায়

$$I(\theta) = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta^2}\right) \times \left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}\right) \qquad \text{...............(7.24)}$$

এটাই হল N সংখ্যক সমান্তরাল স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতা বণ্টনের রাশিমালা। আমরা যদি N=1 ধরি তবে

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$

যা কিনা একক স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালা। আবার যদি N=2 হয় তবে

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \times \frac{\sin^2 2\gamma}{\sin^2\gamma}$$

$$= I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \times \left(\frac{2\sin\gamma\cos\gamma}{\sin\gamma}\right)^2$$

$$= 4I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \cos^2\gamma$$

যা যুগ্ম স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালা।

7.6.1 মুখ্য গরিষ্ঠ সমূহের অবস্থান

$I(\theta)$ বা তীব্রতার বন্টন কি রকম হবে তা সমীকরণ (7.24) দ্বারা বুঝতে পারা যায়। আমরা তীব্রতা বন্টনের সমীকরণ থেকে দেখছি বহু সংখ্যক স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতা দুটি উৎপাদকের উপর নির্ভর করে : $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ এবং $\left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}\right)$। প্রথম উৎপাদক একক স্লিটের ক্ষেত্রে ব্যবর্তনের তীব্রতার পরিমাপক। অতএব এটি বহুসংখ্যক স্লিটের ক্ষেত্রে ব্যবর্তন উৎপাদক এবং অন্য রাশিটি স্লিটগুলি থেকে আসা তরঙ্গমালার ব্যতিচার উৎপাদক। যেহেতু তীব্রতা দুটো উৎপাদকের উপর নির্ভর করে তাই এর চরম মান নির্ধারণ করা বেশ জটিল। তবে যেহেতু $\sin^2\beta/\beta^2$ রাশিটিকে খুবই ক্ষুদ্রপ্রস্থের স্লিটের ক্ষেত্রে ধ্রুবক ধরা যায় তাই $\sin^2 N\gamma/\sin^2\gamma$ রাশি যখন চরম তখনই তীব্রতার গরিষ্ঠ মান পাওয়া যাবে।

যখন $\gamma \to n\pi$ হবে তখন $N\gamma \to nN\pi$। এই উভয় ক্ষেত্রের ব্যতিচার পদের হর বা লব উভয়ই $\to 0$ হবে। অতএব এল হসপিট্যালের পদ্ধতিতে

$$\gamma \xrightarrow{Lt} n\pi \frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma} = \gamma \xrightarrow{Lt} n\pi \frac{N\cos N\gamma}{\cos\gamma} = \pm N$$

l' Hospital's Rule:

যদি $\underset{x\to a\,or\,\infty}{Lt} \frac{f(x)}{\phi(x)} = \frac{0}{0}$ তাহলে

$$\left.\underset{x\to a\,or\,\infty}{Lt} \frac{f(x)}{\phi(x)} = \underset{x\to a\,or\,\infty}{Lt} \frac{f'(x)}{\phi'(x)}\right]$$

অতএব

$$I(\theta) = N^2 I_o \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \qquad \text{...............(7.25)}$$

যেহেতু $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}$ এর চরম মান N^2, তাই সমীকরণ (7.25) তীব্রতার সর্বোচ্চ মান জ্ঞাপক। অতএব আমরা বলতে পারি যখন $\gamma = n\pi$ $(n = 0, 1, 2 \ldots)$ তখনই আমরা ব্যবর্তন তরঙ্গের তীব্রতম উজ্জ্বলতার ফ্রিঞ্জগুলি পাবো। অতএব, গরিষ্ঠ সমূহের অবস্থানের শর্ত হল

$$\gamma = 0,\ \pi,\ 2\pi, \ldots n\pi$$

অথবা $N\gamma = 0, N\pi, 2N\pi \ldots nN\pi.$

(7.25) থেকে বলা যায় তীব্রতম উজ্জ্বল বিন্দুগুলিতে প্রতিটা স্লিট থেকে আসা তরঙ্গসমূহ সমদশায় মিলিত হবে এবং ঐ বিন্দুতে লব্ধি ক্ষেত্র হবে

$$E = NA\frac{\sin\beta}{\beta}\cos(\omega t - \beta)$$

বা জটিল রাশিতে

$$E = NA\frac{\sin\beta}{\beta}e^{i(wt-\beta)} = Nx$$ একটি স্লিটের লব্ধি ক্ষেত্র।

অর্থাৎ একটি স্লিটের ব্যবর্তিত তরঙ্গের Nগুণ হবে N স্লিটের ব্যবর্তন তরঙ্গক্ষেত্র। আবার যেহেতু $I(\theta) \to N^2$ অতএব $\sin^2\beta/\beta^2$ নগন্য না হলে $I(\theta)$ খুবই বেশি হবে অর্থাৎ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ সমুহের উজ্জ্বলতা খুব তীব্র হবে। আমরা জানি $\gamma = \dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$ অতএব গরিষ্ঠ সমুহের কৌণিক অবস্থানের শর্ত হবে

$$d\sin\theta_{max} = n\lambda \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7.26)$$

এটি যুগ্ম স্লিটের ক্ষেত্রেও পাওয়া গেছে। আবার আমরা লক্ষ্য করি যে এই মুখ্য গরিষ্ঠগুলির উজ্জ্বলতা $\sin^2\beta/\beta^2$ দ্বারা সীমিত।

$$\beta = \frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}$$

অতএব $\sin\theta_{max}$ দ্বারা β-এর মান নির্ণীত। এজন্য ব্যবর্তন পদ $\dfrac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ দ্বারা মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জগুলির তীব্রতা নিয়ন্ত্রিত হবে। β এর মান বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে $\sin^2\beta/\beta^2$ দ্রুত হ্রাস পাবে। ফলে ব্যতিচার জাত মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জগুলি আর দেখা যাবে না।

আরো লক্ষ্যণীয় $n = \dfrac{d}{\lambda}\sin\theta_{max}$

যেহেতু $\sin\theta_{max} \le 1, \ngtr \dfrac{d}{\lambda}$ যেহেতু $\dfrac{d}{\lambda}$ এর মান সীমিত, অতএব n এর মানও সীমিত। অতএব আমরা সীমিত সংখ্যাক মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাবো। $n = 1,2,3,\ldots..$ ইত্যাদি অনুসারে এদের বলে প্রথম, দ্বিতীয়....ইত্যাদি ক্রমের মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ। যদি বিভিন্ন বর্ণের মিশ্রিত আলোক তরঙ্গ থাকে তবে ভিন্ন ভিন্ন বর্ণের জন্য একই ক্রমে ভিন্ন ভিন্ন গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাবো। লাল আলোর জন্য বলা হবে প্রথম ক্রমের লাল গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ, ইত্যাদি। যেহেতু $\gamma = \dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$, অতএব β ও γ এর সম্পর্ক যুগ্ম স্লিটের ক্ষেত্রে যেমন, বহুসংখ্যাক স্লিটের ক্ষেত্রেও তাই।

7.6.2 লঘিষ্ঠ অবস্থান ও গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ সমূহ

(7.24) সমীকরণ থেকে বলা যায় যখন ব্যতিচার রাশি $\sin^2 N\gamma / \sin^2 \gamma$ শূন্য হবে তখন ব্যবর্তন নকশায় লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান পাওয়া যাবে। এখন $\sin^2 \gamma$ -এর তুলনায় $\sin^2 N\gamma$ বেশি সংখ্যক বার শূন্য হবে আর যখনই $\sin^2 N\gamma$ শূন্য হবে তখনই $I(\theta) = 0$। কিন্তু আমরা আবার জানি $\sin^2 \gamma = 0$ হলে $\sin^2 N\gamma = 0$ হবে এবং $\sin^2 N\gamma / \sin^2 \gamma$ হবে N^2 অর্থাৎ $I(\theta)$ হবে গরিষ্ঠ। এখন $\sin^2 N\gamma$ শূন্য বলে

$$N\gamma = m\pi$$

$$\text{or } \gamma = \frac{m}{N}\pi$$

যদি m, N এর গুণিতক না হয় তবে $\sin^2 \gamma$ শূন্য হবে না। অতএব লঘিষ্ঠ অবস্থান পাওয়ার শর্ত হল

$$\text{i) } N\gamma = \{\pi, 2\pi, 3\pi \ldots (N-1)\pi\}, \{(N+1)\pi, (N+2)\pi \ldots (2N-1)\pi\}, \{(2N+1)\lambda, (2N+2)\pi \ldots\} \ldots$$

অথবা

$$\text{ii) } \gamma = \left\{\frac{\pi}{N}, \frac{2\pi}{N}, \ldots \left(\frac{N-1}{N}\right)\pi\right\}, \left\{\left(\frac{N+1}{N}\right)\pi, \left(\frac{N+2}{N}\right)\pi \ldots \left(\frac{2N-1}{N}\right)\pi\right\}, \left\{\left(\frac{2N+1}{N}\right)\pi, \left(\frac{2N+2}{N}\right)\pi \ldots\right\} \ldots$$

সম্পর্কিত পথ পার্থক্যের শর্ত হবে

$$\text{iii) } d\sin\theta_{min} = \left\{\frac{\lambda}{N}, \frac{2\lambda}{N}, \ldots \left(\frac{N-1}{N}\right)\lambda\right\}, \left\{\left(\frac{N+1}{N}\right)\lambda, \left(\frac{N+2}{N}\right)\lambda \ldots \left(\frac{2N-1}{N}\right)\lambda\right\}, \left\{\left(\frac{2N+1}{N}\right)\lambda, \left(\frac{2N+1}{N}\right)\lambda \ldots\right\} \ldots$$

................(7.26)

উপরের শর্তগুলিকে সাধারণ রাশিমালায় এরূপ লেখা যায়

$$\text{i) } N\gamma = p\pi,\ p = 1, 2, \ldots (N-1), (N+1) \ldots (2N-1), (2N+1)$$

অথবা $\text{ii) } \gamma = \frac{p\pi}{N},\ p = 1, 2, \ldots N-1, N+1, \ldots 2N-1, 2N+1$

এবং $\text{iii) } d\sin\theta_{min} = \frac{p\lambda}{N}, p = 1, 2 \ldots N-1, N+1, \ldots 2N-1, 2N+1 \ldots$

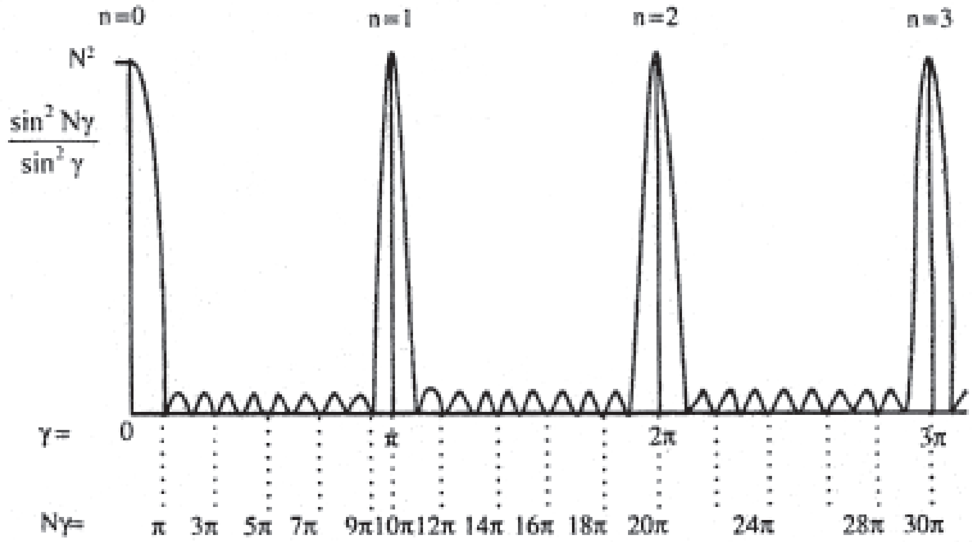
আমরা অবশ্যই লক্ষ্য করতে পারি যে p যে সব পূর্ণসংখ্যাকে বোঝায় তার মধ্যে $p \neq o, N, 2N, \ldots\ldots$ ইত্যাদি।

সংক্ষিপ্ত উত্তর-ধর্মী প্রশ্ন 4 : মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ ও লঘিষ্ঠ অবস্থানের শর্তগুলিকে তালিকাভুক্ত করুন।

এবার লঘিষ্ঠ অবস্থানের শর্তগুলির যে কোন একটিকে পর্যবেক্ষণ করলে আমরা দেখছি দুটি গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের মধ্যে N-1 লঘিষ্ঠ অবস্থান বর্তমান। যে কোন দুটি পরপর লঘিষ্ঠ অবস্থানের ফারাক $\frac{\lambda}{N}$। অতএব যদি n তম ক্রমের গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ বিবেচনা করি তবে

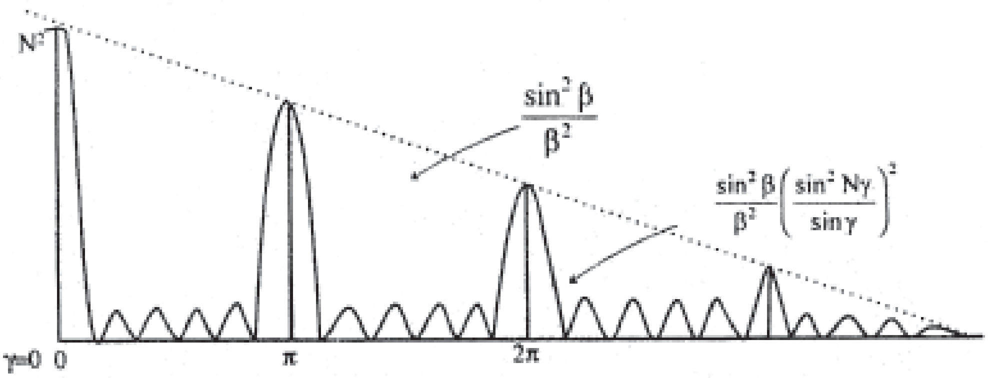
$$\left.\begin{array}{l} d\sin\theta_{max} = n\lambda \\ \text{এর দুই পাশে লঘিষ্ঠ অবস্থান হবে} \\ d\sin\theta_{min} = n\lambda \pm \dfrac{\lambda}{N} \end{array}\right\} \qquad \text{..............(7.27)}$$

যেহেতু দুটি মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের মধ্যে N-1 লঘিষ্ঠ অবস্থান আছে, অতএব এদের যে কোন পরপর দুটো অবস্থানের মধ্যে একটা করে গরিষ্ঠ উজ্জ্বলতা বর্তমান। এইসব গরিষ্ঠগুলিকে বলে গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ। N-1 লঘিষ্ঠ অবস্থানের মধ্যে, অতএব, N-2 গৌণ গরিষ্ঠ থাকবে। অর্থাৎ পর পর দুটো মুখ্য গরিষ্ঠের মধ্যে N-2 গৌণ গরিষ্ঠ বর্তমান। অতএব যদি আমাদের ব্যবর্তন পর্দায় সমান্তরাল স্লিটের সংখ্যা হয় 10 টা তবে যে কোন পর পর দুটো মুখ্য গরিষ্ঠের মধ্যে ৪টা গৌণ গরিষ্ঠ পাওয়া যাবে। কেন্দ্রীয় মুখ্য গরিষ্ঠের একদিকে তৃতীয় ক্রম পর্যন্ত মুখ্য গরিষ্ঠ চিত্র 7.19 এ দেখানো হল। দেখুন যে দুটো পর পর মুখ্য গরিষ্ঠের মধ্যে 9টা লঘিষ্ঠ অবস্থান ও 8টা গৌণ গরিষ্ঠ বর্তমান।



চিত্র 7.19: মুখ্য ও গৌণ গরিষ্ঠ, 10 টি স্লিট।

যখন চিত্র 7.19 প্রদর্শিত ব্যতিচারে নকশাটিকে একক স্লিটের ব্যবর্তন তীব্রতা বণ্টন রাশি $\sin^2\beta/\beta^2$ এর নিয়ন্ত্রণে আনা হয় তখন লব্ধি তীব্রতা বণ্টন চিত্র হবে চিত্র 7.20 এর মত।



চিত্র 7.20: 6টি স্লিটে অপবর্তন, $\alpha = 4b$

মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের কৌণিক অর্ধ-বেধ (Angular half-width)

আমরা দেখেছি n-তম ক্রমের মুখ্য গরিষ্ঠের ব্যবর্তন কোণ θ_{max} হলে (সমীকরণ 7.27)

$$d \sin\theta_{max} = n\lambda$$

আবার এর দুইপাশের লঘিষ্ঠের অবস্থানের ব্যবর্তন কোণ θ_{min} হলে

$$d \sin\theta_{min} = n\lambda \pm \frac{\lambda}{N}$$

$\theta_{max} \sim \theta_{min}$ রাশিটিকে বলে মুখ্য গরিষ্ঠের কৌণিক অর্ধবেধ $\Delta\theta_{max}$

$$\therefore \theta_{max} \pm \Delta\theta_{max} = \theta_{min}$$

$$\Rightarrow d \sin(\theta_{max} \pm \Delta\theta_{max}) = n\lambda \pm \frac{\lambda}{N}$$

এখন বামপক্ষ $= d\{\sin\theta_{max} \cos\Delta\theta_{max} \pm \cos\theta_{max} \sin\Delta\theta_{max}\}$

$$= d\{\sin\theta_{max} \pm \Delta\theta_{max} \cos\theta_{max}\}$$

$$= n\lambda \pm d(\Delta\theta_{max} \cos\theta_{max})$$

$$\therefore Id(\Delta\theta_{max} \cos\theta_{max}) = \pm\frac{\lambda}{N}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_{max} = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_{max}} \qquad \text{..............(7.28)}$$

খুব সহজেই বুঝতে পারা যায় অর্ধবেধ $\Delta\theta$, N বৃদ্ধির সংগে হ্রাস পাবে। অর্থাৎ মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের তীব্রতার অঞ্চল তীক্ষ্ণ হবে, সরু হবে।

উদাহরণ 7 : একটি 3 স্লিটের ফ্রনহফার নকশায় গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের আপেক্ষিক উজ্জ্বলতা নির্ণয় করুন। তীব্রতা বণ্টনের লেখচিত্র অঙ্কন করুন যখন a=2b

সমাধান : N স্লিটের ব্যবর্তন তরঙ্গের তীব্রতা বণ্টনের রাশিমালা $I(\theta) = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}\right)^2$

যেখানে $\beta = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$ এবং $\gamma = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$

$d = a + b$, $b =$ স্লিট বেধ, $a =$ স্লিট ব্যবধান

যখন $\theta = 0$, $\frac{\sin\beta}{\beta} = 1$ এবং $\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma} = \pm N$

$$\therefore I(o) = I_0 \times 1 \times N^2 \text{ বা } I_o = \frac{I(O)}{N^2}$$

$$\therefore I(\theta) = \frac{I(O)}{N^2}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}\right)^2$$

এখন N=3 হলে লঘিষ্ঠ অবস্থান N-1=2 এবং গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ N-2=1 টি। লঘিষ্ঠ অবস্থানের শর্ত $\gamma = \frac{p\pi}{N}$, $p \neq mN$, $m = 1,2,3\ldots$ অতএব গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থান $\frac{p\pi}{N}$ এবং $\frac{(p+1)\pi}{N}$ এই দুই লঘিষ্ঠ অবস্থানের মাঝামাঝি $= \frac{\frac{p\pi}{N} + \frac{(p+1)\pi}{N}}{2} = \frac{(2p+1)\pi}{2N}$ যেহেতু একটাই গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ, অতএব $p = 1$ এবং গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের জন্য $\gamma = \frac{3\pi}{2N} = \frac{\pi}{2}$, $N = 3$

$$\therefore I(\theta) = \frac{I(O)}{3^2}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \times \left(\frac{\sin 3 \times \frac{\pi}{2}}{\sin\frac{\pi}{2}}\right)^2$$

$$= \frac{I(O)}{9}\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$

এখন $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2} = 1$ বলে $\frac{I(\theta)}{I(O)} = \frac{1}{9}$

আবার $a = 2b$

আমরা লিখতে পারি $\beta = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta \approx \frac{\pi b}{\lambda}\theta$

এবং $\gamma = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda} \approx \frac{\pi d}{\lambda}\theta = \frac{\pi}{\lambda}(a+b)d = \frac{3\pi}{\lambda}b\theta$

β	O	π	$\pi/2$
θ	O	$\frac{\lambda}{b}$	$\frac{\lambda}{2b}=\frac{\lambda}{a}$

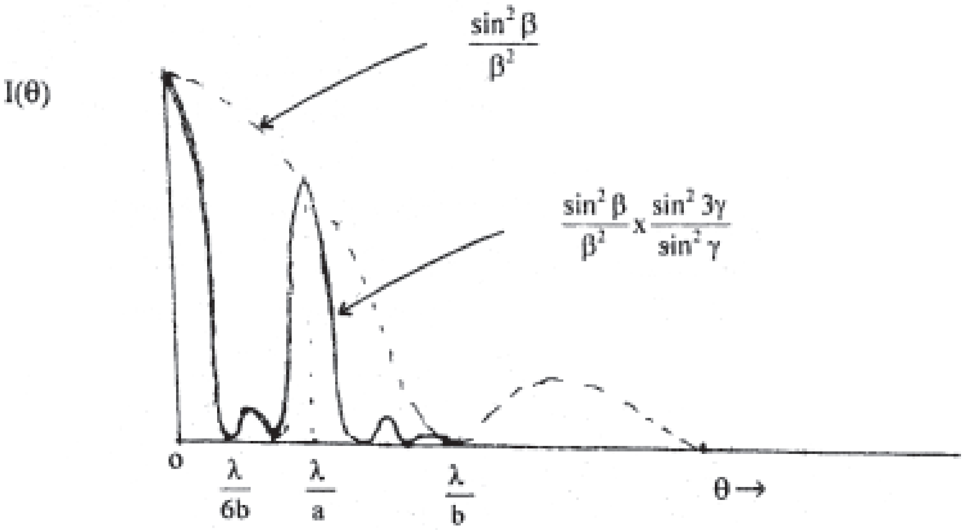
$\therefore$

$\frac{\sin\beta}{\beta}$	1	O	$2/\pi$
β	O	π	$\pi/2$

γ	O	3π	$3\pi/2$	π	$\pi/2$
θ	O	$\frac{\lambda}{b}$	$\frac{\lambda}{2b}=\frac{\lambda}{a}$	$\frac{\lambda}{3b}$	$\frac{\lambda}{6b}$

$\therefore$

$\frac{\sin 3\gamma}{\sin\gamma}$	1	1	+1	1	+1
γ	O	3π ×	$\frac{3\pi}{2}$	π ×	$\pi/2$



চিত্র 7.21 : 3 স্লিটের ব্যবর্তন নকশার তীব্রতা বন্টন যখন $a = 2b$

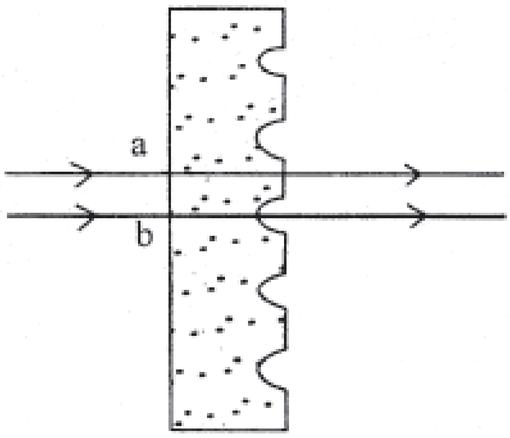
7.7 ব্যবর্তন গ্রেটিং (Diffraction Grating)

ব্যবর্তন পর্দার উপর পর্যায় ক্রমিকভাবে যদি ব্যবর্তন উপাদান সমূহ (হয় উন্মেষ বা প্রতিবন্ধক)এমনভাবে বিন্যস্ত থাকে যে ওরা ব্যবর্তিত তরঙ্গে দশার বা বিস্তারের বা উভয়ের পর্যায়-ক্রমিক পরিবর্তন ঘটায় তবে এই ব্যবস্থাকে বলে ব্যবর্তন গ্রেটিং।

বহু সংখ্যক সমান্তরাল রৈখিক স্লিটযুক্ত ব্যবর্তন পর্দা এরূপ ব্যবর্তন গ্রেটিং-এর একটি দৃষ্টান্ত। আমরা দেখেছি d ব্যবধানে অবস্থিত স্লিটগুলি পরস্পরের মধ্যে $\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$ দশা পার্থক্য সৃষ্টি করে পর্যায়ক্রমে। প্রাচীনতম ব্যবর্তন গ্রেটিং তৈরি করেন যোসেফ ভন ফ্রনহফার। তিনি সমান্তরালভাবে দুটি স্ক্রুকে আটকে ওদের খাঁজে খাঁজে সরু রৌপ্যতার পেঁচিয়ে সমান্তরাল তারের ঝাঝরি বা গ্রেটিং তৈরি করেন। স্ক্রুর পাশাপাশি খাঁজের দূরত্ব দুই পাশাপাশি তারের মধ্যের স্লিটের উন্মেষের বেধ। ফ্রন হফারের এই গ্রেটিং-এ প্রতি সেন্টিমিটারে প্রায় 200 স্লিট ছিল। ফ্রনহফার কেবলমাত্র গ্রেটিং তৈরির প্রযুক্তির পথ-প্রদর্শক নন, তিনি গ্রেটিং এর তাত্ত্বিক বিশ্লেষণও করেন। কিন্তু এখন আর এই

পদ্ধতিতে গ্রেটিং তৈরি করা হয় না। কারণ গ্রেটিং-এর সাহায্যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায়। আর এজন্য প্রতি সেন্টিমিটারে গ্রেটিং-এর স্লিট বা প্রতিবন্ধক সংখ্যা 5000 এরও বেশি হওয়া প্রয়োজন।

আমরা লক্ষ্য করি যে ফ্রনহফারের গ্রেটিং-এ অতিক্রমকারী আলোক তরঙ্গের বিস্তারের একটা পর্যায়ক্রমিক পরিবর্তন ঘটে। দুই তারের মধ্যবর্তী উন্মেষে বিস্তার সর্বাধিক। কিন্তু তারের অনচ্ছ প্রতিবন্ধকে এই বিস্তার শূন্য। অতএব এতে ব্যবর্তিত তরঙ্গের বিস্তার মডুলেশন (Amplitude modulation) ঘটে বা বিস্তারকে ছেঁটে মুড়ে দেয়। এই শ্রেণির গ্রেটিংকে বলে উত্তরণ বিস্তার গ্রেটিং (transmission amplitude grating) বা পারগমন বিস্তার গ্রেটিং।



চিত্র 7.22 : উত্তরণ দশা গ্রেটিং

দ্বিতীয় আর এক প্রকার গ্রেটিং অতি উত্তম এক প্রযুক্তির সাহায্যে তৈরি করা হয়। দাগ কাটার জন্য এক ধরণের সূক্ষ্ম ইঞ্জিন আছে — নাম তার রুলিং ইঞ্জিন (ruling engine)। এই ইঞ্জিনের সাহায্যে কোন কাচ বা ধাতব পাতের উপর সমান্তরাল ভাবে দাগ কাটা হয়। আঁরি অগাস্তাস রোলাঁ (Henry Augustus Rowland) (1848-1901) এই পদ্ধতিতে সর্বপ্রথম সমতল ও অবতল গ্রেটিং প্রস্তুত করেন। তাঁর প্রস্তুত করা গ্রেটিং-এ প্রতি সেন্টিমিটারে 5000 দাগ কাটা হয়েছিল। এই গ্রেটিংকে বলে মূল গ্রেটিং (master grating), এর থেকে নকল গ্রেটিং বা রেপ্লিকা গ্রেটিং (Replica grating) প্রস্তুত করা হয়। মূল গ্রেটিং-এর উপর কলোডিয়ন দ্রবণ (collodion solution — ছবি তোলার ফিল্মের উপর পাতলা পর্দার স্তর গঠনে ব্যবহৃত হয়) ঢেলে শুকিয়ে ফেলা হয়। তারপর কলোডিয়নের পাতলা পর্দাটাকে তুলে নিয়ে কোন কাচের বা স্বচ্ছ মাধ্যমের পাতের উপর আটকে দেয়া হয়। একে বলে নকল গ্রেটিং বা রেপ্লিকা। এই রেপ্লিকা গ্রেটিং মূল গ্রেটিং-এর মতই সমান কার্যকরী। বর্তমানে হলো গ্রাফ পদ্ধতিতে যে গ্রেটিং বানানো হয় তার প্রতি সেন্টিমিটারে এমন কি 50,000 পর্যন্ত দাগ থাকে।

এরূপ একটি মূল বা রেপ্লিকা গ্রেটিং-এর তলের এবং দাগের অভিলম্ব প্রস্থচ্ছেদ চিত্র 7.22-এ অতি বিবর্ধিত আকারে দেখানো হয়েছে। a-রশ্মি ও b-রশ্মির মধ্যে আপাতনের পূর্বে কোন দশা-পার্থক্য না থাকলেও গ্রেটিং থেকে নির্গমনের পর দশাপার্থক্য সৃষ্টি হয়। দাগের অভিলম্বে যদি যাওয়া যায় তবে আলোক রশ্মিগুলির বিস্তারের কোন পরিবর্তন হবে না, বা এই পার্থক্য নিতান্তই নগণ্য।

অতএব রোলাঁর গ্রেটিং উত্তরণ দশা গ্রেটিং। আবার আমরা ভাবতে পারি যে দাগের থেকে যে আলো নির্গত হবে তা হবে বিচ্ছুরিত আলো। অতএব আমরা বহুসংখ্যক একই দশার সমান্তরাল আলোক উৎস পাবো। অন্যদিকে

দুই দাগের মধ্যবর্তী অঞ্চল থেকে নির্গত আলোক আর একগুচ্ছ সমান্তরাল আলোক উৎস সৃষ্টি করবে। দুই শ্রেণির উৎসের মধ্যে দশা-পার্থক্য বর্তমান।

গ্রেটিং-এর বৈশিষ্ট্য

বহুসংখ্যক স্লিটযুক্ত ব্যবর্তন পর্দার যে গ্রেটিং তার ব্যবর্তন নকশার মুখ্য গরিষ্ঠের অবস্থান পাওয়া যায়

$$d\sin\theta = n\lambda,\ n = 0,1,2\ldots$$

সমীকরণ থেকে। কোন বিশেষ ক্রমের $(n = 1,2\ldots)$ ক্ষেত্রে θ এর মান λ-এর উপর নির্ভর করে, কিন্তু এই মুখ্য গরিষ্ঠটির বেধ $\Delta\theta$ বেশি হলে ব্যবর্তন কোণ θ-এর মান সুক্ষ্মভাবে পরিমাপ করা যায় না। তেমন ক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ-এর পরিমাপে ভুল থাকবে। আমরা জানি

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

স্পষ্টতই স্লিট সংখ্যা Nকে বাড়িয়ে $\Delta\theta$কে এত ছোট করা সম্ভব যে গৌণ মুখ্য গরিষ্ঠটি একটা রেখায় পরিণত হবে। একে তখন বলে বর্ণালিরেখা এবং গ্রেটিং-এর ব্যবর্তনজাত নকশাকে বলে গ্রেটিং বর্ণালি (grating spectrum)। অতএব গ্রেটিং-এর সঙ্গে বহু সংখ্যক স্লিটযুক্ত ব্যবর্তন পর্দার পার্থক্য হল এই যে গ্রেটিং-এর ব্যবর্তন উপাদানের (স্লিট বা প্রতিবন্ধক) সংখ্যা তুলনামূলক ভাবে এত বেশি হবে যে λ পরিমাপে ত্রুটি থাকবে না। এই সংখ্যা প্রতি ইঞ্চি তে $\sim 15{,}000$ বা তার বেশি হওয়া আবশ্যক।

আবার ক্রম n এর মান বেশি পেতে গেলে d এর মান অর্থাৎ $\frac{1}{N}$ অনেক কম হওয়া দরকার। তেমন ক্ষেত্রে বিভিন্ন ক্রমের ব্যবর্তন কোণ পরিমাপ দ্বারা একই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যকে বারবার পরিমাপ করে পরিমাপগত ত্রুটি কমানো যায়। এছাড়াও প্রতিফলন গ্রেটিং ব্যবহৃত হয়। ধাতব পাতের উপর পুর্বোক্ত পদ্ধতিতে ঘন সন্নিবদ্ধ সমান্তরাল দাগ কেটে প্রতিফলন গ্রেটিং প্রস্তুতি করা হয়। এদের বলে প্রতিফলন দশা গ্রেটিং।

7.7.1 বর্ণালী গঠন

যেহেতু একটি গ্রেটিং কার্যত বহুসংখ্যক সমান্তরাল রৈখিক স্লিটের সমাহার তাই গ্রেটিং-এর ব্যবর্তন নকশায় মুখ্য গরিষ্ঠ-সমূহের অবস্থানের সমীকরণ হবে (যখন আপতিত রশ্মি গ্রেটিং তলে লম্ব)

$$d\sin\theta = n\lambda,\ n = 0,\pm1,\pm2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(7.29)$$

সমীকরণ (7.29) কে বলে গ্রেটিং সমীকরণ। ইতিপূর্বে এই সমীকরণ সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে। আমরা আবার লক্ষ্য করব, ব্যবর্তন কোণ θ, ক্রম সংখ্যা n এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এর উপর নির্ভর করে। যখন n=0, তখন λ যাই হোক θ=0 হবে। একে বলে কেন্দ্রীয় মুখ্য গরিষ্ঠের অবস্থান। আমরা যদি সাদা আলোর উৎস ব্যবহার করি তবে $n \neq 0$ হলে, θ এর মান λ-এর উপর নির্ভর করবে। অর্থাৎ বিভিন্ন বর্ণের আলোর ব্যবর্তন কোণ বিভিন্ন হবে। অতএব ব্যবর্তন নকশায় বিভিন্ন বর্ণের উজ্জ্বল রেখা (যদি উৎস রৈখিক হয়) পাওয়া যাবে। এদের সমষ্টিগতভাবে বলে গ্রেটিং বর্ণালি।

অতএব যদি d জানা থাকে তবে ক্রমসংখ্যা জেনে ও θ পরিমাপ করে আমরা λ এর মান নির্ণয় করতে পারি। প্রথমত কোন জানা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোক উৎস ব্যবহার করে আমরা সমীকরণ (7.29) এর সাহায্যে d পরিমাপ করতে পারি। আবার d মাপা গেলে প্রতি সেন্টিমিটারে গ্রেটিং-এ কতগুলো দাগকাটা আছে তাও পরিমাপ করা যায়

$$N = \frac{1}{d}$$

এই সমীকরণ দ্বারা। আবার সমীকরণ (7.29) থেকে অবকলন করে পাওয়া যায়

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{n}{d\cos\theta} \qquad \text{...............(7.30)}$$

$$= \frac{Nn}{\cos\theta} \qquad \text{...............(7.31)}$$

যদি θ খুবই ক্ষুদ্র হয়, তবে $\cos\theta \simeq 1$ এবং নির্দিষ্ট $\Delta\lambda$ এর জন্য $\Delta\theta \propto n$। আবার কোন বিশেষ ক্রমে (অর্থাৎ n ধ্রুবক) $\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$ = ধ্রুবক। অর্থাৎ দুটি বর্ণালি রেখার মধ্যে যে কৌণিক দূরত্ব তা ঐ দুই রেখার তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্যের সমানুপাতী। যেখানে বর্ণালি রেখাগুলির কৌণিক দূরত্ব তাদের সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্যের সমানুপাতী হয় সেই শ্রেণির বর্ণালিকে বলে স্বাভাবিক বর্ণালি (Normal spectrum, এখানে $\theta \simeq 0$ হওয়ায় ব্যবর্তন তরঙ্গ পর্যবেক্ষণ পর্দায় অভিলম্ব ভাবে আগমন করে)। যেহেতু

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = Nn$$

অতএব $\Delta\lambda$ ছোট হলেও যদি N বড় হয় তবে $\Delta\theta$ পরিমাপযোগ্য হবে। আবার যদি θ বড় হয় তবে দেখানো সম্ভব যে বর্ণালির লাল প্রান্তে (red end) $\Delta\theta$ তুলনামূলক ভাবে বেশি হবে।

সমীকরণ (7.29) থেকে আমরা আরো দেখতে পাই যে একই ক্রমে লাল বর্ণের আলোর ব্যবর্তন কোণ θ_r বেগুনি বর্ণের ব্যবর্তন কোণ θ_v থেকে বেশি হবে, কারণ $\lambda_r > \lambda_v$ । কিন্তু দুটো ভিন্ন ক্রমের ক্ষেত্রে λ_v এর ব্যবর্তন কোণ λ_r -এর ব্যবর্তন কোণ অপেক্ষা বেশি হতে পারে। কারণ

$$d\sin\theta_{1r} = n_1\lambda_r$$

$$d\sin\theta_{2v} = n_2\lambda_v$$

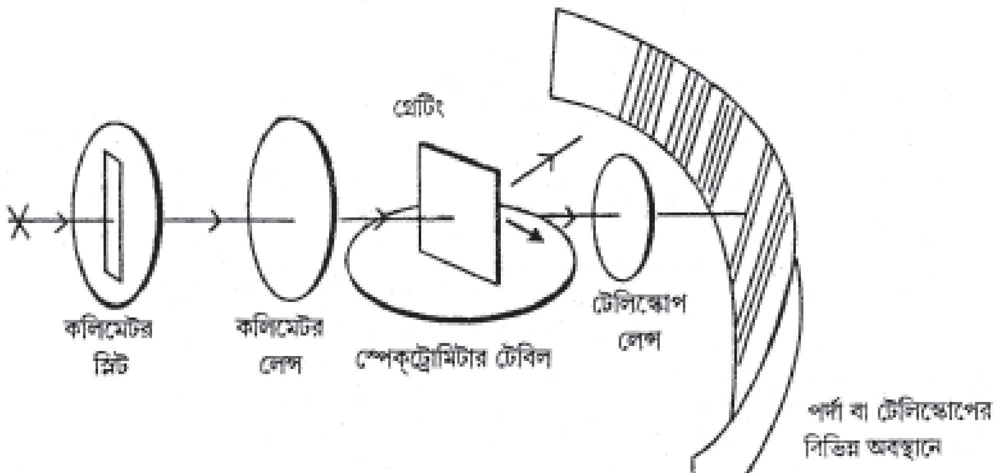
অতএব যদি $n_2\lambda_v > n_1\lambda_r$ হয় তবে θ_{1r} (n_1 ক্রমের লাল বর্ণালি রেখার ব্যবর্তন কোণ) θ_{2v} (n_2 ক্রমের বেগুনি বর্ণালি রেখার ব্যবর্তন কোণ) বৃহত্তর হবে। এরূপ ক্ষেত্রে n_1 ক্রমের বর্ণালির পাল্লা শেষ হওয়ার পূর্বেই n_2 ক্রমের বর্ণালি শুরু হয়ে যাবে। একে বলে বর্ণালির অধিক্রমণ (overlapping of spectra)।

সংক্ষিপ্ত উত্তর ধর্মী প্রশ্ন 5

দেখান যে বর্ণালির লাল প্রান্তে বিচ্ছুরণ বেশি।

7.7.2 গ্রেটিং বর্ণালির পরীক্ষা-ব্যবস্থা

গ্রেটিং-এর বর্ণালির গঠন সম্পর্কে পূর্বানুচ্ছেদে বলা হয়েছে। এই বর্ণালিকে দেখা এবং আলোচিত সিদ্ধান্ত সমূহকে পরীক্ষামূলকভাবে প্রমাণ করা যাবে কীভাবে? যুগ্ম বা একক স্লিটের পরীক্ষার মতই এখানেও আমাদের দরকার একটা স্পেকট্রোমিটার। পরীক্ষাগারে বিন্দু উৎসের পরিবর্তে রৈখিক স্লিট-উৎস ব্যবহার করা হয়। কলিমেটর লেন্সের ফোকাসে রাখা হয় এই স্লিট-উৎসকে। কলিমেটর লেন্স থেকে তৈরি সমতল তরঙ্গ (বা সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ) স্পেকট্রোমিটার টেবিলে রাখা গ্রেটিংতলের উপর লম্বভাবে আপতিত হয়। গ্রেটিং তলকে টেবিলতলের উপর উল্লম্বভাবে রাখা হয় এবং গ্রেটিংয়ের উপর কাটা দাগগুলিকে স্লিট উৎসের সমান্তরাল করা হয়। ব্যবর্তিত তরঙ্গ দূরবীক্ষণের লেন্সের ভিতর দিয়ে গেলে ওর ফোকাস তলে (অর্থাৎ অভিনেত্রের ক্রশ তারের উপর) গ্রেটিং বর্ণালি গঠিত হয়। চিত্র 7.23টিতে উপরে বলা ব্যবস্থাটির একটা ছক দেখানো হয়েছে।



চিত্র 7.23: গ্রেটিং বর্ণালি গঠনের ছক।

অভিনেত্রে চোখ রেখে দূরবীক্ষণের কলিমেটর অক্ষের দুপাশে সরাতে থাকলে আমরা যা দেখতে পাব তা হল

1. কলিমেটর অক্ষ বরাবর স্লিট যে আলোকে আলোকিত সেই আলোকে গঠিত স্লিটের প্রতিবিম্ব দেখা যাবে। এটাই হল কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ (central or zeroth maximum)।

2. এই কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠের উভয় পার্শ্বে বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি দেখা যাবে। উভয় পার্শ্বের বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি শুরু হবে লাল রেখাচিত্রে (red line) এবং শেষ হবে বেগুনি রেখাচিত্রে (violet line)। যদি উৎসাগত আলোকে উভয় বর্ণের তরঙ্গ বর্তমান থাকে।

3. দুটি বা বড়জোর তিনটি ক্রমের বর্ণালি দেখা যাবে। আমরা জানি গ্রেটিং-এর দাগসংখ্যার উপর ক্রম সংখ্যা নির্ভর করে।

4. সাধারণত: দ্বিতীয় ও তৃতীয় ক্রমের অধিক্রমণ (overlapping) ঘটে থাকে।

5. বিভিন্ন বর্ণের বর্ণালি রেখা এবং এক বর্ণের কিন্তু বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি রেখার উজ্জ্বলতা সমান নয়।

দৃষ্টান্তমূলক সংখ্যাভিত্তিক সমস্যা

উদাহরণ ৪ একটি উত্তরণ গ্রেটি-এর উপর সাদা আলো লম্বভাবে আপতিত হল। যদি এতে প্রতিসেন্টিমিটারে 1000 দাগ কাটা থাকে তবে প্রথম ক্রমের লাল আলো ($\lambda = 6.5 \times 10^{-5}$ সেমি) কত কোণে ব্যবর্তিত হবে?

আমরা জানি গ্রেটিং সমীকরণ

$$d\sin\theta = n\lambda$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{n\lambda}{d} = nN\lambda$$

$$\therefore \theta = \sin^{-1}(nN\lambda)$$

এখানে $n = 1,\ N = 1000,\ \lambda = 6.5 \times 10^{-5}$

$$\therefore \theta = \sin^{-1}\left(1000 \times 6.5 \times 10^{-5}\right)$$

$$= \sin^{-1}.065 = 3.73^0$$

উদাহরণ 9 : প্রতি সেন্টিমিটারে 12000 দাগের গ্রেটিং-এর উপর $4 \times 10^{14}\,\text{Hz}$ কম্পাঙ্কের আলো আপতিত হলে গ্রেটিং বর্ণালির সর্বোচ্চ ক্রম কত হবে?

আমরা জানি $d\sin\theta = n\lambda$

$$\therefore \sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\therefore \frac{n\lambda}{d} \le 1 \text{ হবে}$$

$$\text{বা } n \le \frac{d}{\lambda}$$

এখানে $d = \frac{1}{N} = \frac{1}{12 \times 10^{-3}}, \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^{10}}{4 \times 10^{14}} = 0.75 \times 10^{-4}$

$$\therefore n \le \frac{1}{12 \times 10^3 \times .75 \times 10^{-4}} \Rightarrow n \le 1.11$$

যেহেতু n পূর্ণসংখ্যা হবে, অতএব কেবলমাত্র প্রথম ক্রমের বর্ণালি দৃশ্যমান হবে।

উদাহরণ 10: প্রতি সেন্টিমিটারে 6000 রেখাযুক্ত একটি গ্রেটিং-এর উপর সাদা আলো লম্বভাবে আপতিত হল। গঠিত গ্রেটিং বর্ণালি ক্রম সংখ্যা কত দৃষ্ট হবে? বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালির অধিক্রমণ ঘটবে কি? যদি সন্নিকটবর্তী দ্বিতীয়ক্রমের দুটি রেখা বর্ণালির তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য হয় $6\mathring{A}$ তবে তাদের কৌণিক বিভাজন কত? প্রদত্ত আছে যে $\lambda_v = 4\times10^{-5}$ সে, $\lambda_r = 7\times10^{-5}$ সে. এবং সন্নিকটবর্তী দুই রেখার ক্ষুদ্রতরটির দৈর্ঘ্য $= 6\times10^{-5}$ সেমি।

সমাধান: আমরা জানি $\quad d\sin\theta = n\lambda$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{n\lambda}{d} = nN\lambda \le 1$$

$$\therefore n \le \frac{1}{N\lambda}$$

স্পষ্টতই বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে দৃষ্ট সর্বোচ্চক্রম সংখ্যা বিভিন্ন হবে। λ_v ও λ_r এর ক্ষেত্রে সর্বোচ্চক্রম গণনা করা যাক।

$$\frac{1}{N\lambda_r} = \frac{1}{6000\times7\times10^{-5}} = \frac{100}{42} = \frac{50}{21} = 2.38$$

$$\frac{1}{N\lambda_v} = \frac{1}{6000\times4\times10^{-5}} = \frac{100}{24} = \frac{25}{6} = 4.16$$

অতএব লাল রেখা বর্ণালি 2 ক্রম ও বেগুনি রেখা বর্ণালি 4 ক্রম পর্যন্ত দৃষ্ট হবে।

যখন n ক্রমের লাল আলোকের ব্যবর্তন কোণ θ_{nr} $n+1$ ক্রমের বেগুনি আলোর ব্যবর্তন কোণ θ_{n+1_v} অপেক্ষা বেশি হবে তখনই অধিক্রমণ ঘটবে। অর্থাৎ $\theta_{nr} > \theta_{n+1\,v}$ হলে অধিক্রমণ হবে।

$$\sin\theta_n = \frac{n\lambda}{d} = Nn\lambda$$

$$\theta_n = \sin^{-1}(Nn\lambda)$$

$$\theta_{1r} = \sin^{-1}(N\times1\times\lambda_r) = \sin^{-1}\left(6000\times7\times10^{-5}\right) = \sin^{-1}0.42$$

$$\theta_{2v} = \sin^{-1}(N\times2\times\lambda_v) = \sin^{-1}\left(6000\times2\times4\times10^{-5}\right) = \sin^{-1}0.48$$

$\therefore \theta_{1r} < \theta_{2v}$, অতএব অধিক্রমন হয়নি।

$$\theta_{2r} = \sin^{-1}\left(2\times6000\times7\times10^{-5}\right) = \sin^{-1}.84$$

$$\theta_{3v} = \sin^{-1}\left(3\times6000\times4\times10^{-5}\right) = \sin^{-1}0.72$$

$$\therefore \theta_{2r} > \theta_{3v}$$

অর্থাৎ দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালি লাল রেখায় শেষ হওয়ার পূর্বেই তৃতীয় ক্রমের বর্ণালি বেগুনি রেখায় শুরু হবে।

$$d\sin\theta = n\lambda$$

$$\therefore d\cos\theta\,\Delta\theta = n\Delta\lambda$$

বা $$\Delta\theta = \frac{n\Delta\lambda}{d\cos\theta} = \frac{nN\Delta\lambda}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} = \frac{nN\Delta\lambda}{\sqrt{1-\frac{n^2\lambda^2}{d^2}}}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{nN\Delta\lambda}{\sqrt{1-(nN\lambda)^2}}$$

এখানে $n = 2, \lambda = 6\times10^{-5}$ সেমি $N = 6000, \Delta\lambda = 6\times10^{-8}$ সেমি

$$\therefore \Delta\theta = \frac{2\times6000\times6\times10^{-8}}{\sqrt{1-\left(2\times6000\times6\times10^{-5}\right)^2}}$$

$$= \frac{72\times10^{-5}}{\sqrt{1-(.72)^2}} = 0.00104$$ রেডিয়ান

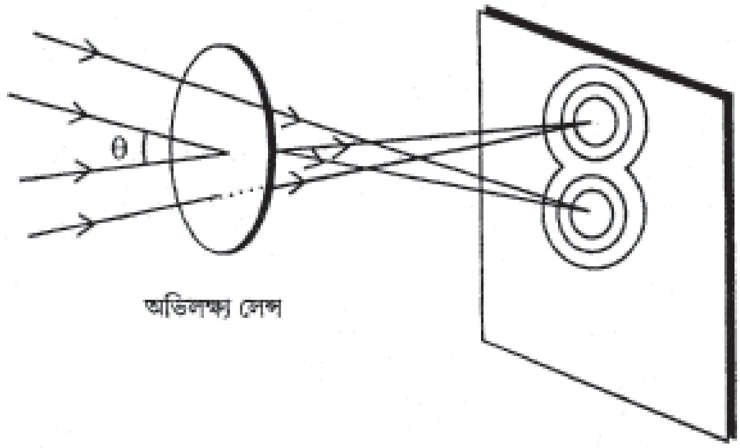
$$= 3.58$$ মিনিট

7.8 আলোক যন্ত্রের প্রতিবিম্ব গঠন এবং ব্যবর্তন

জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞান থেকে আমরা জানি যদি যন্ত্রের লেন্স ব্যবস্থা ত্রুটিমুক্ত হয় তবে সেটিএকটি বিন্দু উৎসের বিন্দুবৎ প্রতিবিম্ব গঠন করবে। বাস্তবে কিন্তু এরকম ঘটে না। একটি উত্তমরূপে ত্রুটিমুক্ত লেন্স ব্যবস্থার দূরবীক্ষণে একটি বিন্দু উৎসের (যেমন কোন নক্ষত্র যাকে বিন্দু-উৎস রূপে বাস্তবে বিবেচনা করা চলে) যে প্রতিবিম্ব গঠন করে তা কার্যত একটি বৃত্তাকার পাত রূপে দেখা যায়। প্রকৃতপক্ষে এই প্রতিবিম্ব আমাদের পূর্ব পরিচিত এয়ারি নকশা (7.4 অনুচ্ছেদ) (Fringed Airy Disc)। আমরা 7.4 অনুচ্ছেদে ব্যবর্তন পর্দায় বৃত্তাকার উন্মেষ ব্যবহার করে নিরীক্ষা পর্দায় এই এয়ারি নকশা দেখেছি। কিন্তু প্রশ্ন হল দূরবীক্ষণের পর্দায় কেন গঠিত হল এয়ারি নকশা? এই প্রশ্নের জবাব আপনারা সহজেই পেতে পারেন দূরবীক্ষণে প্রতিবিম্ব গঠন প্রক্রিয়ার সঙ্গে ব্যবর্তন পর্দায় বৃত্তাকার উন্মেষের ব্যবর্তন প্রক্রিয়ার তুলনা করে। এখানে উৎস নক্ষত্র বহুদূরে, কার্যত অসীমে। দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্য লেন্স ব্যবর্তন পর্দার বৃত্তাকার উন্মেষ। স্পষ্টতই দূরবীক্ষণের অভিনেত্র ক্ষেত্রে দূরবর্তী নক্ষত্রের যে প্রতিবিম্ব গঠিত হবে তা হবে একটি এয়ারি নকশা। অর্থাৎ কেন্দ্রস্থ উজ্জ্বল বৃত্তাকার পাত যার উজ্জ্বলতা ধীরে ধীরে প্রান্তের দিকে কমে যায়। একে ঘিরে থাকে ক্রমহ্রাসমান উজ্জ্বলতার একাধিক বলয়। এই বলয়গুলিও প্রান্তের দিকে ক্রম বিলীয়মান। কিন্তু বলয়গুলির মধ্যবর্তী অঞ্চলে থাকে শূন্য তীব্রতার একটি বলয়। বাইরের বৃত্তাকার ফ্রিঞ্জের উজ্জ্বলতা এত কম যে আমরা কেন্দ্রীয় বৃত্তাকার উজ্জ্বলপাতকে দূরনক্ষত্রের প্রতিবিম্ব রূপে বিবেচনা করতে পারি।

প্রশ্ন হল — বিন্দুবৎ উৎসের বিন্দু প্রতিবিম্ব কি সম্ভব নয়? এ প্রশ্নের উত্তর আলোচনার আগে আমরা মনে করব, এয়ারি নকশার কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল পাতের কৌণিক ব্যাসার্ধ হল $\frac{1.22\lambda}{D}$, যেখানে λ = তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং D = অপবর্তন উন্মেষের ব্যাস। এক্ষেত্রেও নক্ষত্রের প্রতিবিম্বের কৌণিক ব্যাসার্ধ হবে $\frac{1.22\lambda}{D}$। তবে এক্ষেত্রে λ = নক্ষত্র থেকে আগত আলোকের সর্বাধিক কার্যকর বর্ণের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং D = দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্য লেন্সের ব্যাস। অতএব প্রতিবিম্বের ব্যাস $\left(2\times\frac{1.22\lambda}{D}\right)$ দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ব্যাসের উপর নির্ভর করে। অভিলক্ষ্যের উন্মেষ ছোট হলে প্রতিবিম্বর ব্যাস বাড়বে এবং উন্মেষ বড় হলে প্রতিবিম্বের ব্যাস কমবে কিন্তু যেহেতু কোন ত্রুটিহীন লেন্স ব্যবস্থার ব্যাসের মান সীমিত, তাই কখনই বিন্দুবৎ প্রতিবিম্ব তৈরি হবে না। অনুবীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষেত্রেও এই একই যুক্তি প্রযোজ্য। অর্থাৎ ব্যবর্তনের জন্য কোন আলোকযন্ত্রের পক্ষে বিন্দুর মত প্রতিবিম্ব তৈরি করা সম্ভব নয়।

এই যে কোন আলোকযন্ত্র কোন বিন্দু উৎসের বিন্দু প্রতিবিম্ব গঠন করতে পারে না এর অন্য গুরুত্বও আছে। যদি দুটো বিন্দু উৎস পরস্পরের খুব কাছাকাছি হয় তবে দূর থেকে তাদের আলাদাভাবে বুঝতে পারা যায় না। আবার দূরবীক্ষণে তাদের প্রতিবিম্ব ছড়িয়ে পড়ায় প্রতিবিম্ব দুটিকে আলাদাভাবে নাও বোঝা যেতে পারে যেহেতু

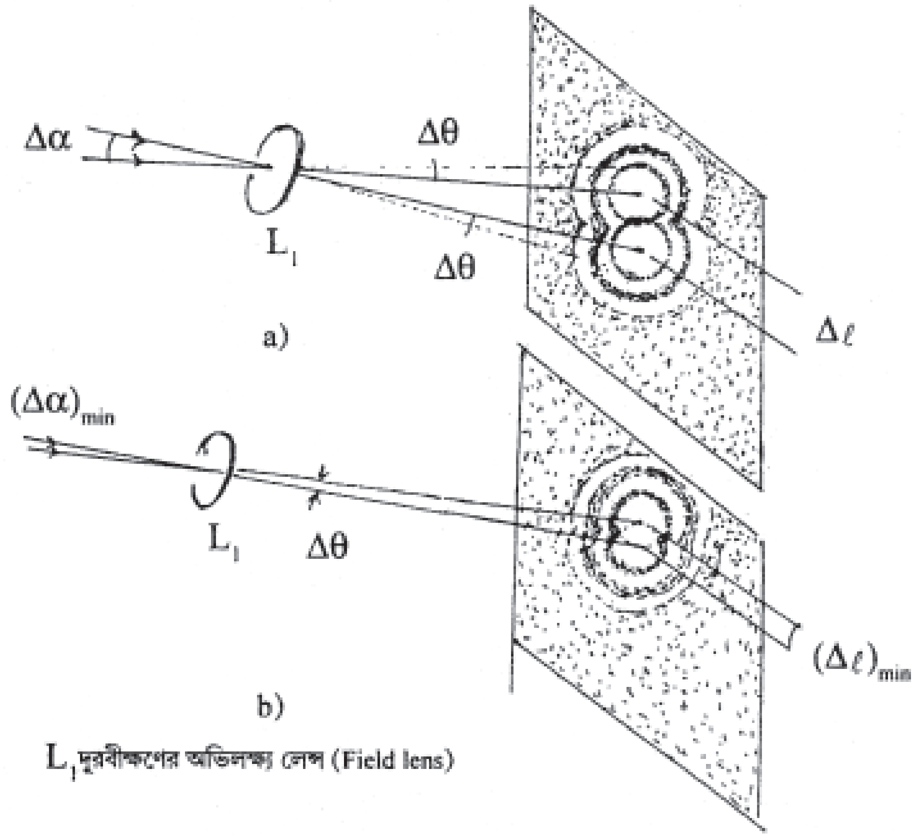


চিত্র 7.24 : দুটি নিকটবর্তী আলোক উৎসের প্রতিবিম্ব গঠনে এয়ারি নকশা

এয়ারি নকশার কেন্দ্রীয় উজ্জ্বলবৃত্তের ব্যাসার্ধ $\frac{1.22\lambda}{D}$ অতএব দূরবীক্ষণের D ছোট হলে এয়ারি নকশা দুটো পরস্পরের উপর অধিক্রমণ (overlapping) ঘটাবে। অতএব দুটো কাছাকাছি বিন্দুকে আলাদা করে বুঝতে গেলে অর্থাৎ দূরবীক্ষণের উন্নততর বিভেদনের জন্য ওর D বড় হতে হবে। এ জন্য কোন দূরবীক্ষণ সম্পর্কে তার অভিলক্ষ্য লেন্সের ব্যাসের পরিমাপ উল্লেখ করা হয়। 50" দূরবীক্ষণ বলতে বুঝায় যে ঐ দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্য লেন্সের ব্যাস 50"।

7.8.1 আলোকযন্ত্রের প্রভেদন ক্ষমতা (Resolving Power of Optical Instrument)

আমরা ইতিমধ্যে দেখেছি যে কোন আলোক যন্ত্র বিন্দু উৎসের বিন্দু-প্রতিবিম্ব গঠন করতে পারে না। বিভিন্ন উৎসের প্রতিবিম্বগুলোর এয়ারি নকশা পরস্পরের উপর অধিক্রমণ করে এবং আমরা প্রতিবিম্বগুলোকে পরস্পর থেকে আলাদাভাবে চিনতে পারি না। অবশ্য এই অধিক্রমণের একটা সীমা পেরিয়ে না যাওয়া পর্যন্ত এয়ারি নকশাগুলিকে আলাদাভাবে চেনা যায়। চিত্র 7.25-এ অধিক্রমণের ঘটনাটি ব্যাখ্যা করা হয়েছে। মনে করা যাক যে দুটো দূরবর্তী নক্ষত্র থেকে আসা আলোক রশ্মি দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্য লেন্স L_1-এ $\Delta\alpha$ কৌণিক বিভাজন উৎপন্ন করে। ফোকাসতলে গঠিত এয়ারি নকশা জ্যামিতীয় প্রতিবিম্ব বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\Delta\theta$ কৌণিক অর্ধ-বেধে ছড়িয়ে পড়বে। যদি $\Delta\alpha >> \Delta\theta$ হয় তবে গঠিত প্রতিবিম্ব সুচিহ্নিত হবে এবং সহজেই এটি অন্যের থেকে আলাদা হবে।



চিত্র 7.25 a) অধিক্রমণ হওয়া সত্ত্বেও দুই প্রতিবিম্ব সুস্পষ্টভাবে চেনা যায়, b) অধিক্রমণের সীমা, আরো অধিক্রমণ ঘটলে প্রতিবিম্ব দুটোকে আলাদাভাবে চেনা যাবে না।

নক্ষত্র দুটো যদি কাছাকাছি চলে আসতে থাকে তবে $\Delta\alpha$ কমে যাবে আর এদের এয়ারি নকশার প্রতিবিম্ব দুটো পরস্পরের কাছাকাছি হতে থাকবে এবং একসময় পরস্পরের সঙ্গে মিশে যাবে। যখন

$$(\Delta\alpha)_{min} = \Delta\theta$$

হবে, তখন দুটি এয়ারি নকশা পরস্পর থেকে কোনক্রমে বিশ্লিষ্ট থাকবে (just resolved) [চিত্র 7.25 (5b)]।

এই সম্পর্কটি পাওয়া যায় প্রভেদন (resolution) সম্পর্কে লর্ড রেলির দেওয়া [জন উইলিয়াম স্ট্রাট (1842-1919), ইংরেজ গণিতজ্ঞ ও পদার্থ বিজ্ঞানী] নির্ণায়ক (Ray!eigh criterion) থেকে। রেলির নির্ণায়কটি হল দুটো এয়ারি নকশার একটার কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ যখন অন্য নকশার প্রথম লঘিষ্ঠের উপর পড়ে তখন উৎস দুটোকে কোনক্রমে বিশ্লিষ্ট বলা যায়।

$$\text{এখন } \Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D} \quad \text{অতএব}$$

$$(\Delta\alpha)_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} \qquad \text{...............(7.32)}$$

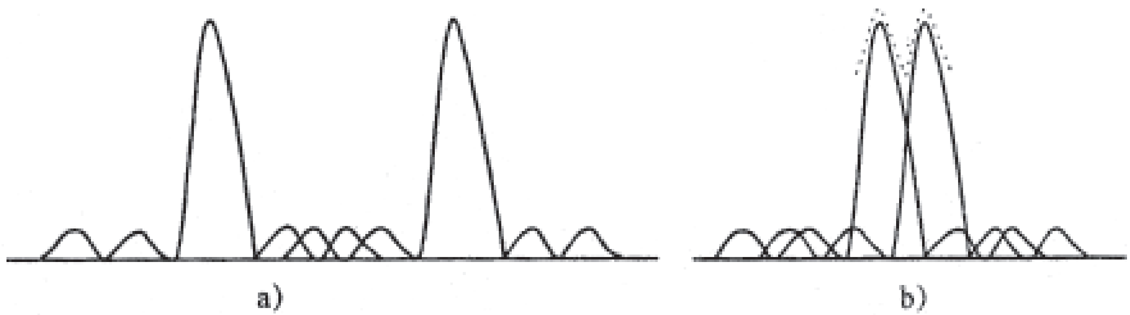
সমীকরণ (7.32) হল লঘিষ্ঠ বিশ্লেষণীয় কৌণিক বিভাজন বা কৌণিক প্রভেদন সীমা (The minimum resolvable anguler separation or angular limit of resolution.)। যদি প্রতিবিম্ব দুটোর দুই কেন্দ্রের দূরত্ব $\Delta\ell$ হয়, তবে এই প্রভেদন সীমা হবে

$$(\Delta\ell)_{min} = \frac{1.22f\lambda}{D} \qquad \text{...............(7.33)}$$

যেখানে f= অভিলক্ষ্য লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য।

প্রতিবিম্ব গঠনকারী যন্ত্রে **প্রভেদন ক্ষমতা** (resolving power) সাধারণভাবে $\frac{1}{(\Delta\alpha)_{min}}$ বা $\frac{1}{(\Delta\ell)_{min}}$ দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

লেখচিত্রে রেলি'র নির্ণায়ক



চিত্র 7.26 a) সম্পূর্ণরূপ বিশ্লিষ্ট, b) রেলি'র নির্ণায়ক অনুসারে কোনক্রমে বিশ্লিষ্ট।

দুটি উৎসের যে ব্যবর্তন নকশা পাওয়া যায় তার তীব্রতা বন্টনের লেখচিত্রে যদি উভয়ের কেন্দ্রীয় তীব্রতার অবস্থান যে কোনটির প্রথম শূন্য তীব্রতার অবস্থান থেকে দূরে থাকে [চিত্র 7.25 (a) তবে উৎসদ্বয় সম্পূর্ণভাবে বিশ্লিষ্ট হবে। কিন্তু যদি একটা কেন্দ্রীয় তীব্রতার গরিষ্ঠ অবস্থান অন্যটার প্রথম লঘিষ্ঠ অবস্থানের উপর পড়ে চিত্র 7.25 b)] তবে রেলির নির্ণায়ক অনুসারে উৎস দুটো কোনক্রমে বিশ্লিষ্ট হবে। যদিও রেলির নির্ণায়কের কোণ

বৈজ্ঞানিক ভিত্তি নেই, তবুও এই নির্ণায়ক অত্যন্ত সহজ ও কার্যকরী।

উদাহরণ 11 : মাউন্ট পালোমার-এর 200″ "দূরবীক্ষণের একটি 5 মিটার ব্যাসের দর্পণ আছে। 550nm তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে এর কৌণিক বিশ্লেষণ সীমা নির্ণয় করুন।

সমাধান

$$(\Delta\alpha)_{min} = \Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

এখানে $\lambda = 550 \times 10^{-9}\,m,\ D = 200 \times 2.54 \times 10^{-2} = 5.08m$

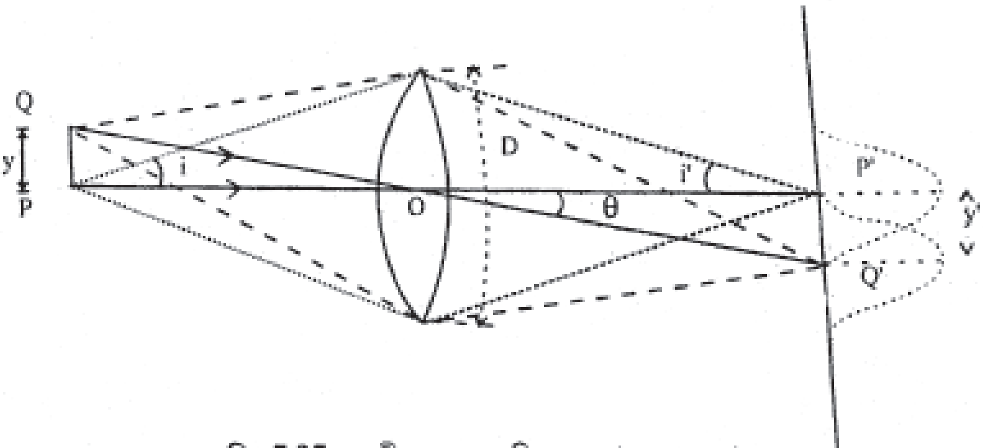
$$\therefore \Delta\theta = \frac{1.22 \times 550 \times 10^{-9}}{5.08}$$

$= 1.32 \times 10^{-7}$ রেডিয়ান

$= 2.72 \times 10^{-2}$ কৌণিক সেকেণ্ড

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন 6

মহাকাশ পর্যবেক্ষণ করার জন্য আপনাকে দুটো আলাদা ব্যাসের দূরবীক্ষণ দেওয়া হল। অতি নিস্তেজ ও দূরবর্তী নক্ষত্র পর্যবেক্ষণে আপনি কোন দূরবীক্ষণ ব্যবহার করবেন?



চিত্র 7.27 অনুবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যের প্রভেদন ক্ষমতা।

7.8.2 অনুবীক্ষণ যন্ত্রের প্রভেদন ক্ষমতা

অনুবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্য লেন্সের ব্যাস D। P এবং Q দুটি অতি কাছাকাছি বিন্দু যাদের অনুবীক্ষণের দ্বারা দেখা হচ্ছে। P ও Q বিন্দুতে যদি আলোক উৎস হয় তবে দুটি গোলীয় তরঙ্গ বিন্দু দুটো থেকে ছড়িয়ে পড়বে এবং লেন্স O দিয়ে অভিসৃত হয়ে P' Q' পর্দার উপর সমাক্ষীয় বিন্দু যথাক্রমে P' ও Q'-এ দুটো এয়ারি নকশার প্রতিবিম্ব তৈরি হবে। রেলির নির্ণায়ক অনুসারে P ও Q বিন্দুদ্বয়কে কোনক্রমে প্রভেদ করা যাবে যদি Q' বিন্দুটা P'

কেন্দ্রিক এয়ারি নকশার প্রথম শূন্য তীব্রতার বলয়ের উপর অবস্থান করে বা বিপরীতক্রমে, যদি P' বিন্দুটি Q' কেন্দ্রিক এয়ারি নকশার প্রথম শূন্য তীব্রতার বলয়ের উপর অবস্থান করে। সেক্ষেত্রে যদি $P'Q'=y'$ ব্যবধান O বিন্দুতে θ কোণ উৎপন্ন করে তবে

$$\sin\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22\lambda_0}{\mu' D} \qquad \text{...............(7.34)}$$

সেখানে μ' হল অভিলক্ষ্যের যে পার্শে প্রতিবিম্ব তৈরি হয় সেই পার্শ্বের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক এবং $\lambda = \frac{\lambda_0}{\mu'}$, λ_0 শূন্য মাধ্যমে উৎসজাত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য। চিত্র 7.27 থেকে

$$\sin\theta = \frac{P'Q'}{OP'} = \frac{y'}{OP'} = \frac{y'\tan i'}{D/2} \approx \frac{2y'\sin i'}{D} \qquad \text{...............(7.35)}$$

ধরা হল যে $\tan i' \approx \sin i'$ (7.34) এর সঙ্গে তুলনা করে পাই

$$y' \approx \frac{0.61\lambda_0}{\mu' \sin i'}$$

কিন্তু জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞান থেকে আমরা জানি

$$\mu' y' \sin i' = \mu y \sin i$$

μ = আপাতন মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক।

$$\therefore y \approx \frac{0.61\lambda_0}{\mu \sin i} \qquad \text{...............(7.36)}$$

এটাই হল দুটো বিন্দুর মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব যা হল অনুবীক্ষণ যন্ত্রের প্রভেদন সীমা। $\mu \sin i$ কে বলে, আলোকযন্ত্রের সংখ্যাগত উন্মেষ (numerical aperture)। স্পষ্টতই $\mu \sin i$ বাড়লে অনুবীক্ষণ যন্ত্রের প্রভেদন ক্ষমতা বৃদ্ধি পাবে। এইজন্য অনুবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যকে তেলে ডুবিয়ে রাখা হয় যাতে μ বাড়ে, আবার λ কমলে প্রভেদন ক্ষমতা বাড়ে। এজন্য অভিলক্ষ্য অঞ্চলকে নীল বা অতিবেগুনি রশ্মি দিয়ে আলোকিত করা হয়।

যদিও P ও Q বিন্দু দুটোকে আলোক উৎস হিসেবে ধরা হয়েছে, বাস্তবে অনুবীক্ষণ যন্ত্রে বস্তু পর্যবেক্ষণের জন্য তার উপর আলো ফেলা হয়। যদিও আলোকিত করার উপর প্রভেদন ক্ষমতা নির্ভর করে, তবুও (7.36) সমীকরণ মোটামুটি ভাবে প্রভেদন ক্ষমতার ধারণা দেয়।

7.8.3 ব্যবর্তন গ্রেটিং-এর প্রভেদন ক্ষমতা

আমরা দেখেছি বহুবর্ণী আলোক উৎস দিয়ে যদি কোন রৈখিক স্লিটকে আলোকিত করা যায় তবে ব্যবর্তন গ্রেটিং-এ ব্যবর্তিত তরঙ্গ বিশ্লিষ্ট হয় এবং স্পেকট্রোমিটার দূরবীক্ষণের ফোকাস তলে বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি তৈরি

করে। পরপর রেখা বর্ণালীগুলি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অনুসারে বিভিন্ন অবস্থান গ্রহণ করে। পাশাপাশি দুটো রেখা বর্ণালিকে পরস্পর থেকে কোনক্রমে প্রভেদ করার ক্ষমতাকে বলে গ্রেটিং-এর প্রভেদন সীমা। যদি λ ও $\lambda + \Delta\lambda$ এ রকম দুটো তরঙ্গের রেখা বর্ণালিকে কোন গ্রেটিং কোনক্রমে পৃথকভাবে উৎপন্ন করতে পারে তবে তার প্রভেদন ক্ষমতা হল

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \qquad \text{...............(7.37)}$$

এক্ষেত্রে রেলি'র নির্ণায়ক প্রয়োগ করে আমরা বলতে পারি যখন $\lambda + \Delta\lambda$ তরঙ্গের কোনক্রমের মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতা λ তরঙ্গের একই ক্রমের প্রথম লঘিষ্ঠ অবস্থানে পড়বে তখন দুই তরঙ্গের ঐ ক্রমের বর্ণালিদ্বয় কোনক্রমে প্রভেদিত (just resolved) হবে। ধরা যাক n ক্রমের এবং $\lambda + \Delta\lambda$ তরঙ্গের গরিষ্ঠ অবস্থানের ব্যবর্তন কোণ θ। আবার ঐ ক্রমে λ এর প্রথম লঘিষ্ঠ অবস্থানও হবে θ। অতএব গ্রেটিং সমীকরণ থেকে লেখা যায়

$$d\sin\theta = n(\lambda + \Delta\lambda)$$

এবং
$$d\sin\theta = n\lambda + \frac{\lambda}{N}$$

$$\therefore n\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN \qquad \text{...............(7.38)}$$

অতএব গ্রেটিং-এর প্রভেদন ক্ষমতা গ্রেটিং-এর মোট দাগ সংখ্যা এবং ক্রমসংখ্যার উপর নির্ভর করে। অবশ্য আপতিত আলো গ্রেটিং-এর যে ক্ষেত্রটুকুর উপর পড়ে সেই ক্ষেত্রের দাগ সংখ্যাই বিবেচ্য। যদি গ্রেটিং-এর উন্মেষ বেধ D হয় তবে Nd=D। অতএব N বাড়ালে d কমবে, ফলে $d\sin\theta = n\lambda$ অনুসারে n ও কমবে। তাই (7.38) থেকে বলা যাবে না যে N বাড়িয়ে R কে খুশিমত বাড়ানো যাবে।

উদাহরণ 12 : সোডিয়ামের D_1 ও D_2 রেখার তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে $5890\,\mathring{A}$ এবং $5896\,\mathring{A}$। প্রথমক্রমেই এই দুই রেখাকে কোন ক্রমে প্রভেদ দেখার জন্য ন্যূনপক্ষে গ্রেটিং-এ দাগের সংখ্যা কত দরকার?

সমাধান ঃ এখানে $\lambda = 5890\,\mathring{A}$ এবং $\Delta\lambda = 6\,\mathring{A}$

$$\therefore \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{5890}{6} = 981.6$$

কিন্তু $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN,\ n = 1$

$\therefore N = 981.6$

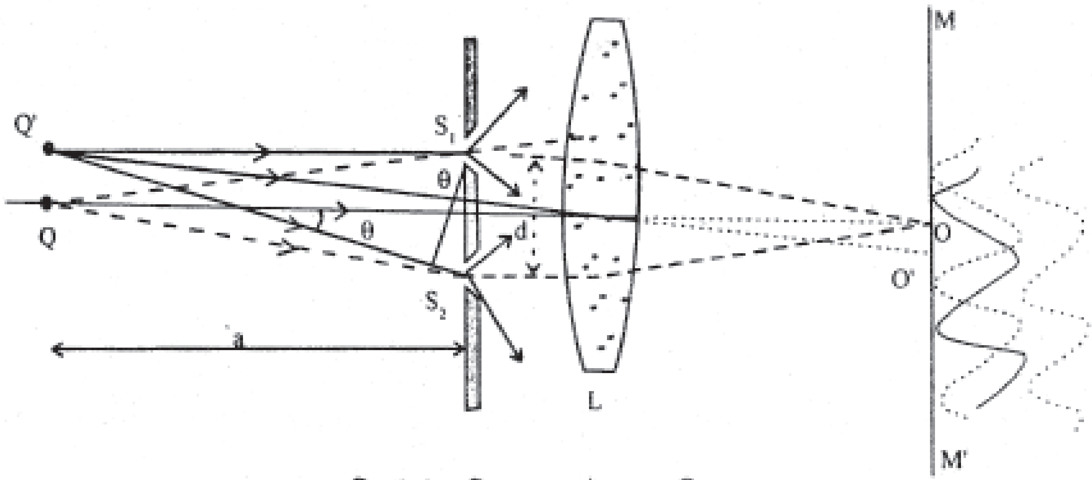
অর্থাৎ গ্রেটিং এ ন্যূনপক্ষে 982 টি দাগ দরকার।

সাধারণত গ্রেটিং-এ 1000, 1500, 2000...ইত্যাদি সংখ্যক দাগ কাটা হয়। অতএব 1000 দাগের গ্রেটিং এর সাহায্যে প্রথমক্রমে D_1 ও D_2 রেখাকে কোনক্রমে বিশ্লিষ্ট দেখা যাবে।

7.8.4 প্রভেদন ক্ষমতার উন্নতি বিধান (Improving resolving power of an optical system)

আপনারা দেখেছেন দূরবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে বহুদূরবর্তী নক্ষত্রের অস্তিত্ব, অতি কাছাকাছি দুটো নক্ষত্রের প্রভেদন এবং তাদের কৌণিক বিভাজন দেখা ও পরিমাপ করা যায়। অবশ্য কোন বিশেষ নক্ষত্রের কৌণিক ব্যাস পরিমাপ করা সম্ভব হয়নি ব্যবর্তন পদ্ধতিতে। এর কারণ, আমরা যে কোন দূরনক্ষত্রকে একটা বিন্দু উৎস তথা সুসম্বদ্ধ উৎস রূপে বিবেচনা করেছি। অতএব নক্ষত্রের ব্যাস পরিমাপ করতে হলে নক্ষত্রকে বিন্দু উৎস বিবেচনা করা চলবে না। এবং তার বিভিন্ন বিন্দু থেকে আগত তরঙ্গ পরস্পরের সঙ্গে সুনির্দিষ্ট দশাসম্পর্ক বজায় রাখবে না। অতএব এরকম উৎস থেকে আগত আলোক তরঙ্গ নিজের নিজের যুগ্মস্লিট ব্যতিচার নকশা গঠন করবে এবং পর্দার উপর আমরা এই নকশাগুলির তীব্রতা জাত লব্ধি-তীব্রতার বণ্টন পাবো। কোন নক্ষত্রের ব্যাস পরিমাপের জন্য তার কোন ব্যাসের দুই বিপরীত প্রান্ত থেকে আগত আলোক রশ্মিগুচ্ছ বিবেচনা করতে হবে।

আমরা চিত্র 7.28 বর্ণিত পরীক্ষাটিকে বিবেচনা করতে পারি।



চিত্র 2.8 দুটি অসুসম্বদ্ধ উৎসের ব্যতিচার

আমরা অভিলক্ষ্য L-এর সামনে একটা এমন যুগ্মস্লিট স্থাপন করি যে স্লিট দুটোর মধ্যেকার দূরত্ব d কে খুশিমত পাল্টানো যায়। Q ও Q' দুটি অসুসম্বদ্ধ আলোক উৎস। উৎস দুটো নাক্ষত্রিক দূরত্বে অবস্থিত এবং সমান উজ্জ্বল। যেহেতু Q ও Q' অসুসম্বদ্ধ, অতএব ওদের একই নক্ষত্রের দুই বিপরীত প্রান্তের বিন্দু হিসেবেও ধরা যেতে পারে। সাধারণভাবে সব নক্ষত্রকে সাদা আলোর উৎসরূপে বিবেচনা করা যায়। কিন্তু বহুদূর থেকে আসার জন্য কোন একটি তরঙ্গের আলোই বেশি প্রকট হবে। তাই নক্ষত্রের আলোকে একবর্ণী বিবেচনা করা যায়। অতএব

MM' পর্দার উপর Q থেকে আসা আলোক ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ উৎপন্ন করবে (s_1 ও s_2 Q থেকে আসা আলোকে আলোকিত হবে এবং সুসম্বদ্ধ উৎসরূপে আচরণ করবে) এখন $S_1O=S_2O$ বলে o বিন্দুতে তীব্র আলোকযুক্ত গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে। একইভাবে Q' বিন্দু থেকে আসা আলোকও MM' পর্দায় ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ তৈরি করবে যার তীব্রতম ফ্রিঞ্জ হবে O' বিন্দুতে। যেহেতু Q ও Q' অসুসম্বদ্ধ, অতএব MM' পর্দার উপর আলোক তীব্রতার বন্টন হবে দুই উৎসের ব্যতিচার তীব্রতার উপরিপাতের লব্ধি। যখন Q ও Q' একই বিন্দু, তখন দুয়ের ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ মিলিতভাবে খুব সুস্পষ্ট ব্যতিচার নকশা গঠন করবে। কিন্তু ওদের দূরত্ব ℓ বাড়াতে থাকলে পরস্পর সাপেক্ষে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ সরে যাবে। ফলে লব্ধি তীব্রতার বণ্টনের বৈপরীত্য (contrast) কমে যাবে এবং যখন Q এর ব্যতিচার নকশার গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ Q' এর ব্যতিচার নকশার লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের উপর পড়বে তখন কোন ফ্রিঞ্জ নকশা পাওয়া যাবে না। এটা তখনই ঘটবে যখন

$$Q'S_2 - Q'S_1 = \frac{\lambda}{2}$$

চিত্র 7.28 থেকে $Q'S_2 - Q'S_1 = d\sin\theta = \theta d$ যেখানে $\theta \approx$ স্লিট বা অভিলক্ষ্যে QQ' দিয়ে তৈরি কোণ।

$$\therefore \theta d = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{2d} \qquad \text{...............(7.39)}$$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{2\theta}$$

কিন্তু $\theta = \frac{\ell}{a}$, অতএব

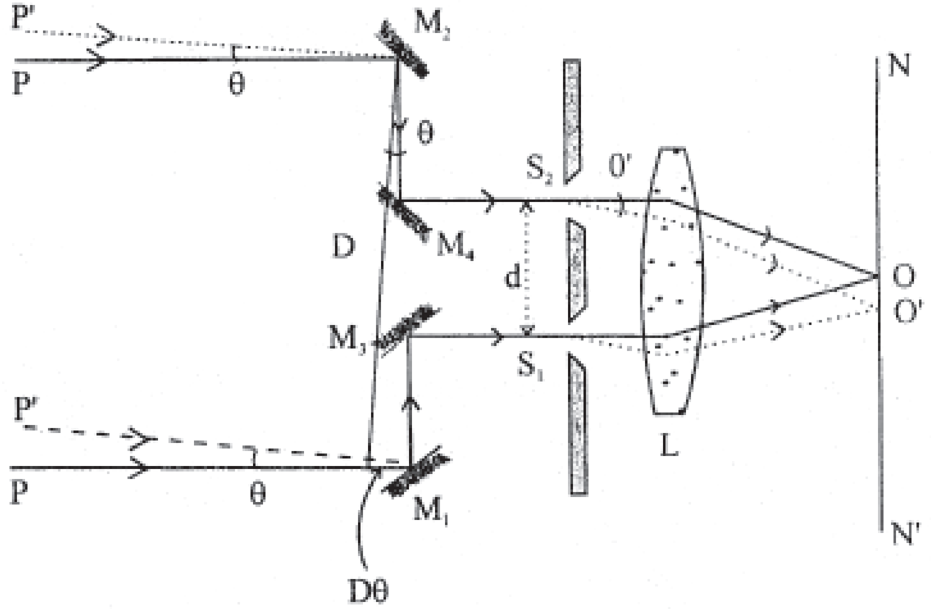
$$\ell \approx \frac{\lambda a}{2d} \qquad \text{...............(7.40)}$$

এখন $QQ' = \ell$ যদি একটা বিস্তৃত উৎস হয় (যেমন একটি নক্ষত্র) এবং যদি $\ell \sim \frac{\lambda a}{d}$ হয় তাহলে ঐ উৎসের উপর যে কোন বিন্দু উৎসের থেকে $\frac{\lambda a}{2d}$ দূরত্বে আরো একটা বিন্দু উৎস থাকবে যার ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ আগের বিন্দুর ফ্রিঞ্জ বেধের অর্ধেক সরে গিয়ে তৈরি হবে। তখন উভয় ফ্রিঞ্জের মিলিত তীব্রতায় ফ্রিঞ্জ তৈরি হবে না, প্রায় সর্বত্র সুষম তীব্রতার আলোক পাওয়া যাবে। d এর মান শূন্য থেকে বাড়াতে থাকলে এক সময় কোন ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে না। তখন $\ell = \frac{\lambda a}{d}$ বা $\theta = \frac{\lambda}{d}$ এই শর্ত পাওয়া যাবে। এই θ কোণই নক্ষত্রের কৌণিক ব্যাস এবং ℓ ওর রৈখিক ব্যাস হবে।

7.8.5 মাইক্‌লসনের নাক্ষত্রিক ব্যতিচার মাপক (Michelson Stellar Interferometer)

আমরা জেনেছি (7.8.4) যে দুটি বিন্দু-উৎস থেকে আসা আলোক রশ্মি দুটোর মধ্যে যদি পথ-পার্থক্য λ হয় তবে একটার ব্যতিচার গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ অন্যটার লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের উপর পড়ে এবং সেরকম ক্ষেত্রে পর্দায় একটা সুষম তীব্রতার প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় অর্থাৎ কোন ফ্রিঞ্জ তৈরি হয় না। তখন $\frac{\lambda}{d}$ হয় অভিলক্ষ্য সাপেক্ষে ফ্রিঞ্জের কৌণিক বেধ।

যদি কোন নক্ষত্রের দুটো বিপরীত বিন্দু থেকে আসা আলোক রশ্মিদ্বয়ের আলো ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ গঠন না করে তখন আমরা বুঝতে পারব যে একটি বিন্দুর ব্যতিচারের গরিষ্ঠ অন্যটির লঘিষ্ঠের উপর পড়েছে। অর্থাৎ ওদের মধ্যে λ পথ পার্থক্য সৃষ্টি হচ্ছে। এই ধর্মকে কাজে লাগিয়ে মাইকেল্‌সন [আলবার্ট আব্রাহাম মাইক্‌েলসন (1852-1931) জার্মানিতে জন্মান, কিন্তু আমেরিকা যুক্তরাষ্ট্রে চলে আসেন; অতএব আমেরিকার বিজ্ঞানী।] নক্ষত্রের ব্যাস পরিমাপ করেন তাঁর উদ্ভাবিত নাক্ষত্রিক ব্যতিচার মাপক (stellar interferometer) যন্ত্র দিয়ে।



চিত্র 7.29 : মাইকেলসনের নাক্ষত্রিক ব্যতিচার মাপকের ছক চিত্র।

চিত্র 7.29-এ মাইকেলসনের নাক্ষত্রিক ব্যতিচার মাপক যন্ত্রের ছক রেখা চিত্র দেখানো হয়েছে। দূরবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্য লেন্সের (L) সামনে একটা যুগ্ম স্লিটযুক্ত পর্দা বসানো হয়। স্লিট দুটো s_1, s_2 স্থির দূরত্বে (d) থাকে। এই যুগ্ম স্লিটের সামনে সমাক্ষীয়ভাবে রাখা দুটো বলয়ের উপর একই রেখায় M_1, M_2 এবং M_3, M_4 দর্পণ আটকানো থাকে। M_1, M_3 পরস্পর সমান্তরাল ও মুখোমুখি আবার M_2, M_4 সমান্তরাল ও মুখোমুখিভাবে অবস্থিত। M_3, M_4 স্থির দূরত্বে থাকলে M_1, M_2-এর দূরত্ব পালটানো যায়।

প্রথমে কোন নক্ষত্রকে (বা ওর একটা প্রান্তকে) দূরবীক্ষণের অক্ষ বরাবর আনা হয়। ঐ নক্ষত্র (বা প্রান্ত) P থেকে সমান্তরাল রশ্মি M_1, M_2 এর উপর আপতিত হয় সমদশায়। ফলে s_1, s_2-এও এরা সমদশায় থাকে এবং অভিলক্ষ্য দিয়ে পর্দার উপর O বিন্দুতে অভিসৃত হয় ও উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ গঠন করে। এই ফ্রিঞ্জের বেধ $= \frac{\lambda}{d}$। এবার

অন্য কোন অসমাক্ষীয় নক্ষত্র বা পূর্বোক্ত নক্ষত্রের বিপরীত বিন্দু P' থেকে আগত আলোক রশ্মি M_1, M_2 দর্পণে সমদশায় থাকবে না। এদের পথ পার্থক্য হবে $D\theta$, যেখানে $D = M_1, M_2$ এর দূরত্ব এবং $\theta =$ দুই নক্ষত্রের কৌণিক দূরত্ব বা বিশেষ নক্ষত্রের কৌণিক ব্যাস। এই একই পথ-পার্থক্যে রশ্মিদ্বয় s_1, s_2-এ পৌঁছাবে। ফলে ওরা O' বিন্দুতে উজ্জ্বল ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ গঠন করবে। যদি O' বিন্দু, O বিন্দুর উজ্জ্বল ব্যতিচারের লঘিষ্ঠ অবস্থান হয় তবে লব্ধি ব্যতিচার পরিলক্ষিত হবে না। OO' কে ফ্রিঞ্জের কৌণিক অর্ধবেধ রূপে প্রকাশ করলে $\theta' = \dfrac{\lambda}{2d}$।
D কে পরিবর্তন করে পথপার্থক্য $D\theta$ কে λ এর সমান করা হলে $\theta' = \dfrac{\lambda}{2d}$ হবে।

$$\therefore \theta = \frac{\lambda}{D}$$

হলে নিরীক্ষা পর্দায় ফ্রিঞ্জ মুছে যাবে। কেবলমাত্র দূরবীক্ষণের সাহায্যে এই কৌণিক ব্যাস $= \dfrac{\lambda}{d}$। অতএব যদি R_T & R_s হয় দূরবীক্ষণ ও নাক্ষত্রিক ব্যতিচার মাপকের প্রভেদন ক্ষমতা, তবে

$$\frac{R_s}{R_T} = \frac{D}{d} >> 1$$

ব্যবর্তন তত্ত্বে আরো বিস্তৃত ব্যাখ্যা দ্বারা দেখানো যায়

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

উদাহরণ 13. কোন নক্ষত্র থেকে আসা আলোকের সর্বাধিক প্রকটিত বর্ণের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $6000\,\mathring{A}$ যখন কোন নাক্ষত্রিক ব্যতিচার মাপকের বাইরের দর্পণদুটোর দূরত্ব 3 মিটার, তখন দূরবীক্ষণের পর্দায় সূক্ষ্ম আলোক তীব্রতা পাওয়া যায়। নক্ষত্রের কৌণিক ব্যাস কত?

সমাধান $$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22 \times 6000 \times 10^{-8}}{300}$$

$$= 2.44 \times 10^{-7} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= 0.05 \text{ আর্ক সেকেন্ড}$$

7.9 সারাংশ

* ফ্রনহফার ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণের জন্য আলোক উৎস ও নিরীক্ষা-পর্দার অবস্থান ব্যবর্তন পর্দা থেকে অসীম দূরত্বে অর্থাৎ বহুদূরে থাকা চাই। পরীক্ষাগারে ব্যবর্তন পর্দার দুপাশে অভিসারী লেন্স ব্যবহার করে এই শর্ত পূরণ করা যায়।
* যদি একক রৈখিক স্লিট উল্লম্বভাবে অবস্থান করে তবে বিন্দু-উৎসজাত তরঙ্গের ব্যবর্তনে পর্দার উপর

অনুভূমিক ভাবে ছড়ানো বিন্দু-উৎসের প্রতিবিম্বের নকশা পাওয়া যায়। কেন্দ্রীয় প্রতিবিম্ব, যাকে বলে কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ সর্বাধিক তীব্রতাযুক্ত। অন্যান্য প্রতিবিম্ব বা উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ যত কেন্দ্র থেকে দূরে ততই কম উজ্জ্বল হয়।

* কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জের বেধ অন্যান্য ফ্রিঞ্জের বেধের দ্বিগুণ। বিভিন্ন ফ্রিঞ্জের তীব্রতা $I(\theta) = I_o \dfrac{\sin^2\beta}{\beta^2}, \beta = \dfrac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$ যেখানে $b =$ স্লিটের বেধ এবং $\theta =$ সংশ্লিষ্ট ফ্রিঞ্জের ব্যবর্তন কোণ। লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ অবস্থানের শর্ত $b\sin\theta = \pm n\lambda,\ n = 1,2,...$

* যদি উৎস রৈখিক এবং একক রৈখিক স্লিটের সমান্তরাল হয়, তবে ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ হবে উল্লম্ব রৈখিক ফ্রিঞ্জের শ্রেণি। কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল রৈখিক ফ্রিঞ্জের তীব্রতা সর্বাধিক। অন্যান্য উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের তীব্রতা ক্রমানুসারে হ্রাস পায়। এক্ষেত্রেও কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জের বেধ অন্যান্য ফ্রিঞ্জের বেধের দ্বিগুণ।

* যদি স্লিট হয় বৃত্তাকার উন্মেষের তবে বিন্দু উৎস থেকে আসা তরঙ্গের ব্যবর্তনের ফলে পর্দার উপর যে ব্যবর্তন নকশা পাওয়া যাবে তার কেন্দ্রে থাকবে একটি উজ্জ্বল বৃত্তাকার পটি এবং তার সমকেন্দ্রীয় অনেকগুলি বলয় যাদের উজ্জ্বলতা ব্যাসার্ধ বাড়লে দ্রুত কমে যায়। প্রথম অনুজ্জ্বল বলয়ের কৌণিক ব্যাসার্ধ θ হলে

  $\sin\theta = \dfrac{1.22\lambda}{D}$, $D =$ উন্মেষের ব্যাস।

* যুগ্ম স্লিটে ব্যবর্তন প্রকৃত পক্ষে দুই স্লিটের তরঙ্গের ব্যতিচার যা যে কোন স্লিটের ব্যবর্তন তীব্রতা দ্বারা নিয়ন্ত্রিত।

* কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ বেধের মধ্যে ব্যতিচার জনিত নকশা পাওয়া যায়। এরকম নকশা গৌণ ব্যবর্তন উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের মধ্যে কিছু সংখ্যক ক্রম পর্যন্ত পাওয়া যায়।

* θ ব্যবর্তন কোণে যুগ্মস্লিটের ব্যবর্তন নকশার তীব্রতার রাশিমালা $I(\theta) = 4I_o \dfrac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cos^2\gamma$ যেখানে

  $\gamma = \dfrac{\lambda d \sin\theta}{\lambda}, d =$ দুই স্লিটের কেন্দ্র থেকে কেন্দ্র দূরত্ব $= a + b$, $a =$ দুই স্লিটের মধ্যবর্তী অনচ্ছ ব্যবধান।

  যখন $\theta = 0$, $I(\theta) = 4I_o, I_o =$ একক স্লিটের ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জের তীব্রতা।

* যখন স্লিট বেধ b খুবই ক্ষুদ্র, তখন β খুবই ক্ষুদ্র,

  $\therefore I(\theta) = 4I_o \cos^2\gamma$

  যা দুই সুসম্বদ্ধ উৎসের ব্যতিচারের রাশিমালা (ইয়ং-এর ব্যতিচার পরীক্ষা)।

* যুগ্মস্লিটের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের শর্ত :

গরিষ্ঠ $d\sin\theta = n\lambda, n = 0, \pm 1, +2...$

লঘিষ্ঠ : $d\sin\theta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}, n = 0, \pm 1, \pm 2...$

* ব্যবর্তন নকশার লঘিষ্ঠ তীব্রতার শর্ত $b\sin\theta = n\lambda, n = 1, 2, ...$

* লুপ্তক্রম - যেখানে ব্যবর্তন নকশার শূন্য তীব্রতা, সেই সব ক্রমে যুগ্মস্লিটের ব্যতিচার নকশা লুপ্ত হয়।

* গ্রেটিং বা N-সংখ্যক স্লিটের ব্যবর্তন নকশার তীব্রতার রাশিমালা

$$I(\theta) = I_o \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}$$

উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ রেখার সমীকরণ, অর্থাৎ গ্রেটিং সমীকরণ $d\sin\theta = n\lambda, n = 0, \pm 1, \pm 2...$

এবং মুখ্য গরিষ্ঠের বেধ $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$

গরিষ্ঠ উজ্জ্বল রেখার তীক্ষ্ণতা N বাড়ালে বেড়ে যাবে।

প্রভেদন ক্ষমতা

* ব্যবর্তনের জন্য কোন আলোক যন্ত্র বিন্দু উৎসের বিন্দু প্রতিবিম্ব গঠন করতে পারে না।

* দুটি অধিক্রমণকারী প্রতিবিম্বকে প্রভেদ করা যায় রেলির নির্ণায়ক (Rayleigh's Criterion) দিয়ে যখন একটা প্রতিবিম্বের কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ অন্যটির প্রথম লঘিষ্ঠের উপর পাতিত হয় তখন দুটো প্রতিবিম্বকে কোনক্রমে প্রভেদ করা যায়।

* দুটো দূরের বস্তুর সবচেয়ে কম কৌণিক ব্যাস $(\Delta\alpha)_{min} = \frac{1.22\lambda}{D}$

যেখানে $D =$ আলোক যন্ত্রের অভিলক্ষ্যের ব্যাস, এরকম হলে দূরবর্তী বস্তু দুটো কোনক্রমে প্রভেদযোগ্য। একে বলে প্রভেদনের কৌণিক সীমা।

* দূরবীক্ষণের প্রভেদন ক্ষমতা $= \frac{1}{\text{প্রভেদনের কৌণিক সীমা}}$

* দুটি বিন্দু উৎসের মধ্যে যে ন্যূনতম দূরত্ব y একটি অণুবীক্ষণ যন্ত্র প্রভেদ করতে পারে, তাকে বলে তার প্রভেদন ক্ষমতা : $y = \frac{0.61\lambda_o}{\mu\sin i}$

$\mu =$ বস্তু অঞ্চলের প্রতিসরাঙ্ক, $i =$ অভিলক্ষ্য বস্তুতে যে কোণ ধারণ করে তার অর্ধেক।

গ্রেটিং-এর প্রভেদন ক্ষমতা $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN$

যেখানে $n =$ বর্ণালির ক্রম সংখ্যা, $N =$ গ্রেটিং-এর উন্মেষাংশে দাগ সংখ্যা।

7.10 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1 এক গুচ্ছ সমান্তরাল নীল আলোকরশ্মি $\left(\lambda = 4340\overset{0}{A}\right)$ একটা একক স্লিটের উপর পড়ে আর ব্যবর্তিত তরঙ্গকে 85.00 সেমি ফোকাস দৈর্ঘ্যের লেন্স দিয়ে ওর ফোকাস তলে প্রক্ষিপ্ত করা হয়। কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের বেধ 2.45 মিমি হলে স্লিটের বেধ কত?

2. একটা যুগ্ম স্লিটের বেধ b এবং ওদের কেন্দ্র থেকে কেন্দ্রের দূরত্ব d। প্রমাণ করুন যে তার ব্যবর্তন নকশার কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জে $(2\frac{d}{b})$ সংখ্যক ব্যতিচার উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ তৈরি হবে।

3. 0.25×10^{-3} সেমি গ্রেটিং ধ্রুবকযুক্ত একটি উত্তরণ গ্রেটিং এর উপর লম্বভাবে একগুচ্ছ সমান্তরাল আলোকরশ্মি আপতিত হল। আলোকগুচ্ছের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পাল্লা 4.7×10^{-5} সেমি থেকে 6.4×10^{-5} সেমি পর্যন্ত। দূরবীক্ষণ অভিলক্ষ্যের ফোকাস তলে তৈরি প্রথম ক্রমের বর্ণালির বেধ যদি 3 সেমি হয় তবে ওর ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

4. কলিমেটর থেকে একগুচ্ছ সমান্তরাল একবর্ণী রশ্মি গ্রেটিং এর উপর ϕ কোণে আপতিত হল। আপতিত রশ্মির সঙ্গে যদি θ কোণে প্রথম ক্রমের উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ তৈরি হয় তবে প্রমাণ করুন

$$\lambda = d\sin\theta \pm d\phi(1-\cos\theta)$$

যেখানে $d =$ গ্রেটিং ধ্রুবক।

5. ফ্রেনেল ব্যবর্তন ও ফ্রনহফার ব্যবর্তনের তুলনা করুন।

6. একটি বিন্দু উৎস থেকে একটি ব্যবর্তন পর্দার উপর বৃত্তাকার স্লিটের কেন্দ্রের লম্ব দূরত্ব r। যদি উন্মেষের ব্যাসার্ধ a হয় এবং উৎস থেকে উন্মেষের পরিধির দূরত্ব $r + \ell$ হয় তবে দেখান যে বহু দূরে রাখা একটা পর্দার উপর ফ্রনহফার ব্যবর্তন ঘটবে যদি

$$\lambda r >> \frac{a^2}{2} \text{ হয়}$$

7. একটা বিন্দু উৎস জাত তরঙ্গ উল্লম্ব রৈখিক স্লিটে ব্যবর্তিত হলে পর্দার উপর অনুভূমিক রেখায় বিন্দু উৎসের প্রতিবিম্বের ফ্রিঞ্জ পাওয়া যায়। কেন উল্লম্ব রেখা বরাবর এরকম ফ্রিঞ্জ গঠিত হয় না?

8. একটি যুগ্মস্লিট ব্যবর্তনের পরীক্ষায় উৎস স্লিট যদি সাদা আলো দিয়ে বিকিরিত হয় করা তবে নিরীক্ষা পর্দায় ব্যবর্তন নকশা কি রকম দেখাবে?

7.11 উত্তর মালা

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর

1. ব্যবর্তন পর্দা থেকে উৎসের বা নিরীক্ষা পর্দার দূরত্বের যেটি ছোট তা r, আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এবং উন্মেষের ব্যাসার্ধ a হলে ব্যবর্তন তখনই ঘটবে যখন

$$r\lambda >> \frac{a^2}{2}$$

হবে। যেহেতু আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য খুবই ছোট তাই a ছোট না হলে উল্লিখিত শর্ত পূরণ হয় না। সেই জন্য কেবল সূক্ষ্ম বেধের উন্মেষেই ব্যবর্তন হবে। অথবা λ কে ও উৎসের ও পর্দার দূরত্বকে বাড়িয়ে ব্যবর্তনের শর্ত পূরণ সম্ভব। X রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এতই ছোট যে $\lambda \sim a^2$ এই সম্পর্কের বেধের স্লিট সাধারণ প্রযুক্তিতে প্রস্তুত করা যায় না। তাই কেলাস মাধ্যমেই কেবল X রশ্মির ব্যবর্তন লক্ষ্য করা যায়। কেলাসের ল্যাটিস বিন্দু গুলোর ব্যবধান $\lambda > a^2$ শর্ত মেনে চলে।

2. একক স্লিটের লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের শর্ত $b\sin\theta = n\lambda,\ n = \pm 1,\ \pm 2 \ldots$

θ খুবই ছোট বলে $b\theta = n\lambda$, বা $\theta = \dfrac{n\lambda}{b}$

কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের কৌণিক বেধ = ওর দুদিকের প্রথম লঘিষ্ঠদ্বয়ের কৌণিক ব্যবধান।

$$\therefore n = 1,\ \theta = \frac{\lambda}{b}$$

$$\therefore \text{বেধ} = 2\theta = \frac{2\lambda}{b}$$

পরপর দুটি লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের কৌণিক ব্যবধান।

$$\theta_{n+1} - \theta_n = \frac{(n+1)\lambda}{b} - \frac{n\lambda}{b} = \frac{\lambda}{b}$$

অতএব মুখ্য গরিষ্ঠের বেধ গৌণ গরিষ্ঠের বেধের দ্বিগুণ।

যেহেতু $\theta_{n+1}-\theta_n=\frac{\lambda}{b}=$ ধ্রুবক, অতএব যে কোন দু'টো পর পর লঘিষ্ঠের (n তম ও n+1 তম) ব্যবধান সবসময় সমান।

3. আমরা জানি d=a+b, a= দুই স্লিটের মধ্যবর্তী অনচ্ছ পর্দার বেধ, b= স্লিটের বেধ। যদি b=d হয় তবে a=0 অর্থাৎ দুটি স্লিট জুড়ে যাবে। ফলে বেধ হবে b+b=2b।

এটা দেখানো যায় যে যুগ্ম স্লিটের কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন গরিষ্ঠের মধ্যে $\frac{2d}{b}$ সংখ্যক ব্যতিচার গরিষ্ঠ থাকে। এক্ষেত্রে তাই ব্যতিচার গরিষ্ঠের সংখ্যা $=\frac{2d}{2b}=\frac{2b}{2b}=1$ অর্থাৎ মুখ্য ব্যবর্তন গরিষ্ঠের সংখ্যার সমান। অতএব $d=b$ শর্তে যুগ্ম স্লিট 2b বেধের একক স্লিটে পরিণত হবে।

4. দ্রষ্টব্য 7.6.2

5. বিচ্ছুরণ বলতে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সামান্য পরিবর্তনে ব্যবর্তনের কোণের পরিবর্তন অর্থাৎ কৌণিক ব্যবধান সৃষ্টি। আমরা জানি গ্রেটিং-এর গরিষ্ঠ বর্ণালির সমীকরণ

$$d\sin\theta=n\lambda$$

অপবর্তন কোণ θ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ-এর উপর নির্ভরশীল

$$\therefore d\cos\theta\Delta\theta=n\Delta\lambda$$

$$\Rightarrow \Delta\theta=\frac{n\Delta\lambda}{d\cos\theta}$$

ধরি $\Delta\theta_r=$ লাল বর্ণালির বিচ্ছুরণ কোণ, $\Delta\theta_v=$ বেগুনি বর্ণালির বিচ্ছুরণ কোণ।

$$\Delta\lambda_v=\Delta\lambda_r$$

$$\therefore\frac{\Delta\theta_r}{\Delta\theta_v}=\frac{\cos\theta_v}{\cos\theta_r}>1$$

কারণ $\theta_r>\theta_v$ অতএব $\Delta\theta_r>\Delta\theta_v$

6. দূরবীক্ষণকে তার অভিলক্ষ্যের ব্যাস দিয়ে চেনা হয়। যখন বলা হয় 40" দূরবীক্ষণ তখন বুঝতে হবে ঐ দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ব্যাস 40" এখন একটি দূরবীক্ষণে কোন নক্ষত্রের প্রতিবিম্বের কৌণিক ব্যাস

$$\Delta\theta=\frac{1.22\lambda}{D}$$

যেখানে D= দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ব্যাস এবং λ = নক্ষত্র থেকে আসা সবচেয়ে উজ্জ্বল রঙের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যা মোটামুটিভাবে হলুদ রঙের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান। স্পষ্টতই D বড় হলে নক্ষত্রের প্রতিবিম্ব কম ছড়িয়ে পড়বে, ফলে প্রতিবিম্ব অনেক তীক্ষ্ণ প্রান্তরেখায় গঠিত হবে। আবার নক্ষত্র দূরে গেলে নক্ষত্র নিস্তেজ হবে। সে ক্ষেত্রে D বাড়লে নক্ষত্র থেকে আসা বেশি আলোক রশ্মি দিয়ে প্রতিবিম্ব গঠিত হবে এবং প্রতিবিম্ব উজ্জ্বল হবে। অতএব তেমন দূরবীক্ষণই ব্যবহার করা উচিত যার অভিলক্ষ্যের ব্যাস বড়।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলীর উত্তর ও সমাধান

1. কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠের বেধ = ওর পাশের প্রথম দুই লঘিষ্ঠের দূরত্ব।

এখন লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের শর্ত $b\sin\theta = n\lambda$

যেখানে $n = \pm1, \pm2, \ldots \ldots$ ইত্যাদি। যেহেতু θ খুবই ছোট অতএব $b\theta = n\lambda$ । অতএব প্রথম লঘিষ্ঠের কৌণিক ব্যবধান

$$\theta = \pm\frac{\lambda}{b} \text{ ।}$$

$\therefore$ দুই লঘিষ্ঠের কৌণিক ব্যবধান $2\theta = \dfrac{2\lambda}{b}$ । যদি কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের বেধ হয় $\Delta\ell$, তবে

$$2\theta = \frac{\Delta\ell}{f}$$

$$\therefore \Delta\ell = 2\theta \times f = \frac{2\lambda f}{b} = \frac{2 \times 4.34 \times 10^{-5} \times 85}{0.245} = 0.03011 \text{ সেমি}$$

2. আমরা জানি ব্যবর্তন লঘিষ্ঠের শর্ত $b\sin\theta_n = n\lambda, n = \pm1, \pm2 \ldots$

আবার ব্যতিচার লঘিষ্ঠের শর্ত $d\sin\theta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, m = 1,2,3,\ldots$

যেহেতু θ খুবই ছোট, অতএব $b\theta_n = n\lambda$ এবং $d\theta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন গরিষ্ঠের কৌণিক বেধ = দুই প্রথম ক্রমের লঘিষ্ঠের কৌণিক ব্যবধান $= \dfrac{2\lambda}{b}$

ব্যতিচার গরিষ্ঠের বেধ $= \theta_{m+1} - \theta_m = \left(m + 1 + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} - \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d}$

অতএব যদি N সংখ্যক ব্যতিচার গরিষ্ঠ থাকে কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন গরিষ্ঠের ভিতরে তবে

$$N \times \frac{\lambda}{d} = \frac{2\lambda}{b}$$

$$\therefore N = \frac{2d}{b}$$

লক্ষণীয় যে ব্যতিচার লঘিষ্ঠের সংখ্যা হবে $N - 1 = \frac{2d}{b} - 1$.

3. ধরা যাক প্রদত্ত পাল্লায় প্রথম ক্রমের ব্যবর্তন কোণ θ_1 থেকে θ_2 পর্যন্ত বিস্তৃত। গ্রেটিং সমীকরণ

$$d\sin\theta = n\lambda$$

ধরা যাক যখন $\lambda_1 = 4.7 \times 10^{-5}$ সেমি তখন বর্ণালির ব্যবর্তন কোণ θ_1 এবং যখন $\lambda_2 = 6.4 \times 10^{-5}$ সেমি তখন বর্ণালির ব্যবর্তন কোণ $=\theta_2$ এখানে $n = 1$

$$\therefore \theta_1 = \sin^{-1}\frac{\lambda_1}{d}, \text{ এবং } \theta_2 = \sin^{-1}\frac{\lambda_2}{d}$$

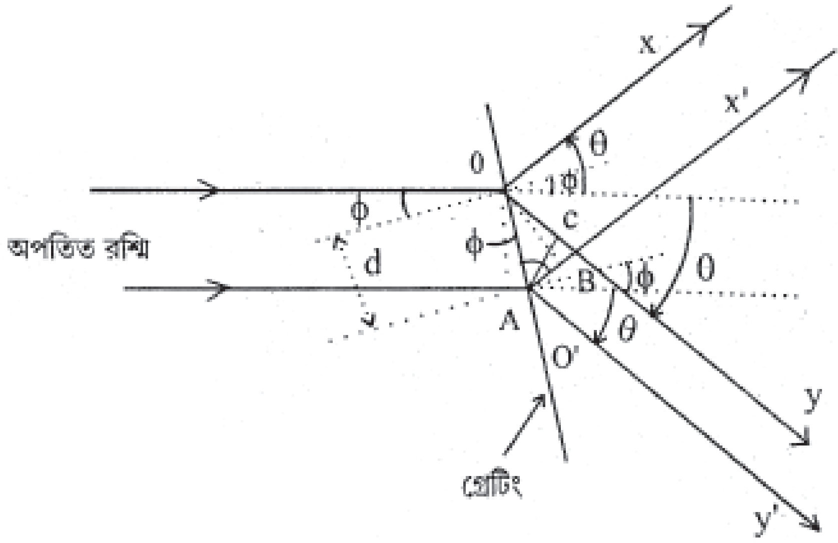
কিন্তু , $\therefore \theta_2 - \theta_1 = \frac{\Delta\ell}{f}$, $\Delta\ell =$ বর্ণালির পাল্লা $= 30$ সেমি এবং $f =$ দূরবীক্ষণের অভিলম্বের ফোকাস দৈর্ঘ্য।

$$\therefore f = \frac{\Delta\ell}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{3}{\sin^{-1}\frac{\lambda_2}{d} - \sin^{-1}\frac{\lambda_1}{d}}$$

$$\therefore f = \frac{3}{\sin^{-1}\left(\frac{6.4 \times 10^{-5}}{0.25 \times 10^{-3}}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{4.7 \times 10^{-5}}{0.25 \times 10^{-3}}\right)} = \frac{3}{0.259 - 0.189}$$

$$= \frac{3}{.07} = 42.86 \text{ সেমি}$$

4.



x, x' রশ্মি দুটোর মধ্যে পথপার্থক্য $= AO' + O'B,$

y, y' .... $OC - O'A$

এখন $AO' = d\sin\phi,\ O'B = d\sin(\theta - \phi)$

$$OC = d\sin(\theta + \phi)$$

অতএব θ কোণে ব্যবর্তিত পর পর দুটি রশ্মির মধ্যে পথ পার্থক্য $= d\sin\phi \pm d\sin(\theta + \phi)$

অতএব $\quad m\lambda = d\sin\phi + d\sin(\theta - \phi)$

বা $\quad m\lambda = d\sin(\theta + \phi) - d\sin\phi$

এখানে $\quad m = 1 \therefore \lambda = d\sin\phi + d\sin\theta\cos\phi - d\cos\theta\sin\phi$

$$= d\sin\theta\cos\phi - d\sin\phi(\cos\theta - 1)$$

আবার $\quad \lambda = d\sin\theta\cos\phi + d\cos\theta\sin\phi - d\sin\phi$

$$= d\sin\theta\cos\phi + d\sin\phi(\cos\theta - 1)$$

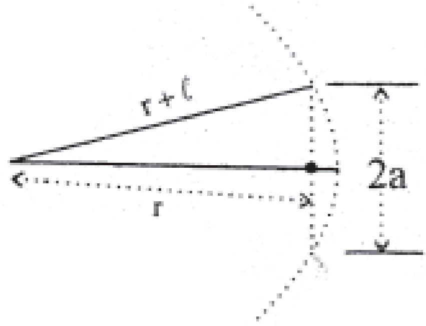
$$\therefore \lambda = d\sin\theta\cos\phi \pm d\sin\phi(\cos\theta - 1)$$

এখন ϕ খুবই ক্ষুদ্র বলে

$$\lambda = d\sin\theta \pm d\phi(\cos\theta - 1)$$

5. অনুচ্ছেদ 7.2.3 দেখুন

6.



চিত্র থেকে $(r+\ell)^2 = r^2 + a^2$

$$\Rightarrow 2r\ell = a^2 - \ell^2 \approx a^2$$

$$\therefore r = \frac{a^2}{2\ell}$$

স্পষ্টতই r খুব বড় হলে গোলীয় তরঙ্গ সমতল তরঙ্গে পরিণত হবে। সেক্ষেত্রে $\ell = \lambda$ হলে

$$r >> \frac{a^2}{2\lambda} \Rightarrow r\lambda >> \frac{a^2}{2}$$

শর্তে ফ্রন হফার ব্যবর্তন হবে। অন্যদিকে যদি $\lambda >> \ell$ হয় তবে $r\lambda >> \frac{a^2}{2}$ শর্তটি ফ্রনহফার ব্যবর্তনের শর্ত পালন করে।

7. রৈখিক স্লিটের বেধ অনুভূমিক বলে এবং বেধ ক্ষুদ্র বলে এই বেধের তরঙ্গের অপবর্তন ঘটে তার সমান্তরাল রেখায়। রৈখিক স্লিটের দৈর্ঘ্য খুবই বেশি বলে $r\lambda >> \frac{\ell^2}{2}$ শর্ত পূরণ হয় না। অথবা বিভিন্ন অংশের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠের উপরিপাতের ফলে ফ্রিঞ্জ গঠিত হয় না।

8. কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ব্যবর্তনের শর্ত হল $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2} = 1$ যখন $\theta = 0$. এই অবস্থায় সব বর্ণের আলোক $\theta = 0$ অভিমুখে ব্যবর্তিত হয় বলে কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন নকশা সাদা দেখাবে। কিন্তু যখন $\theta \neq 0$, তখন যেহেতু $b\sin\theta = n\lambda$, সেইজন্য একই ক্রমের ক্ষেত্রে λ বিভিন্ন হলে θও বিভিন্ন হবে। অর্থাৎ আলোক তরঙ্গ বিচ্ছুরিত হওয়ায় বর্ণালি গঠন করবে।

একক 8 ❑ ফ্রেনেল ব্যবর্তন

গঠন

8.1 প্রস্তাবনা

ব্যবর্তন সম্পর্কে সাধারণভাবে আলোচনা, ফ্রেনেল ও ফ্রনহফার ব্যবর্তন, কীভাবে উভয় প্রকার ব্যবর্তন পরীক্ষাগারে উৎপাদন ও পর্যবেক্ষণ করা যায়, ফ্রেনেল থেকে ফ্রনহফার ব্যবর্তনে গমন এবং উভয় প্রকার ব্যবর্তনের বৈশিষ্ট্য নিয়ে আমরা 7.1, 7.2, 7.2.1, 7.2.2 এবং 7.2.3 অনুচ্ছেদগুলিতে বিস্তারিত জেনেছি। আমাদের নিশ্চয়ই মনে পড়ছে যে ফ্রেনেল ব্যবর্তন সম্পর্কে বিস্তারিত অনুসন্ধান ও বিশ্লেষণ করেন। তাঁর বিশ্লেষণের তাত্ত্বিক ভিত্তি ছিল হাইগেন্‌স্ ফ্রেনেল নীতি। কিন্তু আমরা যখন ফ্রনহফার ব্যবর্তন সম্পর্কে আলোচনা করেছি তখন প্রত্যক্ষভাবে কোথাও এই নীতির প্রয়োগ সম্পর্কে কোন উল্লেখ করা হয়নি। যদিও ফ্রন হফার ব্যবর্তনের ক্ষেত্রেও হাইগেন্‌স-ফ্রন

হফার নীতি প্রযুক্ত হয়েছে। এই অনুল্লেখের কারণ হল ফ্রন হফার ব্যবর্তনে উৎস ও নিরীক্ষা পর্দা বহু দূরে এবং সর্বোপরি ব্যবর্তন ব্যবস্থা ছিল তুলনামূলকভাবে খুবই ক্ষুদ্র। এই রূপ অবস্থায় হাইগেনস্-ফ্রেনেল নীতির জটিলতার দিকটি এড়িয়ে যাওয়া সম্ভব ছিল। ফ্রেনেল ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে উৎস ও নিরীক্ষা-পর্দা ব্যবর্তন ব্যবস্থার সন্নিকটে এবং ব্যবহৃত তরঙ্গমুখ তুলনায় বৃহৎ। এমত অবস্থায় হাইগেনস্-ফ্রেনেল নীতিটিকে আরো একবার আলোচনা করা দরকার। পরবর্তী অনুচ্ছেদে এই আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করে আপনারা নিম্নে বিবৃত বিষয়গুলি সম্পর্কে অবহিত হবেন

- হাইগেনস্-ফ্রেনেল নীতি এবং বিপরীত তরঙ্গের (back wave) অনুপস্থিতি
- ফ্রেনেলের অর্ধ-পর্যায়কালীন বলয় এবং বলয় পাত (zone plate)
- বৃত্তীয় উন্মেষ ও সরলরৈখিক কিনারায় (straight edge) ব্যবর্তন।

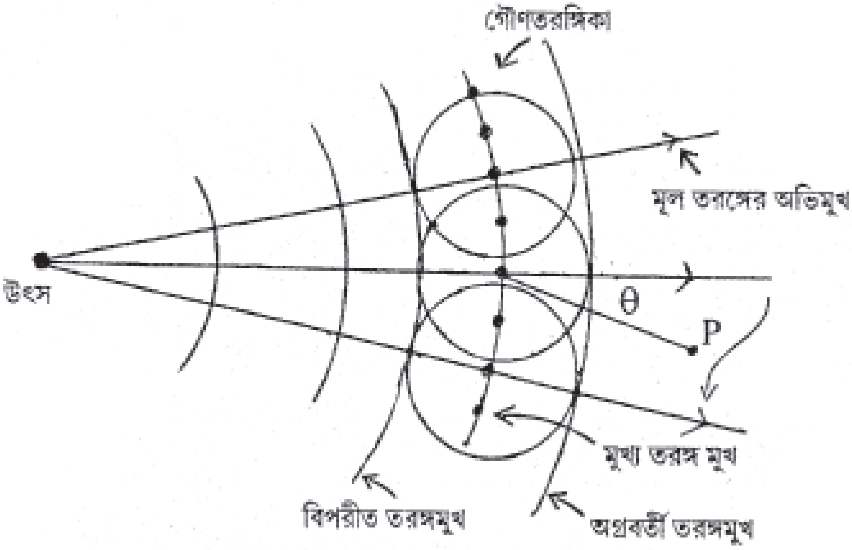
8.2 হাইগেনস্-ফ্রেনেল নীতি ও তির্যক-গুণক

আমরা ইতিমধ্যে জেনেছি, আলোক তরঙ্গ কীরূপে সঞ্চারিত হয়। যেকোন মুখ্য তরঙ্গ-মুখের প্রতিটি বিন্দু গোলীয় গৌণ তরঙ্গিকার উৎসরূপে সক্রিয়, কিছুটা সময়াবকাশের পর এই গৌণ তরঙ্গিকাগুলির লব্ধ আবরণই আবার মুখ্য তরঙ্গমুখ রূপে বিবেচ্য। গৌণ তরঙ্গিকাগুলির বেগ ও কম্পাঙ্ক সংশ্লিষ্ট বিন্দুতে মূল তরঙ্গের বেগ ও কম্পাঙ্কের সমান। এই হল হাইগেনসের নীতি। ফ্রেনেল এই নীতিকে ব্যবর্তন ব্যাখ্যা করার জন্য কিছুটা পরিবর্তিত করেন। তিনি বললেন, কোন প্রদত্ত সময়ে একটি তরঙ্গ মুখের অবারিত অংশের (unobstructed portion) যে কোন বিন্দু গোলীয় গৌণ তরঙ্গিকার উৎসরূপে কার্য করে যার কম্পাংক মুখ্য তরঙ্গের কম্পাংকের সমান; বিবেচ্য তরঙ্গমুখ ছাড়িয়ে কোন বিন্দুতে আলোক ক্ষেত্রের বিস্তার হবে এই সমস্ত তরঙ্গিকাগুলির উপরিপাতের লব্ধি যা পাওয়া যাবে তরঙ্গিকাগুলির বিস্তার ও আপেক্ষিক দশা বিবেচনা করে। এই হল হাইগেনস্-ফ্রেনেল নীতি।

এই নীতি অনুসারে গোলীয় তরঙ্গিকাগুলি দুটি বিপরীতমুখী মুখ্য তরঙ্গমুখ গঠন করবে। একটি উৎস থেকে বহির্মুখী, অন্যটি উৎসাভিমুখী। কিন্তু পরীক্ষা দ্বারা উৎসাভিমুখী কোন তরঙ্গমুখের সন্ধান পাওয়া যায়নি। বিষয়টি ফ্রেনেলকে ভাবিয়েছিল। কিন্তু তিনি কোন সমাধান প্রস্তাব করেননি। অবশ্য ফ্রেনেল এটা লক্ষ্য করেন যে তরঙ্গের মূল অভিমুখ (তরঙ্গ-অভিলম্ব) থেকে তরঙ্গিকার-গতিমুখ যত কৌণিকভাবে সরে যাবে ততই আলোকের তীব্রতা হ্রাস পাবে। ফির্কক [গুস্তাভ রবার্ট ফির্কক (1824–1887) Gustave Robert Kirchhof জার্মান পদার্থ বিজ্ঞানী] তরঙ্গিকার তীব্রতার এই অভিমুখ বিচ্যুতির উপর নির্ভরশীলতাকে সঠিকভাবে খুঁজে পান। কির্কফ প্রস্তাব করেন যে যদি মূল তরঙ্গের বিস্তারকে

$$Q(\theta) = \frac{1}{2}(1+\cos\theta) \qquad \text{.............(8.1)}$$

দ্বারা গুণ করা যায় তা হ'লে বিপরীত তরঙ্গকে নস্যাৎ করা যায় এবং একই সঙ্গে গৌণ তরঙ্গিকার তীব্রতার অভিমুখ নির্ভরতারও ব্যাখ্যা পাওয়া যায়। এখানে $\theta =$ তরঙ্গিকার উৎস-স্থলে তরঙ্গের মূল অভিমুখের সঙ্গে অন্য কোন তির্যক অভিমুখের উৎপন্ন কোণ (চিত্র ৪.1)।



চিত্র ৪.1 : গৌণ তরঙ্গিকা

সমীকরণ (৪.1)-এ Q (θ) কে বলা হয় তির্যকগুণক (obliquity or inclination factor)। যদি P বিন্দুটি মূল তরঙ্গমুখের অভিলম্বের উপরে থাকে, তবে $\theta=0$ এবং $Q(\theta)=Q(O)=1$। কিন্তু P বিন্দুটি যদি তরঙ্গের গতির বিপরীত দিকে থাকে তবে $\theta=\pi$ এবং $Q(\theta)=Q(\pi)=0$। অতএব গৌণ তরঙ্গিকার বিস্তারকে তির্যকগুণক $Q(\theta)$ দ্বারা গুণ করলে আমরা যেমন বিপরীত তরঙ্গ থেকে অব্যাহতি পাবো, তেমনি θ বৃদ্ধির সঙ্গে তীব্রতা হ্রাসের ব্যাখ্যাও পাবো।

যদি কোন তরঙ্গ-সমীকরণের গোলীয় সমাধান করা হয় তবে তরঙ্গ অপেক্ষক $\psi(r,t)$ হবে

$$\psi(r,t)=\left(\frac{A}{r}\right)\cos k(r\pm vt) \qquad \text{..................(8.2)}$$

যদি কেবলমাত্র সম্মুখগামী তরঙ্গতল বিবেচনা করা হয় তবে

$$\psi(r,t)=\left(\frac{A}{r}\right)\cos k(r-vt) \qquad \text{..................(8.3)}$$

$$=\frac{A}{r}\cos(\omega t-kr) \qquad \text{..................(8.4)}$$

এখন ধরা যাক t সময়ে একটি মুখ্য তরঙ্গমুখ তার উৎস থেকে R দূরত্বে আছে। এই তরঙ্গ মুখের উপর আমরা একটি ক্ষুদ্র অঞ্চল ds বিবেচনা করি। ds এর উপর সব বিন্দুই সুসম্বদ্ধ এবং প্রত্যেকেই মুখ্য তরঙ্গের দশায় ও বিস্তারে গৌণ তরঙ্গিকা বিকিরণ ঘটায়। এই ds থেকে r দূরে কোন বিন্দুতে সমস্ত গৌণ তরঙ্গিকা একই দশা $\{\omega t - k(R+r)\}$ সহ উপস্থিত হবে। ds এর উপর মুখ্য তরঙ্গের বিস্তার $= \dfrac{A}{R}$। আবার যদি ds এর উপর একক ক্ষেত্রের উৎস শক্তির পরিমাণ হয় E তবে $E \propto \dfrac{A}{R}$ বা $E = P\dfrac{A}{R}$, P= অনুপাতের ধ্রুবক। অতএব ds থেকে θ কোণে নির্গত তরঙ্গিকাগুলির লব্ধি তরঙ্গ হবে

$$d\psi = Q(\theta)\frac{E}{r}\cos[\omega t - k(R+r)]ds \qquad \text{.................(8.5)}$$

এখানে ds এত ক্ষুদ্র যে তার উপর সমস্ত তরঙ্গিকার তির্যক গুণক $Q(\theta)$ কে সমান ধরা যেতে পারে।

8.2.1 ফ্রেনেলের অর্ধ-পর্যায়ী বলয় [Fresnel's Half-Period Zones]

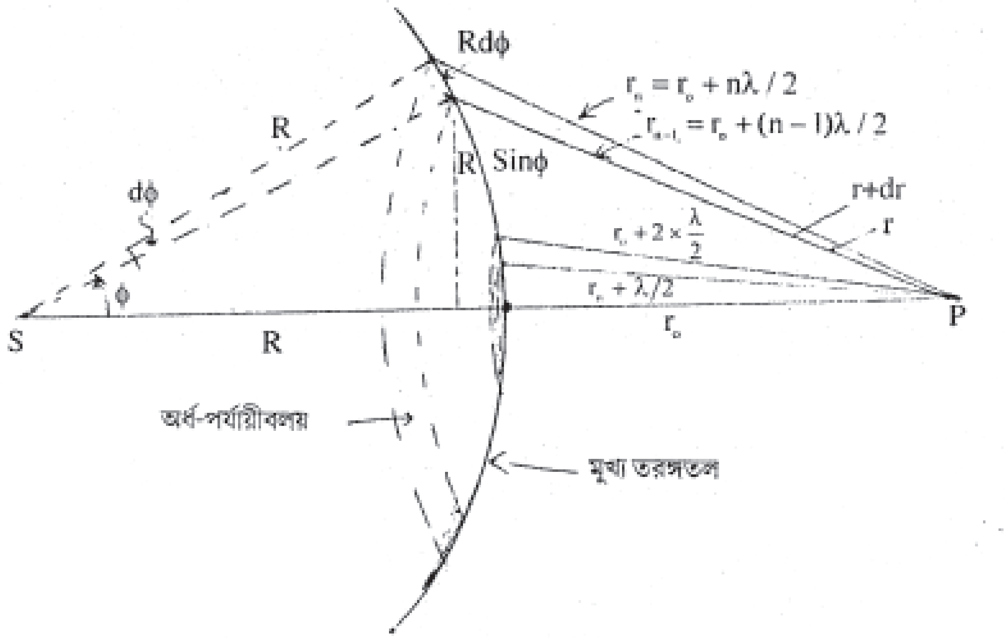
একটা উৎস থেকে কিছু দূরের একটা বিন্দুতে আলোক ক্ষেত্রের প্রাবল্য কত হবে — হাইগেন্‌স্ ফ্রেনেল নীতি দ্বারা তা নির্ণয় করা যায়। যদি হাইগেন্‌স-ফ্রেনেল তত্ত্ব সঠিক হয় তবে একটা উৎস থেকে আলো সরাসরি অভীষ্ট বিন্দুতে পৌঁছালে তীব্রতার যে রাশিমালা পাওয়া যাবে, এই নীতির ভিত্তিতে সেই রাশিমালা পাওয়া উচিত।

মনে করা যাক একটি উৎস S থেকে আলো সরাসরি P বিন্দুতে পৌঁছাতে পারে। ধরা যাক কোন এক সময় S থেকে তরঙ্গ R ব্যাসার্ধের গোলীয় তলে উপস্থিত হয়েছে। এই তলের উপর উৎপন্ন গৌণতরঙ্গিকাগুলি যখন P বিন্দুতে উপরিপাত ঘটাবে তখন লব্ধি ক্ষেত্র হবে S থেকে সরাসরি P তে পৌঁছে যাওয়া তরঙ্গের সমান।

মুখ্য তরঙ্গমুখ থেকে আগত গৌণ তরঙ্গিকাগুলির লব্ধি নির্ণয় করার জন্য ফ্রেনেল মুখ্য তরঙ্গতলটিকে বহুসংখ্যক ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বলয়াকার অঞ্চলে ভাগ করেন। তাঁর পদ্ধতিটি হল P বিন্দুকে কেন্দ্র করে $r_o + \dfrac{\lambda}{2}$, $r_o + 2\dfrac{\lambda}{2}$, $r_o + 3\dfrac{\lambda}{2}, \ldots, r_o + (n-1)\dfrac{\lambda}{2}$, $r_o + n\dfrac{\lambda}{2} \ldots$ ব্যাসার্ধের গোলক অঙ্কন করতে হবে। গোলকগুলি মুখ্য তরঙ্গ তলকে সমাক্ষীয় বলয়াকৃতির বহু সংখ্যক অঞ্চলে ভাগ করবে। এই বলয়াকৃতির অঞ্চল গুলিকে বলে ফ্রেনেলের অর্ধ-পর্যায়ী বলয় (Fresnel Half period zones), (চিত্র 8.2)।

ধরা যাক P থেকে r দূরত্বে যে বলয়টি আছে তার ক্ষেত্রফল ds. এই তলের উপর সব গৌণ-তরঙ্গিকার উৎসগুলি সুসম্বদ্ধ বিবেচনা করা যেতে পারে এবং আমরা ধরব যে মুখ্য তরঙ্গের বিস্তার ও দশায় গৌণ তরঙ্গিকাগুলি আলোক বিকিরণ ঘটাবে। অতএব সমীকরণ (8.5) দ্বারা ds থেকে আগত গৌণ তরঙ্গিকার মোট অবদানকে সূচিত করা যায়। এখন

$$ds = (2\pi R\sin\phi)Rd\phi = 2\pi R^2\sin\phi\, d\phi \qquad \text{................(8.5i)}$$



চিত্র 8.2 : মুখ্যতরঙ্গতলকে অর্ধপর্যায়ী বলয়ে বিভক্তকরণ।

কিন্তু কোসাইন সূত্র থেকে লেখা যায়

$$r^2 = R^2 + \left(R + r_o\right)^2 - 2R\left(R + r_o\right)\cos\phi \qquad \text{................(8.5ii)}$$

একে অবকল করলে পাওয়া যায়

$$2rdr = 2R\left(R + r_o\right)\sin\phi d\phi \qquad \text{................(8.5iii)}$$

ঐ মুহূর্তের জন্য R এবং r_o ধ্রুবক।

(8.5) (iii) থেকে $\sin\phi d\phi$ এর মান বসিয়ে (8.5) (i) থেকে 'ds' কে লেখা যায়

$$ds = 2\pi R^2 \times \frac{2rdr}{2R\left(R + r_o\right)} = \left(\frac{2\pi R}{R + r_o}\right) rdr \qquad \text{..................(8.6)}$$

$$\therefore d\psi = \frac{2\pi QER}{R + r_o}\cos[\omega t - k(R + r)]dr$$

অতএব n-তম বলয় থেকে P বিন্দুতে আগত গৌণ তরঙ্গিকা সমূহের মোটপ্রভাব

$$\psi_n = \frac{2\pi Q_n ER}{R + r_o}\int_{r_{n-1}}^{r_n} \cos[\omega t - k(R + r)]dr$$

যেখানে $r_{n-1} = r_0 + (n-1)\frac{\lambda}{2}$, $r_n = r_o + n\frac{\lambda}{2}$, এবং $Q_n = Q(\theta)$ = n-তম বলয়ের তির্যক গুণক।

$$\therefore \psi_n = -\frac{2\pi Q_n ER}{(R+r_0)k}\left[\sin(\omega t - kR - kr)\right]_{r_{n-1}}^{r_n}$$

$k = |\vec{k}|$, $\vec{k}$ = তরঙ্গাভিমুখ ভেক্টর (wave vector), অতএব $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\therefore \psi_n = \frac{-Q_n ER\lambda}{R+r_0}\left[\sin(\omega t - kR - kr_n) - \sin(\omega t - kR - kr_{n-1})\right]$$

$$= \frac{-2Q_n ER\lambda}{R+r_0}\cos\left[\omega t - kR - \frac{k(r_n + r_{n-1})}{2}\right]\sin\frac{k(r_{n-1} - r_n)}{2}$$

$$= \frac{2Q_n ER\lambda}{R+r_0}\cos\left[\omega t - kR - kr_0 - (2n-1)\frac{\lambda}{4}k\right]$$

$$= \frac{2Q_n ER\lambda}{R+r_0}\cos\left[(2n-1)\frac{\lambda}{2} + \omega t - k(R+r_0)\right]$$

$$= (-1)^{n+1}\frac{2Q_n ER\lambda}{R+r_0}\sin\left[\omega t - k(R+r_0)\right] \qquad \text{.................(8.7)}$$

অতএব n-তম অর্ধপর্যায়ী বলয়ের জন্য n=0, 1, 2,... P বিন্দুতে ψ_n-এর বিস্তার

$$A_n = (-1)^{n+1}\frac{2Q_n ER\lambda}{R+r_0} \qquad \text{.................(8.8)}$$

n-এর মান যুগ্ম বা বিযুগ্ম তার ওপর নির্ভর করে ψ_n-এর বিস্তার হবে যথাক্রমে ঋণাত্মক বা ধনাত্মক। যদি গোলীয় না হয়ে তরঙ্গমুখ সমতল হয় অর্থাৎ যদি S বহুদূরে অবস্থিত হয় তবে $R >> r_0$। সেক্ষেত্রে

$$A_n = (-1)^{n+1}2Q_n E\lambda \qquad (8.9)$$

$$A_n = (-1)^{n+1}E\lambda(1+\cos\theta) \qquad (7.10)$$

স্পষ্টতই n বৃদ্ধি পেতে থাকলে θ বৃদ্ধি পাবে। ফলে A_n হ্রাস পেতে থাকবে। অতএব বিপরীতদশায় থাকলেও পরপর বলয় থেকে আগত তরঙ্গগুলির অবদান পরস্পরকে সম্পূর্ণ নস্যাৎ করতে পারেনা। আবার আমরা লক্ষ্য করি যে n-তম বলয়ের ক্ষেত্রফল n বৃদ্ধির সঙ্গে সামান্য বৃদ্ধি পায়। (8.6) থেকে

$$S_n = \frac{2\pi R}{R + r_o} \int_{r_{n-1}}^{r_n} r\,dr$$

$$= \frac{\pi R}{R + r_o}\left[r_n^2 - r_{n-1}^2\right]$$

$$= \frac{\pi R\lambda}{R + r_o}\left\{r_o + \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}\right\} \qquad \text{.................(8.10)}$$

তরঙ্গতল সমতল হলে

$$S_n = \pi\lambda\left\{r_o + \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}\right\} \qquad \text{.................(8.11)}$$

S_n বৃদ্ধি পেলে গৌণ তরঙ্গিকার সংখ্যা বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু n বৃদ্ধি পেলে Q_n হ্রাস পায়। এইজন্য A_n/Q_n ধ্রুবক [সমীকরণ (8.8) বা (8.9) দ্রষ্টব্য।]

সমগ্র তরঙ্গ তলের মোট আলোক তরঙ্গ বিস্তারের অবদান

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n$$

$$\text{বা } A = |A_1| - |A_2| + |A_3| - \ldots \pm |A_n| \qquad \text{.................(8.12)}$$

কারণ $A_1, A_2, A_3 \ldots$ পর পর বিপরীত চিহ্নযুক্ত। এখন n যদি বিজোড় হয় তবে আমরা ওপরের শ্রেণিটিকে দু'ভাবে লিখতে পারি। যেমন,

$$A = \frac{|A_1|}{2} + \left(\frac{|A_1|}{2} - |A_2| + \frac{|A_3|}{2}\right) + \left(\frac{|A_3|}{2} - |A_4| + \frac{|A_5|}{2}\right) + \ldots$$

$$+ \left(\frac{|A_{n-2}|}{2} - |A_{n-1}| + \frac{|A_{n-1}|}{2}\right) + \frac{|A_n|}{2} \qquad \text{.................(8.13)}$$

বা $$A = A_1 - \frac{|A_2|}{2} - \left(\frac{|A_2|}{2} - |A_3| + \frac{|A_4|}{2}\right) - \left(\frac{|A_4|}{2} - |A_5| + \frac{|A_6|}{2}\right) - \ldots$$

$$- \left(\frac{|A_{n-3}|}{2} - |A_{n-2}| + \frac{|A_{n-1}|}{2}\right) - \frac{|A_{n-1}|}{2} + |A_n| \qquad \text{................ (8.14)}$$

এখন হয় $$|A_n| > \frac{|A_{n-1}| + |A_{n+1}|}{2},$$

বা $$|A_n| < \frac{|A_{n-1}| + |A_{n+1}|}{2}$$

যদি $|A_n| > \frac{|A_{n-1}| + |A_{n+1}|}{2}$ হয় তবে

$$0 > \left(\frac{|A_{n-1}|}{2} - |A_n| + \frac{|A_{n+1}|}{2}\right)$$

অর্থাৎ সমীকরণ (8.13)-এর প্রতিটি বন্ধনীভুক্ত পদ ঋণাত্মক। ফলে আমরা সমীকরণটি থেকে পাই

$$A < \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_n|}{2} \qquad \text{.................(8.15)}$$

এবং (8.13) থেকে পাই

$$A > |A_1| - \frac{|A_2|}{2} - \frac{|A_{n-1}|}{2} + |A_n| \qquad \text{.................(8.16)}$$

যেহেতু তির্যক গুণক-এর মান এক থেকে শূন্য পর্যন্ত হতে পারে। যদি বলয়ের সংখ্যা অনেক বেশি হয় সেক্ষেত্রে পাশাপাশি বলয়গুলির মধ্যে প্রভেদটুকু উপেক্ষা করা যেতে পারে। অর্থাৎ

$|A_1| \approx |A_2|$ এবং $|A_{n-1}| \approx |A_n|$ এক্ষেত্রে (8.16) থেকে পাই

$$A > \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_n|}{2} \qquad \text{.................(8.17)}$$

সমীকরণ (8.15) এবং (8.17) থেকে এই সিদ্ধান্ত নেওয়া চলে যে

$$A \approx \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_n|}{2} \qquad \text{.................(8.18)}$$

যখন $|A_n| < \frac{|A_{n-1}| + |A_{n+1}|}{2}$, তখনও আমরা (8.18) এর মত একই ফল পাব। m যদি যুগ্ম হয় সেক্ষেত্রেও একই প্রক্রিয়া দ্বারা দেখা যাবে যে

$$A \approx \frac{|A_1|}{2} - \frac{|A_n|}{2} \qquad \text{.................(8.19)}$$

যদি সমগ্র গোলীয় মুখ্য তরঙ্গ তল বিবেচনা করা যায় তবে m তম ফ্রেনেল অর্ধ-পর্যায়ী তলে $\theta = \pi$ এবং । $Q(\theta) = Q(\pi) = 0$. অর্থাৎ $|A_n| = 0$ হবে। তখন

$$A = \frac{|A_1|}{2} \qquad \text{.................(8.20)}$$

অর্থাৎ যখন কোন উৎসের সমগ্র তরঙ্গতল উন্মুক্ত থাকে তখন কোন বিন্দুতে অলোক তরঙ্গের মোট বিস্তার তরঙ্গ তলের প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের অবদানের অর্ধেক।

এখন যদি তরঙ্গ S থেকে সোজাসুজি P বিন্দুতে গমন করে তবে P বিন্দুতে তরঙ্গ [সমীকরণ (8.4) থেকে]

$$\psi = \frac{'A}{R + r_0} \cos[\omega t - k(R + r_o)] \qquad \text{.................(8.21)}$$

গৌণ তরঙ্গিকার ধারণা থেকে আমরা পেয়েছি সমীকরণ (8.7) । অতএব P বিন্দুতে সমগ্র মুখ্যতল জাত গৌণ তরঙ্গিকা যে লব্ধি তরঙ্গ উৎপন্ন করবে তা হবে

$$\psi = \sum \psi_n = \sum A_n \sin[\omega t - k(R + r_o)]$$

যেখানে A_n সমীকরণ (8.8) এ প্রদত্ত।

$$\therefore \psi = (A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n)\sin[\omega t - k(R + r_o)]$$

$$= \frac{|A_1|}{2}\sin[\omega t - k(R + r_o)]$$

[সমীকরণ (8.21) থেকে পাই]

(8.8) থেকে

$$|A_1| = \frac{2Q_1 ER\lambda}{R + r_o}$$

$$\therefore \psi = \frac{Q_1 E R\lambda}{R + r_o}\sin\left[\omega t - k(R + r_o)\right]$$

এখন যেহেতু প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী বলয় থেকে তরঙ্গ $\theta = 0$ অভিমুখে গমন করে তাই $Q_1 = 1$ এবং আমরা জানি $E = P\frac{A}{R}$, যেখানে P ধ্রুবক। অতএব

$$\psi = \frac{AP\lambda}{R + r_o}\sin\left[\omega t - k(R + r_o)\right]$$

আমরা ধ্রুবক $P = \frac{1}{\lambda}$ ধরতে পারি, যা থেকে আমরা সমীকরণ (8.21) এর তুল্য সমীকরণ পাই যা কিনা $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যে আছে। এই অসংগতিকেও মুছে ফেলা যায় যদি আমরা মনে করি গৌণ তরঙ্গিকাগুলি মুখ্য তরঙ্গের সমদশায় বিকীর্ণ না হয়ে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যে বিকীরিত হয়।

8.2.2 আলোকের সরলরেখায় গমন

আমরা দেখেছি, যদি কোন উৎস থেকে আলো অবাধে অন্য একটি বিন্দুতে এসে পৌঁছায় তবে ঐ বিন্দুতে তরঙ্গের লব্ধি বিস্তার হবে

$$A = \frac{|A_1|}{2}$$

এর অর্থ হ'ল, সমগ্র তরঙ্গতল থেকে গৌণতরঙ্গিকা ঐ বিন্দুতে যে তরঙ্গ বিস্তার ঘটায় তা কেবলমাত্র প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী ক্ষেত্রের গৌণ তরঙ্গিকাগুলির মোট বিস্তারের অর্ধেক। এই প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? ধরা যাক কোন একসময়ের মুখ্য তরঙ্গমুখ থেকে অভীষ্ট বিন্দুর দূরত্ব $r = 50$ সেমি, আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 6000\,\mathring{A}$। বিন্দুটা থেকে বলয়ের পরিধির দূরত্ব $r + \frac{\lambda}{2}$। অতএব যদি বলয়ের ব্যাসার্ধ a_1 হয় তবে

$$a_1^2 = \left(r + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - r^2 = r\lambda + \frac{\lambda^2}{4} \approx r\lambda$$

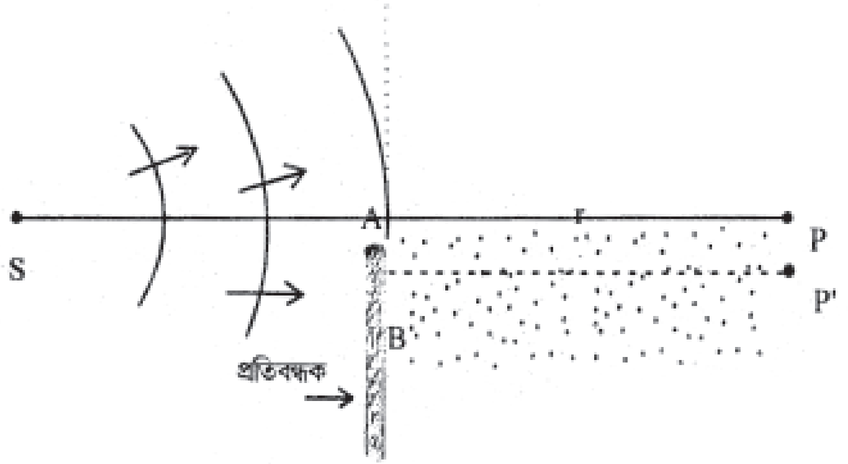
$\therefore$ বলয়ের ব্যাস $= 2\sqrt{r\lambda} = 2\sqrt{50 \times 6000 \times 10^{-8}}$ সেমি

$= 1$ মিমি প্রায়

অর্থাৎ উৎস ও বিন্দুর মধ্যে বিন্দুটি থেকে 50 সেমি দূরে সংযোগরেখাকে কেন্দ্র করে কেবল 1 মিমি ব্যাসের ছিদ্রযুক্ত

অস্বচ্ছ পর্দা থাকলে বিন্দুতে যে আলো এসে পৌঁছাবে তা সমগ্র উন্মুক্ত তরঙ্গ মুখ থেকে আগত আলোক থেকে বেশি। তাই বলা যায় আলো সরলরেখায় গমন করে।

অন্য আরো একটি প্রশ্ন বিবেচনার দাবী রাখে। আলোর যখন ব্যবর্তন হয়, অর্থাৎ আলো যখন প্রতিবন্ধককে অতিক্রম করে তার পশ্চাতে যেতে পারে তখন ছায়া কিরূপে সৃষ্টি হয়?



চিত্র 8.3 : কেন ছায়া উৎপন্ন হয়।

আলোকউৎস S ও প্রতিবন্ধকের প্রান্ত বিন্দু A বরাবর রেখার উপর P অবস্থিত। অতএব P বিন্দুতে আলো পৌঁছাবে। কিন্তু P' বিন্দুতে যে আলো ব্যবর্তন হেতু আসবে তা আসবে তরঙ্গ তলের A বিন্দু ও তার উপর থেকে। যদি B বিন্দু সাপেক্ষে (P' বিন্দুর ক্ষেত্রে প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের কেন্দ্র B) A বিন্দুর অবস্থান হয় n তম অর্ধপর্যায়ী বলয়ের পরিধির উপর, তবে $BA = a_n = \sqrt{nr\lambda}$, ধরা যাক P' বিন্দুতে আলোকিত রেখা থেকে 1 সেমি অভ্যন্তরে।

$\therefore a_n = 1$ সেমি $= \sqrt{nr\lambda}$

$$\text{বা} \;\; n = \frac{1}{r\lambda} = \frac{1}{50 \times 6000 \times 10^{-8}} = 333$$

অতএব $a_n = a_{333}$ এবং n তম বলয়ের তরঙ্গ বিস্তারে অবদান $|A_n| = |A_{333}|$। কিন্তু P' বিন্দুতে বিস্তার

$$A' = \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_{333}|}{2}$$

যেহেতু প্রথম বলয় অনুপস্থিত, $|A_1| = 0$ এবং

$$A' = \frac{|A_{333}|}{2}$$

$|A_{333}|$ এতই নগণ্য যে $A' \approx 0$। অর্থাৎ P' বিন্দুতে কোন আলো এসে পৌঁছাবে না। এই কারণেই কোন প্রতিবন্ধকের পশ্চাতে ছায়ার সৃষ্টি হয়।

8.2.3 বলয় ফলক বা জোন প্লেট (Zone plate)

সমীকরণ (8.12) থেকে আমরা দেখতে পাই যে যদি একটি বলয়ান্তর থেকে গৌণ তরঙ্গিকার বিকিরণ বন্ধ করে দেওয়া যায় তবে অভীষ্ট বিন্দুতে আলোক তরঙ্গের বিস্তার বৃদ্ধি পাবে এবং ঐ বিন্দুতে আলোর তীব্রতা বহুগুণ বেড়ে যাবে —

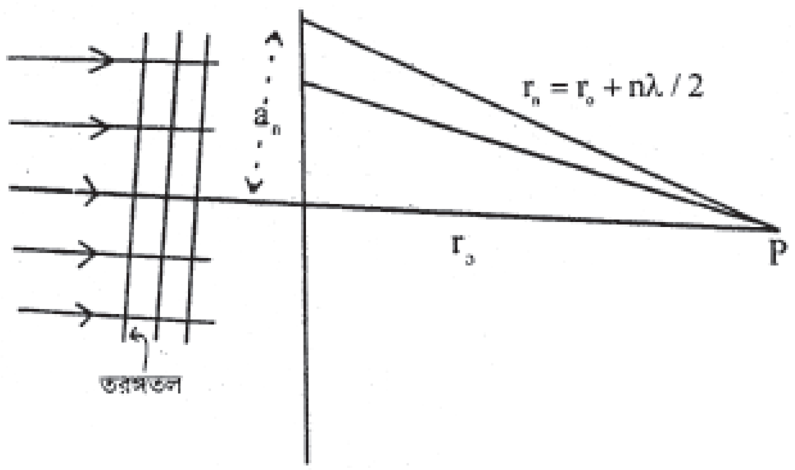
যদি জোড়-সংখ্যক বলয় গুলিকে অবরুদ্ধ করা যায় তবে

$$A = |A_1| + |A_3| + |A_4| + \ldots\ldots + |A_n|,\ n = \text{ বিজোড়}$$

যদি বিজোড়-সংখ্যক বলয় গুলিকে অবরুদ্ধ করা হয় তবে

$$A = -\{|A_2| + |A_4| + \ldots\ldots + |A_n|,\ n = \text{ জোড়}$$

সমীকরণ (8.8) থেকে আমরা দেখতে পাচ্ছি A_n এর মান অভীষ্ট বিন্দুর দূরত্ব (r_o) এর উপর নির্ভর করে। অতএব বলা যায় কোন একটি তরঙ্গমুখের উপর ফ্রেনেল অর্ধ-পর্যায়ী একান্তর বলয়গুলিকে অবরুদ্ধ করে বিভিন্ন বিন্দুতে আলোক তরঙ্গের তীব্রতা বৃদ্ধি করা যায় যেমন অভিসারী লেন্স দ্বারা করা হয়।



চিত্র 8.4 : nতম বলয়ের বহির্ব্যাসার্ধ

একটি সমতল আলোক তরঙ্গকে একটি স্বচ্ছ সমতল পর্দার উপর আপতিত করলে ঐ পর্দাকে মুখ্য তরঙ্গ তল বলা চলে। এই পর্দার উপর ফ্রেনেল অর্ধ-পর্যায়ী বলয় গড়ে যদি একান্তর বলয়গুলিকে কালো করা যায় তবে আমরা ঐ পর্দার বিপরীত পার্শ্বে নির্গত তরঙ্গকে অভিসৃত হতে দেখব।

ধরি $a_n = n$তম বলয়ের ব্যাসার্ধ (বহিস্থ)

$r_o =$ পর্দা থেকে অভীষ্ট বিন্দুর দূরত্ব P

$r_n = r_o + n\dfrac{\lambda}{2} = P$ থেকে বলয়ের পরিধির দূরত্ব।

$$\therefore a_n^2 = r_n^2 - r_o^2 = \left(r_o + n\frac{\lambda}{2}\right) - r_o^2 = n\lambda r_o + \frac{n^2\lambda^2}{4}$$

যেহেতু λ খুবই ক্ষুদ্র, তাই

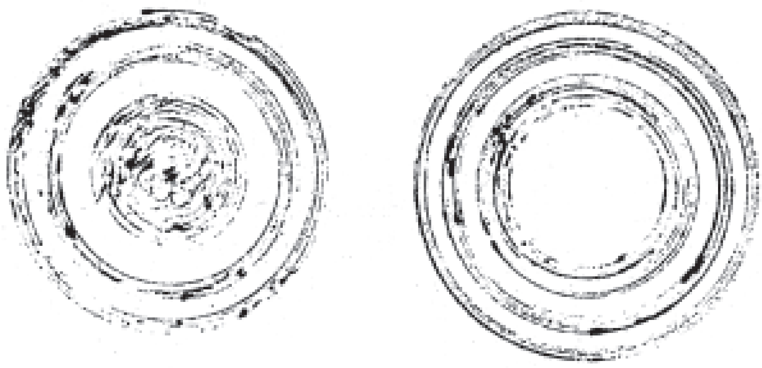
$$a_n = (\lambda r_o)\sqrt{n} \qquad \text{.................(8.22)}$$

$n = 1,2,3,\ldots\ldots$ বসিয়ে যথাক্রমে প্রথম, দ্বিতীয়,তৃতীয়... প্রভৃতি বলয়গুলির বহির্ব্যাসার্ধ পাওয়া যায়।

$$a_1 = \sqrt{\lambda r_o},\ a_2 = \sqrt{2}\sqrt{\lambda r_o} = \sqrt{2}a_1,\ a_3 = \sqrt{3}a_1$$

$$a_n = \sqrt{n}a_1$$

অত · ব স্বচ্ছ পর্দার উপর প্রাকৃতিক রাশির বর্গমূলের সমান ব্যাসার্ধ যুক্ত সমকেন্দ্রিক বৃত্ত অঙ্কন করে যে বহু সংখ্যক বলয় শৃঙ্খল গঠন করা যায় তাদের একান্তর বলয়গুলিকে কালো করলে আমরা অভিসারী ফলক গঠন করতে পারি। একে বলে বলয় ফলক (zone plate)।



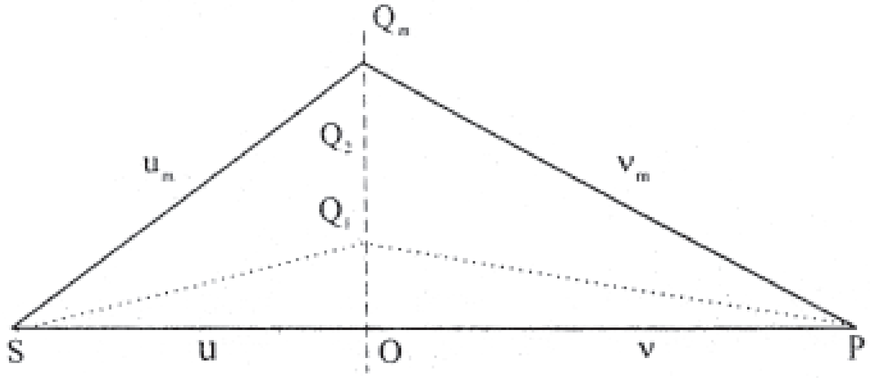
চিত্র 8.5 : বলয়-ফলক নির্মাণ।

একটা সাদা কাগজের উপর এরূপ বৃত্তাঙ্কন করে একান্তর বলয়গুলিকে কালো করা হয়। (চিত্র 8.5)। এরপর এই বলয়ের ক্ষুদ্রায়িত ছবি তোলা হয়।

ছবির নেগেটিভ হল ফ্রেনেলের বলয়-ফলক বা জোন প্লেট। লক্ষ্য করুন হয় বিজোড়-সংখ্যক বা জোড়-সংখ্যক বলয় গুলিকেই কেবল কালো করা হয়েছে।

বলয় ফলক ব্যবহার করা হয় x-তরঙ্গ বা মাইক্রোতরঙ্গের সাহায্যে ছবি তোলার সময়। কেননা সাধারণ লেন্স এই তরঙ্গের প্রতিসরণ ঘটাতে পারে না। [আসলে কাচ x-রশ্মির নিকট অনচ্ছ।]

8.2.4 অভিসারী লেন্সরূপে বলয় ফলক



চিত্র 8.5 : বলয়-ফলক অভিসারী লেন্সের অনুরূপ।

ধরি OQ_m হল একটি বলয়-ফলকের লম্বচ্ছেদ। O এর প্রথম বলয়ের কেন্দ্র এবং $Q_m = m$ তম বলয়ের বহিঃপরিধির উপরিস্থিত একটি বিন্দু। আমরা ধরব যে $(SQ_1 + Q_1P) - (SO + OP) = \frac{\lambda}{2}$;

$$(SQ_2 + Q_2P) - (SO + OP) = 2 \times \frac{\lambda}{2} \ldots$$

$$(SQ_m + Q_mP) - (SO + OP) = m \times \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow (U_m + v_m) - (U + v) = \frac{m\lambda}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8.23)$$

যদি $OQ_m = a_m = m$ তম বলয়ের বহিঃব্যাসার্ধ, তবে

$$u_m = \sqrt{a_m^2 + u^2} \qquad v_m = \sqrt{a_m^2 + v^2}$$

বা $u_m = u\left(1 + \frac{a_m^2}{u^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx u\left(1 + \frac{a_m^2}{2u^2}\right)$

কারণ $u >> a_m$, এবং অনুরূপে $v >> a_m$ তাই লেখা যায়

$$u_m = n + \frac{a_m^2}{2u} \text{ এবং } v_m = v + \frac{a_m^2}{2v}$$

(8.21) থেকে লেখা যায়

$$\frac{a_m^2}{2u}+\frac{a_m^2}{2v}=\frac{m\lambda}{2}$$

বা, $$\left(\frac{1}{u}+\frac{1}{v}\right)=\frac{m\lambda}{a_m^2} \qquad ....(8.24)$$

সমীকরণ (8.24) অভিসারী পাতলা লেন্সের সমীকরণের সমতুল্য। এই অভিন্নতার কারণ আর কিছুই নয়, P বিন্দু S-এর ব্যবর্তিত প্রতিবিম্ব মাত্র। আমরা লেন্সের সমীকরণের সঙ্গে মিলিয়ে লিখতে পারি

$$f_1=\frac{a_m^2}{m\lambda} \qquad ....(8.25)$$

f_1 কে বলে মুখ্য বা প্রথমক্রমের ফোকাস দৈর্ঘ্য। S এবং P কে বলে অনুবন্ধী ফোকাস (conjugate foci) (8.20) থেকে $a_m^2 = mv\lambda \quad (r_o = v)$ বসিয়ে পাই।

$$f_1 = v$$

সংশ্লিষ্ট চিত্র (8.4) এ বস্তু বা উৎস অসীমে বলেই $f_1 = v$ এবং এজন্যই একে বলে মুখ্য ফোকাস বা প্রথমক্রমের ফোকাস।

$$a_m = \sqrt{m r_o \lambda} \qquad ....(8.26)$$

এ থেকে আমরা বলতে পারি, যদি বলয় ফলকের উন্মেষ একই থাকে অর্থাৎ a_m = ধ্রুবক হয় তবে কোন বিশেষ বর্ণের আলোর ক্ষেত্রে m বৃদ্ধি পাবে যদি P ফলকের দিকে এগিয়ে আসে অর্থাৎ যদি r_o হ্রাস পায়। এ কথার অর্থ হল অভীষ্ট বিন্দু বলয় ফলকের নিকটতর হলে একই ব্যাসার্ধের ফলকে তরঙ্গমুখের বেশি সংখ্যক অর্ধপর্যায়ী বলয় অন্তর্ভুক্ত হবে। উদাহরণ স্বরূপ, ধরা যাক P যখন ফলকের দিকে এগিয়ে আসবে তখন যখন $r_o = \frac{f_1}{2}$ হবে, তখন যেহেতু a_m ধ্রুবক, তাই (8.26) থেকে বলা যায় m বৃদ্ধি পেয়ে হবে 2m । কিন্তু এমত অবস্থায় আলোক নিঃসারক অর্ধপর্যায়ী বলয়গুলির প্রতিটিতে তরঙ্গমুখের দুটি করে অর্ধপর্যায় বলয় অন্তর্ভুক্ত হবে। আর যেহেতু পরপর দুটি বলয় বিপরীত দশায় থাকে তাই বর্তমান P বিন্দুতে তারা বিপরীত দশায় মিলিত হবে এবং P বিন্দুর আলোক-তীব্রতা হবে শূন্য। আবার যদি $r_o = \frac{f_1}{3}$ হয় তখন এরূপ অর্ধবলয়ের সংখ্যা হবে 3m। অর্থাৎ ফলকের প্রতিটি আলোকে নিঃসারক অর্ধপর্যায়ী বলয় তিনটি করে তরঙ্গমুখের অর্ধ-পর্যায়ী বলয় ধারণ করবে। পরপর দুটি অর্ধপর্যায়ী বলয়ের আলো বিপরীত দশায় থাকলেও প্রতিটি বলয়ের তৃতীয় অর্ধ-পর্যায়ী বলয়াগত আলো থাকবে সমদশায়। অতএব P বিন্দুর বর্তমান অবস্থানে $\left(r_o = \frac{f_1}{3}\right)$ উজ্জ্বল তীব্রতার আলোক পাওয়া যাবে। অনুরূপে $\frac{f_1}{5}, \frac{f_1}{7}\cdots$

প্রভৃতি অবস্থানে S বিন্দুর উজ্জ্বল প্রতিবিম্ব গঠিত হবে। অর্থাৎ বলয় ফলক কেবলমাত্র অভিসারী লেন্সের মত নয়, তার থাকে বহু-সংখ্যক ফোকাস। আমরা লিখতে পারি :

প্রথমক্রমের মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য f_1 এবং $f_3, f_5, f_7, \ldots$ ইত্যাদি হল তৃতীয়, পঞ্চম, সপ্তম.... প্রভৃতি ক্রমের ফোকাস দৈর্ঘ্য। সুতরাং

$$f_1 = \frac{a_m^2}{m\lambda}$$

$$f_3 = \frac{f_1}{3} = \frac{a_m^2}{3m\lambda}$$

$$f_5 = \frac{f_1}{5} = \frac{a_m^2}{5m\lambda} \text{........ইত্যাদি}$$

লক্ষ্যণীয় যে যদি m যুগ্ম হয় তবে $r_o = \frac{f_1}{2}, \frac{f_1}{4} \ldots$ ইত্যাদি অবস্থানে ফলক থেকে ব্যবর্তিত আলোকের তীব্রতা একেবারেই শূন্য। কিন্তু m অযুগ্ম হলে অতি সামান্য আলোক বিম্ব পাওয়া যাবে। অর্থাৎ f_1 থেকে f_3, f_3 থেকে f_5.... ইত্যাদি মধ্যবর্তী অঞ্চলে অতি দুনিরীক্ষ্য কিছু কিছু লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে। সাধারণভাবে বলা যায় যখন P বিন্দুর দূরত্ব

$r_o = \frac{a_n^2}{(2n+1)\lambda}$, তখন P-র অবস্থানে গরিষ্ঠ এবং $r_o = \frac{a_n^2}{2n\lambda}$, তখন P-র অবস্থানে লঘিষ্ঠ উজ্জ্বলতা পাওয়া যাবে।

সংখ্যাভিত্তিক প্রশ্ন

1. 6×10^{-5} সেমি আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর ক্ষেত্রে কোন বলয় ফলক থেকে 60 সেমি দূরত্বের বিন্দুর অবস্থান থেকে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় অর্ধ পর্যায়ী বলয়ের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি mতম বলয়ের ব্যাসার্ধ a_m হলে $a_m = \sqrt{mr_o\lambda}$, $r_o =$ প্রদত্ত বিন্দু থেকে বলয় ফলকের দূরত্ব।

$$\therefore a_1 = \sqrt{r_o\lambda} = \sqrt{60 \times 6 \times 10^{-5}} = 0.6 \text{ মিমি}$$

$$a_2 = \sqrt{2r_o\lambda} = \sqrt{2}\sqrt{r_o\lambda} = 1.414 \times 0.6 = 0.924 \text{মিমি}$$

$$a_3 = \sqrt{3r_o\lambda} = \sqrt{3}\sqrt{r_o\lambda} = 1.732 \times 0.6 = 1.0392 \text{ মিমি}$$

2. একটি বলয় ফলকের n-তম বলয়ের ব্যাসার্ধ $a_m = 0.1\sqrt{m}$ সেমি। $\lambda = 6 \times 10^{-5}$ সেমি তরঙ্গের জন্য বলয়-ফলকের ফোকাসগুলির দূরত্ব নির্ণয় করুন।

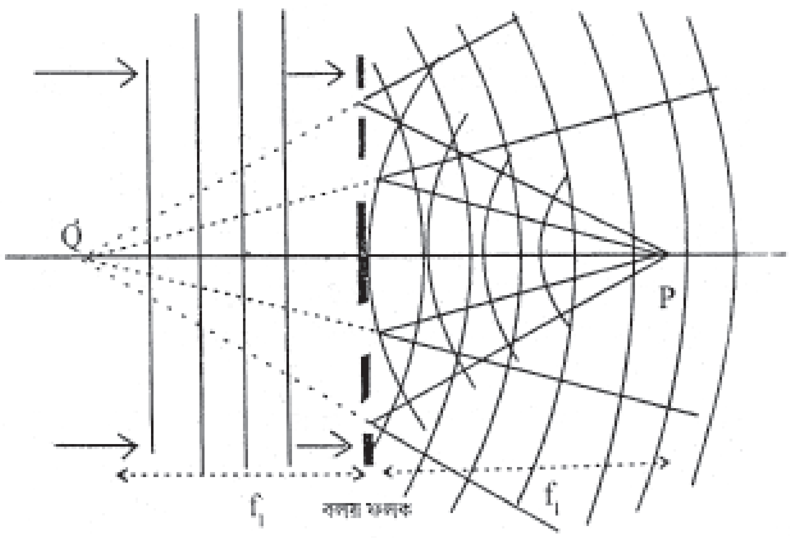
সমাধান : আমরা জানি মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য

$$f_1 = \frac{a_m^2}{m\lambda}$$

$$\therefore f_1 = \frac{(0.1)^2 m}{m\lambda} = \frac{10^{-2}}{6 \times 10^{-5}} = \frac{1000}{6} = \frac{500}{3} \text{ সেমি}$$

অতএব অন্যান্য ফোকাসগুলির অবস্থান হবে $f_3 = \dfrac{500}{9}$ সেমি, $f_5 = \dfrac{100}{3}$ সেমি, $f_7 = \dfrac{500}{21}$ সেমি, ইত্যাদি।

ফ্রেনেল বলয় ফলক কেবলমাত্র অভিসারী লেন্সের ন্যায় ব্যবহার করে না। যদি কোন বলয় ফলকের উপর সমতল তরঙ্গের আপতন ঘটে তবে ঐ তরঙ্গ তলকে ফলকের অক্ষের উপর এবং অপর পার্শ্বে অভিসৃত হতে দেখা যায় এবং যে বিন্দুতে আলোক তরঙ্গ অভিসৃত হয় তা একটি মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট। বলয়ের কেন্দ্র থেকে এই বিন্দুর দূরত্বকেই বলে প্রথমক্রমের ফোকাস দৈর্ঘ্য (চিত্র 8.6)।



চিত্র 8.6 : বলয় ফলক-অপসারী ও অভিসারী

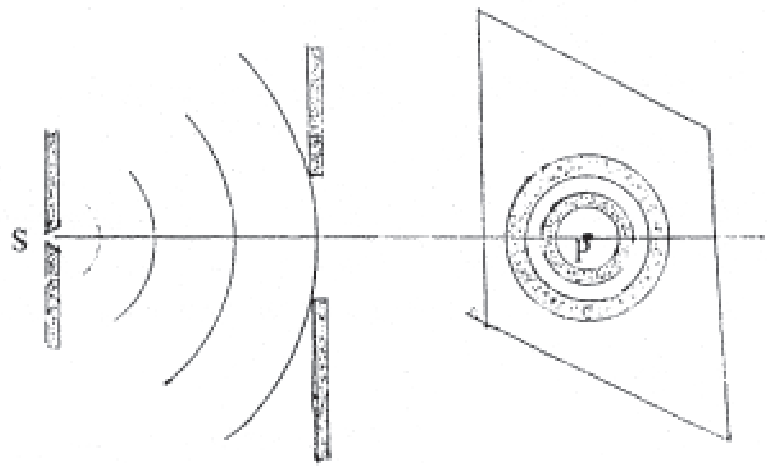
সমতল আলোক তরঙ্গ বলয় ফলকে ব্যবর্তিত হয়ে যেমন P বিন্দুতে মিলিত হয় এবং যদি বলয় ফলক থেকে P-এর দূরত্ব f_1 হয় তবে ওখানে একটি উজ্জ্বল আলোক বিন্দু গঠিত হবে; তেমনি আবার বলয় ফলকে

ব্যবর্তিত তরঙ্গিকাগুলিকে Q বিন্দু থেকে অপসৃত বলে মনে হবে। যেমন বলয় ফলকের অপর পার্শ্বে $\frac{f_1}{3}, \frac{f_1}{5}, \frac{f_1}{7}\ldots$ ইত্যাদি দূরত্বে উজ্জ্বল বিন্দু পাওয়া যাবে, তেমনি বলয় ফলকের সম্মুখেও $\frac{f_1}{3}, \frac{f_1}{5}, \frac{f_1}{7}\ldots$ ইত্যাদি বিন্দুতে উজ্জ্বল বিন্দু পাওয়া যাবে যেখান থেকে ব্যবর্তিত তরঙ্গমালা অপসৃত হচ্ছে বলে মনে হবে।

8.3 বৃত্তাকার উন্মেষে ফ্রেনেল ব্যবর্তন

i) যখন গোলীয় তরঙ্গ

একটি অস্বচ্ছ পর্দায় একটি ক্ষুদ্র বৃত্তাকার উন্মেষ কেটে পর্দাটিকে কোন বিন্দু-উৎসের সম্মুখে স্থাপন করলে উৎস থেকে আগত আলোক তরঙ্গ গোলীয় তরঙ্গরূপে উন্মেষের তথা অনচ্ছ পর্দার উপর আপতিত হবে। উৎস S ও উন্মেষের কেন্দ্র O সংযোগকারী রেখার উপর P বিন্দুতে ব্যবর্তিত আলোকের তীব্রতা কেমন হবে? (চিত্র 8.7)



চিত্র 8.7 : বৃত্তাকার উন্মেষে ফ্রেনেল ব্যবর্তন।

আমরা ইতিপূর্বে জেনেছি মুখ্য তরঙ্গমুখের উন্মুক্ত অংশে যতগুলি ফ্রেনেল অর্ধ-পর্যায়ী বলয় গঠিত হতে পারে তা নির্ভর করে তরঙ্গমুখ থেকে P এর দূরত্বে উপর। মনে করুন, যদি m সংখ্যক বলয় থাকে তবে a_m তম বলয়ের ব্যাসার্ধ এবং $a_m^2 = mr_0\lambda$। অর্থাৎ r_0 (উন্মেষ এবং বর্তমানে তরঙ্গতল থেকে P-এর দূরত্ব) হ্রাস পেলে m বৃদ্ধি পাবে। যদি পর পর বলয়গুলি থেকে আগত তরঙ্গিকাগুলির মোট তরঙ্গ বিস্তার $A_1, A_2, A_3\ldots$ হয় তবে P বিন্দুতে মোট আলোক বিস্তার

$$A = |A_1| - |A_2| + |A_3| \ldots\ldots\ldots \pm |A_m|$$

যদি m যুগ্ম হয় তবে যেহেতু পাশাপাশি বলয়ের আলোক অবদান প্রায় সমান, তাই $A \approx 0$। অর্থাৎ আলোকের তীব্রতা $I \approx 0$। কিন্তু যদি m অযুগ্ম হয় তবে আমরা লিখতে পারি

$$A = |A_1| - (|A_2| - |A_3|) - (|A_4| - |A_5|) \ldots (|A_{m-1}| - |A_m|)$$

অর্থাৎ $A \approx |A_1|$।

কিন্তু আমরা জানি যখন সমগ্র তরঙ্গতল অবারিত থাকে, তখন $A \approx \frac{|A_1|}{2}$। অর্থাৎ উন্মেষাগত ব্যবর্তিত আলোকের তীব্রতা (I) সমগ্র তরঙ্গতল থেকে আগত ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতার চারগুণ। এই ফলটি বিস্ময়কর। কারণ বেশি আলোকের পথ অনচ্ছ পর্দায় আটকে দিয়ে অতি ক্ষুদ্র বৃত্তাকার উন্মেষ থেকে বেশি আলো পাওয়া গেল। এরকম তখনই হতে পারে যদি অন্যান্য বিন্দুতে আলোক শক্তি হ্রাস পায়। আমাদের বিবৃত পরীক্ষা-ব্যবস্থাটি লক্ষ্য করলে দেখা যাবে SP রেখার সঙ্গে উন্মুক্ত তরঙ্গতল একটি প্রতিসাম্য বজায় রেখেছে। এ থেকে সহজেই অনুমান করা চলে SP বহির্ভূত বিন্দুতে আলোকে তীব্রতা বৃত্তাকারে বণ্টিত হবে।

আমরা আরো লক্ষ্য করি যে যদি P বিন্দুটি উন্মেষের দিকে অগ্রসর হয় তবে r_0 হ্রাস পাবে এবং m অর্থাৎ অর্ধ-পর্যায়ী বলয় সংখ্যা বৃদ্ধি পাবে। এক সময় m-এর মান অনেক বড় হলে আমরা লিখতে পারব $A = \frac{|A_1|}{2}$। অর্থাৎ যেন সমগ্র তরঙ্গতলই P বিন্দুর নিকট উন্মুক্ত। P বিন্দুকে একই অবস্থানে (দূরে) রেখে যদি উন্মেষের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করা যায় তখনও m বৃদ্ধি পাবে এবং P বিন্দুতে উজ্জ্বলতা হ্রাস পাবে, অর্থাৎ $A = \frac{|A_1|}{2}$ হবে। এরূপ ক্ষেত্রে সম্পূর্ণ তরঙ্গতল P-এর নিকট অবারিত ভাবা যেতে পারে।

অন্য আর একটি বিষয় বিবেচনা করা যাক। পর্দা সরিয়ে উন্মেষের স্থলে একটি বৃত্তাকার অবরোধ/অনচ্ছ বস্তু রাখলে P বিন্দুতে তীব্রতা বণ্টন কেমন হবে? ধরা যাক অনচ্ছ বাধার ব্যাসার্ধ প্রথম ফ্রেনেল বলয়ের ব্যাসার্ধের সমান। তা হলে P বিন্দুতে প্রথম বলয় ব্যতীত অন্য বলয় থেকে তরঙ্গিকা এসে পৌঁছাবে। আমরা লিখতে পারি

$$A = -|A_2| + |A_3| - |A_4| + \ldots\ldots$$

$$\approx -\frac{|A_2|}{2}$$

[সমীকরণ 8.12, 8.13, 8.14 দেখুন]

কিন্তু $|A_1| \approx |A_2|$, অতএব P বিন্দুতে আলোকের উজ্জ্বলতা একই থাকবে। এই তত্ত্বগত সিদ্ধান্ত বিজ্ঞানী অ্যারাগো (Arago) পরীক্ষাদ্বারা প্রমাণ করেন। [পোয়াসোঁ (Poisson)] এই তত্ত্বগত সিদ্ধান্ত দ্বারা আলোকের তরঙ্গতত্ত্বকে নস্যাৎ করতে চেয়েছিলেন।]

ii) সমতল তরঙ্গ

গোলীয় তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা যে গুণগত বিশ্লেষণ করেছি এক্ষেত্রেও একই ধারায় বিশ্লেষণ করা চলে। এবং আমরা একই সিদ্ধান্তে আসব।

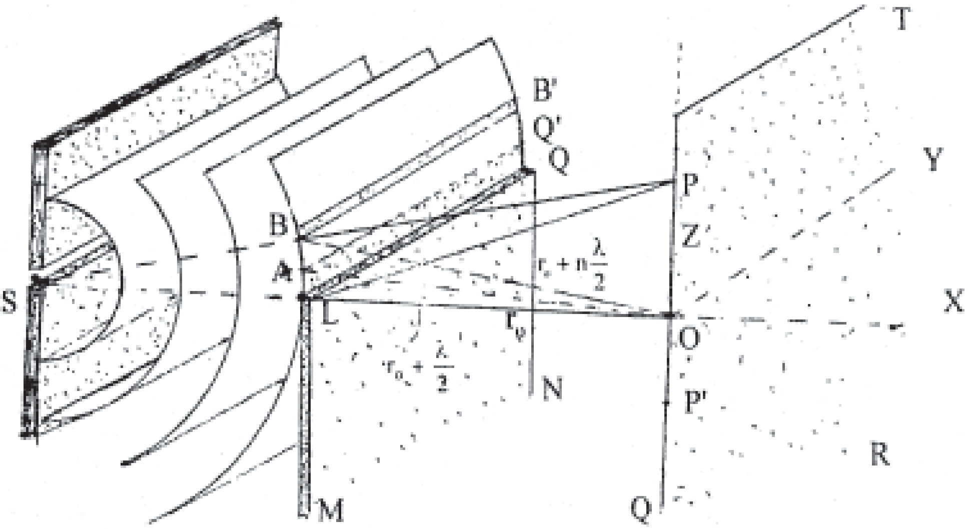
সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন

1. কোন তরঙ্গমুখের কিছুটা অংশ একটি চক্রাকার অনচ্ছ পর্দায় আটকালো হল। চক্রাকার পর্দার অক্ষের অভিলম্বে একটি পর্দায় উপর বলায়াকার নকশা পাওয়া যাবে। এই নকশার কেন্দ্রে উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে কি?

৪.৩.১ সরল কিনারায় ব্যবর্তন (Diffraction at straight edge)

চিত্র ৪.৪ দ্রষ্টব্য।

LMNQ একটি অনচ্ছ প্রতিবন্ধক পর্দা যার LQ প্রান্ত সরলরৈখিক এবং এটি রৈখিক স্লিট S এর দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল। S রৈখিক স্লিট থেকে যে তরঙ্গ নির্গত হবে তা হবে চোঙাকার (cylindrical)। এই বিকীর্ণ তরঙ্গ প্রতিবন্ধক LMNQ-এ আংশিকভাবে বাধাপ্রাপ্ত হবে এবং এর কিনারা LQ-এ তরঙ্গের ব্যবর্তন সংঘটিত হবে। PQRT পর্যবেক্ষণ পর্দা।



চিত্র ৪.৪ : প্রতিবন্ধকের সরল কিনারায় ব্যবর্তন

এই পর্দার উপর P বিন্দুতে আলোক তরঙ্গের তীব্রতা কী হবে?

ইতিপূর্বে আমরা ফ্রেনেল অর্ধ-পর্যায়ী ফলকের অক্ষের উপর অথবা কোন গোলীয় তরঙ্গের জন্য কোন বিন্দুতে তরঙ্গের তীব্রতা নির্ণয় করতে গিয়ে অর্ধ-পর্যায়ী বলয় কল্পনা করেছি। এক্ষেত্রে তরঙ্গ চোঙাকার বলে গোলীয় প্রতিসাম্য নেই। এ জন্য আমরা সরল কিনারা LQ এর সমান্তরাল অর্ধপর্যায়ী সরু লম্বা ফালি বিবেচনা করব।

ধরা যাক LQ স্লিট S এর দৈর্ঘ্যের সমান। S স্লিটের এক প্রান্তের বিন্দু। এই বিন্দু থেকে নির্গত আলো পর্যবেক্ষণ পর্দার উপর প্রতিবন্ধকের L বিন্দুর ছায়া উৎপাদন করবে। অনুরূপে S স্লিটের সমগ্র অংশ থেকে নির্গত আলো প্রতিবন্ধকের যে ছায়া পর্দার উপর ফেলবে তার প্রান্তরেখা হবে OY। অর্থাৎ OY থেকে নীচের দিকে প্রতিবন্ধকের জ্যামিতীয় ছায়া উৎপন্ন হবে। এ থেকে সিদ্ধান্ত করা যায় যে ব্যবর্তনের জন্য পর্দার উপর যে নকশা তৈরি হবে তা OY -এর সমান্তরালভাবে ন্যস্ত হবে। (মনে রাখতে হবে এই নকশা S স্লিটেরই প্রতিবিম্ব।)

অর্ধপর্যায়ী ফালি অঙ্কন করার জন্য OY-কে অক্ষ করে $r_o + \frac{\lambda}{2}, r_o + 2 \times \frac{\lambda}{2}, \ldots . r_o + n\frac{\lambda}{2}$ ব্যাসার্ধের-

চোঙ অঙ্কন করলে চোঙগুলি মুখ্য তরঙ্গতল LAB-কে n-সংখ্যক ফালিতে বিভক্ত করবে। যেমন, প্রথম ফালি LAQ'Q এবং n তম ফালি BB'। অর্ধপর্যায়ী বলয়ের ক্ষেত্রে আমরা দেখেছিলাম বলয়গুলির ক্ষেত্রফল প্রায় ধ্রুবক। কিন্তু এই ফালিগুলির ক্ষেত্রফল n বৃদ্ধির সঙ্গে হ্রাস পায়। ফলে বিভিন্ন অর্ধ-পর্যায়ী ফালি থেকে আগত আলোর পরিমাণ বিভিন্ন হবে। এক্ষেত্রে যদিও পর্দার উপর আলোকের তীব্রতার বণ্টনের বিশ্লেষণ বেশ জটিল, কিন্তু তবুও আমরা এভাবে ভাবতে পারি :

1. O বিন্দুতে মুখ্য তরঙ্গতলের অর্ধাংশ থেকে আলো পৌঁছায়, বাকি অর্ধাংশ প্রতিবন্ধক দ্বারা প্রতিহত হয়।

আমরা জানি সমগ্র তরঙ্গতল থেকে মোট যে বিস্তার তা হ'ল $A = \frac{|A_1|}{2} = A_o$ (ধরি)

তা হলে অর্ধাংশ থেকে O বিন্দুতে আলোর বিস্তার $A(O) = \frac{A_o}{2}$

এবং তীব্রতা $I(O) = \frac{A_o^2}{4} = \frac{1}{4} I_o$ ....(8.27)

2. আমরা যদি P বিন্দুকে এমনভাবে গ্রহণ করি যে SP কেবল মুখ্য তরঙ্গতলের প্রথম অর্ধপর্যায়ী ফালিকে বিচ্ছিন্ন করে তবে P বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার

A(P)= প্রথম অর্ধপর্যায়ী ফালির থেকে বিস্তার + তরঙ্গতলের অপর অংশের থেকে বিস্তার।

এখন আমরা জানি প্রথম অর্ধপর্যায়ী ফালির বিস্তার হবে $\frac{|A_1|}{2}$, কারণ তরঙ্গমুখ কেবল অর্ধাংশ মুক্ত।

তরঙ্গের বাকি অংশের বিস্তার $\frac{1}{2}\left(\frac{|A_1|}{2}\right) = \frac{|A_1|}{4}$

$$\therefore A(P) = \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_1|}{4} = A_o + \frac{A_o}{2} = \frac{3}{2} A_o$$

অতএব তীব্রতা হবে

$$I(P) = \frac{9}{4} I_o \qquad \text{.................(8.28)}$$

3. যদি P এমন বিন্দু হয় যে SP দুটি অর্ধপর্যায়ী ফালিকে বিচ্ছিন্ন করে তবে

A(P)= প্রথম দুই অর্ধপর্যায়ী ফালি থেকে বিস্তার + তরঙ্গের বাকিঅংশ থেকে বিস্তার।

$$= \left(\frac{|A_1|}{2} - \frac{|A_2|}{2}\right) + \frac{|A_1|}{4}$$

$\frac{|A_2|}{2}$ ঋণাত্মক কারণ প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী ফালি সাপেক্ষে দ্বিতীয় ফালি বিপরীত দশায় বর্তমান। স্পষ্টতই এই বিস্তার সর্বনিম্ন এবং P-এর এই অবস্থান সর্বনিম্ন তীব্রতার অবস্থান।

4. আমরা বুঝতে পারছি S'Pযদি অযুগ্ম সংখ্যক অর্ধপর্যায়ী ফালিকে বিচ্ছিন্ন করে তবে P বিন্দু হবে সর্বোচ্চ তীব্রতার অবস্থান। SP তখনই অযুগ্ম সংখ্যক অর্ধ-পর্যায়ী ফালি বিচ্ছিন্ন করবে যখন

$$LP - BP = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

হবে, যেখানে $n = 0,1,2,\ldots\ldots$

কিন্তু $LP - BP = SL + LP - (SL + BP)$

$$= SL + LP - (SB + BP)$$

$$= SL + LP - SP$$

$$\therefore SL + LP - SP = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8.29)$$

ধরি $SL = d,\ LP = \left(z^2 + r_o^2\right)^{\frac{1}{2}} = r_o\left(1 + \frac{z^2}{r_o^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$\therefore LP = r_o\left(1 + \frac{1}{2}\frac{z^2}{r_o^2}\right)$$

আবার $SP = \left(SO^2 + OP^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left\{(d + r_o)^2 + z^2\right\}^{\frac{1}{2}}$

$$= (d + r_o)\left\{1 + \frac{z}{(d + r_o)^2}\right\} = (d + r_o)\left\{1 + \frac{z^2}{2(d + r_o)^2}\right\}$$

$\therefore$(8.27) থেকে পাই

$$d + r_o + \frac{z^2}{2r_o} - (d + r_o) - \frac{z^2}{2(d + r_o)} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{z^2}{2}\left\{\frac{1}{r_o} - \frac{1}{d + r_o}\right\} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow z^2\left(\frac{d}{r_o(d + r_o)}\right) = (2n+1)\lambda$$

$$\therefore z^2 = \frac{r_o(d+r_o)}{d}(2n+1)\lambda$$

অর্থাৎ P বিন্দুতে চরম তীব্রতা পাওয়া যাবে যদি

$$z = \sqrt{\frac{r_o(d+r_o)}{d} \times (2n+1)\lambda} \qquad \text{.................(8.30)}$$

অবম তীব্রতার জন্য

$$z = \sqrt{\frac{2r_o(d+r_o)n\lambda}{d}} \qquad \text{.................(8.31)}$$

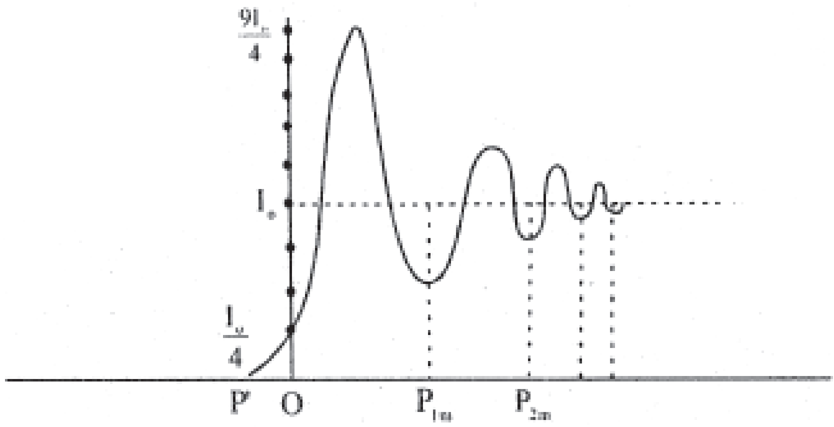
অর্থাৎ সরল কিনারা থেকে অবম তীব্রতার দূরত্ব ধণাত্মকপূর্ণ সংখ্যার বর্গমূল। এর অর্থ অবম তীব্রতাগুলির ব্যবধান ক্রমহ্র াসমান হবে।

তীব্রতা বন্টনের লেখ চিত্র

আমরা দেখেছি O বিন্দুতে তীব্রতা (সমীকরণ 8.25)

$$I(O) = \frac{1}{4} I_o$$

অর্থাৎ প্রতিবন্ধকের ছায়ার কিনারায় তীব্রতার মান সমগ্র উন্মুক্ত তরঙ্গতলের তীব্রতার এক চতুর্থাংশ। কিন্তু ছায়ার মধ্যে তীব্রতা সম্পূর্ণ শূন্য নয়। কিছু দূর পর্যন্ত সামান্য আলোক পাওয়া যায়। এর কারণ অবারিত তরঙ্গতল থেকে কিছু আলো ব্যবর্তন হেতু ছায়ার মধ্যে গমন করে। আবার ছায়ার উপর $z > 0$ হলে, তীব্রতা বৃদ্ধি পেয়ে $\frac{9}{4} I_o$ হয়। আবার তীব্রতা হ্র াস পেয়ে $\left\{\left(\frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2}\right) + \frac{A_1}{4}\right\}^2$ হয় যা $\frac{9}{4} I_o$ থেকে অনেকটা কম। আবার আমরা দেখেছি এই অবম মানগুলির মধ্যে দূরত্ব হ্র াস পেতে থাকে।



চিত্র 8.9 : সরল কিনারায় ব্যবর্তনের তীব্রতা বন্টন

P_{1m}, P_{2m} ...ইত্যাদি অবম তীব্রতাগুলি ক্রমশ নিকটতর।

সংখ্যাগত প্রশ্ন

2. যদি উৎস থেকে প্রতিবন্ধকের দূরত্ব 50 সেমি এবং পর্দার দূরত্ব 100 সেমি হয়, তবে $\lambda = 6\times10^{-5}$ সেমি হলে ছায়ার প্রান্ত থেকে প্রথম তিনটি অবম অবস্থান নির্ণয় করুন।

সমাধান। (8.31) সমীকরণ থেকে অবম অবস্থানের দূরত্ব $z = \sqrt{\frac{2(r_o + d)r_o n\lambda}{d}}$ এখানে d=50 সেমি, $r_o = 100$ সেমি। অতএব

$$z_1 = \sqrt{\frac{2\times150\times100\times1\times6\times10^{-5}}{50}} \approx 0.2 \text{ সেমি } = 2 \text{ মিমি}$$

$$z_2 = \sqrt{2}z_1 = 2.83 \text{ মিমি}$$

$$z_3 = \sqrt{3}z_1 = 3.46 \text{ মিমি}$$

$z_2 - z_1 = 0.83$ মিমি, $z_3 - z_2 = 0.63$ মিমি অর্থাৎ অবমগুলির ব্যবধান ক্রমহ্রাসমান।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন

2. একটি রৈখিক আলোক উৎসের সমান্তরালে একটি সরু তার সেটির সম্মুখে রাখা হল। অপর পার্শ্বে পর্দার উপর আলোর তীব্রতা বন্টন কীরূপ হবে?

8.4 সারাংশ

এই এককে আপনারা যা জেনেছেন :

* হাইগেনস-ফ্রেনেল নীতি : প্রতিটি মুখ্য তরঙ্গমুখ থেকে একই দশায় গৌণ তরঙ্গিকা নির্গত হয় এবং তরঙ্গ মুখের সম্মুখে কোন বিন্দুতে আলোক ক্ষেত্রের বিস্তার ঐ সমস্ত গৌণ তরঙ্গিকার উপরিপাতের ফলে গঠিত হয়।

* তির্যকগুণক- আলোক ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে তীব্রতা তরঙ্গমুখের লম্বের সঙ্গে বিন্দুটির অভিমুখ যে কোণ করে তার উপর নির্ভর করে। তির্যক গুণক $Q(\theta) = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$ দ্বারা মূল অভিমুখের বিস্তারকে গুণ করলে তির্যক কোণ θ অভিমুখের বিস্তার পাওয়া যাবে।

* ফ্রেনেল অর্ধপর্যায়ী বলয় অঙ্কনের দ্বারা তরঙ্গের সম্মুখের কোন বিন্দুতে বিস্তার নির্ণয় করেন। যদি $A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots\ldots A_n$ হয় যথাক্রমে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, প্রভৃতি অর্ধপর্যায়ী বলয় থেকে আগত গৌণ তরঙ্গিকাগুলির বিস্তার তবে ঐ বিন্দুর লব্ধিবিস্তার হবে

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_n$$
$$= |A_1| - |A_2| + |A_3| + \ldots\ldots\ldots\ldots \pm |A_n|$$

কারণ পরপর বলয়ের গৌণ তরঙ্গিকা বিপরীত দশায় থাকে।

* বলয় ফলক বা জোন প্লেট যার উপর প্রতিটি অর্ধপর্যায়ী বলয়ের ক্ষেত্রফল প্রায় ধ্রুবক এবং $\sqrt{\pi r_0 \lambda}$ এর সমান।
* ব্যবর্তন সত্ত্বেও আলোকের সরলরেখায় গমনের ব্যাখ্যা।
* গোলীয় উন্মেষে ফ্রেনেল ব্যবর্তন এবং জেনেছেন সম্মুখস্থ বিন্দুর দূরত্বের উপর নির্ভর ক'রে একই ক্ষেত্রফলযুক্ত উন্মেষ বিভিন্ন সংখ্যক অর্ধ-পর্যায়ী বলয় অতিক্রম করায়,
* সরলকিনারায় ফ্রেনেল ব্যবর্তন ব্যাখ্যা করার জন্য অর্ধ-পর্যায়ী ফালির ধারণা। জ্যামিতিক ছায়ার প্রান্ত থেকে সর্বনিম্ন তীব্রতার কোন বিন্দুর দূরত্ব $z = \sqrt{\dfrac{2r_0(d+r_0)n\lambda}{d}}$ যা থেকে ধারণা করা যায় যে সর্বনিম্ন তীব্রতার বিন্দু বা রেখাগুলি ক্রমাগত নিকটতর হয়।

8.5 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

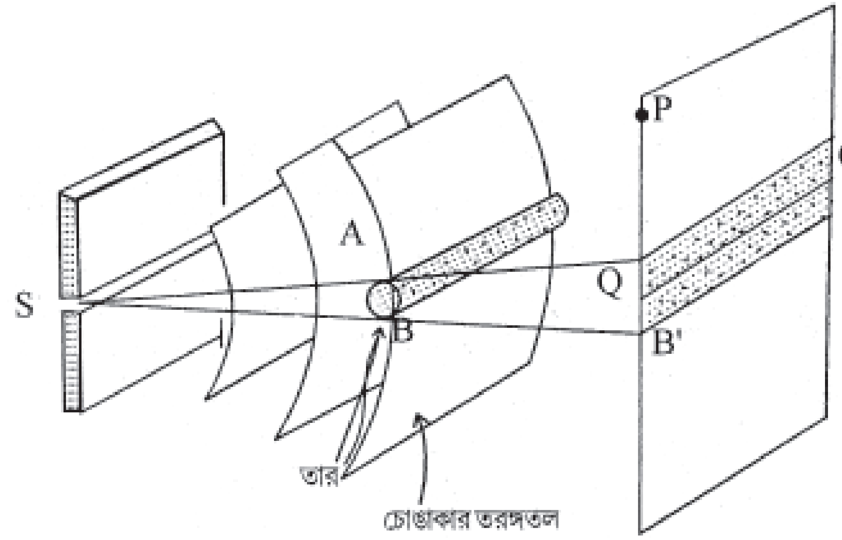
1. যদি কোন তরঙ্গতল m সংখ্যক অর্ধপর্যায়ী বলয়ে বিভক্ত হয় তবে প্রমাণ করা যায় কোন বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার হবে

$$A = \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_m|}{2}$$

যখন m অযুগ্ম। প্রমাণ করুণ যখন m যুগ্ম তখন $A = \dfrac{|A_1|}{2} - \dfrac{|A_m|}{2}$

2. ক্রিপটন আয়রণের একগুচ্ছ সমান্তরাল তরঙ্গের দৈর্ঘ্য ($\lambda = 568.19\text{nm}$) লম্বভাবে একটি বৃত্তীয় উন্মেষের উপর আপতিত হয়। সমাক্ষীয় একটি 1 মিটার দূরের বিন্দু থেকে দেখা গেল যে উন্মেষের মধ্য দিয়ে কেবল প্রথম অর্ধপর্যায়ী বলয় নির্গত হয়। উন্মেষের ব্যাস নির্ণয় করুন।

3. যদি কোন বলয় ফলকের (zone plate) মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য $\lambda = 6000\,\mathring{A}$ আলোর ক্ষেত্রে 6 মিটার হয় তবে বিভিন্ন বলয়ের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন। $\lambda = 5000\,\mathring{A}$ আলোর ক্ষেত্রে এই ফোকাস দৈর্ঘ্য কত হবে? প্রথম গৌণ ফোকাস দৈর্ঘ্যই বা কত হবে?



S উৎসের জন্য PQ পর্দার উপর AB তারের জ্যামিতিক ছায়া A'B'। অতএব সরল কিনারায় ব্যবর্তনের মত এখানেও A'B' ছায়ার উপরে এবং নীচে ব্যবর্তন নকশা গঠিত হবে যার ফালি গুলি AB তারের দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল হবে। আবার A'B' ছায়ার কেন্দ্রীয় রেখা QQ' এর উপর মুখ্য তরঙ্গতল থেকে সমান দশায় আলোক তরঙ্গ এসে পৌছাবে। তাই এখানে উজ্জ্বলরেখা পাওয়া যাবে। এবং এই রেখার উভয় পার্শ্বে ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে।

8.6 উত্তরমালা

1. যদি $A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots\ldots A_n$ কোন বিন্দুতে মুখ্য তরঙ্গতলের প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়...m তম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের জন্য বিস্তার হয় তবে ঐ বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_m$$

$$= |A_1| - |A_2| + |A_3| - \ldots\ldots\ldots\ldots \pm |A_m|$$

পর পর বিস্তারগুলি বিপরীত দশায় বলে এরা বিপরীত চিহ্নযুক্ত। m যুগ্ম হলে

$$A = |A_1| - |A_2| + |A_3| \ldots\ldots\ldots\ldots - |A_m|$$

$$= a_1 - a_2 + a_3 - \ldots\ldots\ldots\ldots - a_m$$

যেখানে $a_1 = |A_1|, a_2 = |A_2| \ldots$ ইত্যাদি।

$$\therefore A = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2}\right) + \ldots\ldots + \left(\frac{a_{m-3}}{2} - a_{m-2} + \frac{a_{m-1}}{2}\right) + \frac{a_{m-1}}{2} - a_m$$

এখন $\frac{a_1+a_3}{2} \simeq a_2, \frac{a_3+a_5}{2} \approx a_4,$ ইত্যাদি।

1. আমরা জানি কোন উৎসের সম্মুখে কোন বিন্দুতে আলোক ক্ষেত্রের বিস্তার

$$A = \frac{|A_1|}{2} \pm \frac{|A_n|}{2}$$

যেখানে $A_n = n$ অর্ধ-পর্যায়ী বলয়াগত তরঙ্গের বিস্তার, যেখানে $n = 1, 2, 3 \ldots$ যদি n খুব বড় হয় তবে $|A_1| >> |A_n|$ অতএব লেখা যায়

$$A = \frac{|A_1|}{2}$$

অর্থাৎ কোন বিন্দুতে আলোকক্ষেত্রের বিস্তার উন্মুক্ত প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের বিস্তারের অর্ধেক। তাই যদি কোন বৃত্তীয় প্রতিবন্ধক কোন উৎসের সম্মুখে স্থাপন করা হয় এবং সেটি তরঙ্গতলের P সংখ্যক অর্ধপর্যায়ী বলয় আবৃত করে তবে প্রথম উন্মুক্ত বলয়ের বিস্তার অবদান $|A_{p+1}|$। অতএব বৃত্তাকার প্রতিবন্ধকের সমাক্ষীয় যে বিন্দু সাপেক্ষে প্রতিবন্ধক P সংখ্যক অর্ধপর্যায়ী বলয় আবৃত করবে সেই বিন্দুর তরঙ্গ বিস্তার হবে $\frac{|A_{p+1}|}{2}$। অতএব ঐ বিন্দুতে উজ্জ্বল তীব্রতা আশা করা যায়।

একটি গুণগত পর্যালোচনা

ধরা যাক অক্ষের উপর দুটি বিন্দুর দূরত্ব r_p ও r_q এবং অনচ্ছ বৃত্তাকার পর্দা ঐ বিন্দুদ্বয়ের সাপেক্ষে p ও q সংখ্যক অর্ধপর্যায়ী বলয় আবৃত করে। এখন p ও q তম বলয়ের ব্যাসার্ধ

$$a_p^2 = pr_p\lambda \quad \text{এবং } a_q^2 = qr_q\lambda$$

কিন্তু $a_p^2 = a_q^2$ অতএব $pr_p\lambda = qr_q\lambda$

বা $\frac{p}{q} = \frac{r_q}{r_p}$

যদি $r_q > r_p$ হয় তবে $p > q$ অর্থাৎ $A_{q+1} > A_{p+1}$ অতএব যে বিন্দুর দূরত্ব বেশি সেই বিন্দুর উজ্জ্বলতা বেশি।

$$\therefore A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{m-1}}{2} - a_m$$

$$= \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_{m-1}}{2} - \frac{a_m}{2} \right) - \frac{a_m}{2}$$

$$\simeq \frac{a_1}{2} - \frac{a_m}{2}$$

$$\therefore A = \frac{|A_1|}{2} - \frac{|A_m|}{2}$$

2. n তম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের ব্যাসার্ধ a_n হলে

$$a_n^2 = \left(r_o + n\frac{\lambda}{2} \right)^2 - r_o^2$$

$$\approx n r_o \lambda$$

অতএব প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের ব্যাস

$$d = 2a_1 = 2\sqrt{r_o \lambda}, \quad r_o = 1 \text{ মি}$$

$$= 2\sqrt{1 \times 568.19 \times 10^{-9}} \text{ মি.}$$

$$= 15 \times 10^{-4} = 1.5 \text{ মিমি}$$

যেহেতু বৃত্তীয় উম্মেষের মধ্য দিয়ে কেবলমাত্র প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়কে অতিক্রম করতে পারে তাই, উম্মেষের ব্যাস =1.5 মিমি।

3. কোন অর্ধ-পর্যায়ী বলয়-ফলকের n তম বলয়ের ব্যাসার্ধ $a_n = \sqrt{n r_o \lambda}$, r_o = মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য =6 মি.

$$\therefore a_n = \sqrt{6 \times 6000 \times 10^{-8}}\sqrt{n} = 6\sqrt{n} \times \sqrt{10^{-5}}$$

$$= 1.9 \times 10^{-2}\sqrt{n} \text{ সেমি}$$

$$= 0.19\sqrt{n} \text{ মিমি}$$

$\therefore a_1 = 0.19$ মিমি $a_2 = 0.269$ মিমি, $a_3 = 0.329$ মিমি, $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ সেমি হলে মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য

$$f_1 = r_0 = \frac{a_n^2}{n\lambda} = \frac{0.19 \times 10^{-1}}{1 \times 5 \times 10^{-5}} \text{ সেমি}$$

$= .038 \times 10^4$ সেমি $= 38$ মি

প্রথম গৌণ ফোকাস দৈর্ঘ্য $= \frac{f_1}{3} = 12.67$ মি

8.7 পাঠ নির্দেশ

1. Optics, 2nd edition, Ajoy Ghatak, Tata Megraw-Hill Publishing Company Ltd. New Delhi.
2. Optics, 2nd edition, by Engene Hecht, Addison Wesley Publishing Company.
3. Light - R.W. Ditchburn, Blackie & Son Ltd. London.
4. Geometrical and Physical Optics R.S. Longhurst, Orient Longman