

$$p = \left| \frac{-ab}{\sqrt{(b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta)}} \right| \text{ অর্থাৎ } \frac{a^2 b^2}{p^2} = a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta$$

$$r^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta$$

অতএব,  $\frac{a^2 b^2}{p^2} + r^2 = a^2 + b^2$  হল নির্ণেয় পাদ সমীকরণ।

(খ) মূলবিন্দুর সাপেক্ষে  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  ( $a > 0$ )-এর পাদসমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তর : ঐ বক্ররেখার উপর যেকোন বিন্দু  $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ -তে স্পর্শকের সমীকরণ  $x \sin \theta + y \cos \theta - a \sin \theta \cos \theta = 0$  (1)  $p =$  মূলবিন্দু থেকে (1)-এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হলে

$$p^2 = a^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta, r^2 = x^2 + y^2 = a^2 (\cos^6 \theta + \sin^6 \theta) = a^2 [1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta] = a^2 \left[ 1 - \frac{3p^2}{a^2} \right]$$

$r^2 + 3p^2 = a^2$  হল নির্ণেয় পাদসমীকরণ।

(গ) যে কোন একটি নাভির সাপেক্ষে  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  উপবৃত্তের পাদ-সমীকরণ নির্ণয় করো।

উত্তর :  $(ae, 0)$  নাভিটিতে মূলবিন্দুতে স্থানান্তরিত করা হল, অক্ষদ্বয়ের দিক অ-পরিবর্তিত রইল।

উপবৃত্তের নতুন সমীকরণ হল  $\frac{(x - ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  এবং ইহার উপর যে কোন বিন্দু  $P(ae + a \cos \theta, b \sin \theta)$  ঐ  $P$  বিন্দুতে স্পর্শক হল  $x, b \cos \theta + y, a \sin \theta - ab(1 + e \cos \theta) = 0$  (1)

$P =$  নতুন মূলবিন্দু হতে (1)-এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য

$$= \left| \frac{-ab(1 + e \cos \theta)}{\sqrt{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)}} \right|$$

$$\therefore p^2 = \frac{a^2 b^2 (1 + e \cos \theta)^2}{a^2 \sin^2 \theta + a^2 (1 - e^2) \cos^2 \theta} = \frac{b^2 (1 + e \cos \theta)^2}{1 - e^2 \cos^2 \theta}$$

সুতরাং,  $\frac{b^2}{p^2} = \frac{1 - e \cos \theta}{1 + e \cos \theta}$

$$r^2 = (ae + a \cos \theta)^2 + b^2 \sin^2 \theta = a^2 (1 + e \cos \theta)^2 \quad \therefore r = a(1 + e \cos \theta)$$

অতএব,  $\frac{b^2}{p^2} + 1 = \frac{2a}{r}$  নির্ণেয় পাদ সমীকরণ।