

(14.41) সমীকরণটি বেশ জটিল। এর সরলতর রূপ পাওয়ার জন্য ক্রোনিগ পেনি একটি ক্ষেত্র বিবেচনা করেন, যেখানে V_0 অসীমের ও b শূন্যের নিকটবর্তী, কিন্তু এদের গুণফল V_0b সবসময় সসীম থাকে। এই ক্ষেত্রে বিভব প্রতিবন্ধকগুলি (potential barriers) ডেলটা অপেক্ষক (Delta function)-দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এক্ষেত্রে মডেলটি একটি অতি পাতলা বিভব প্রতিবন্ধক দ্বারা বিচ্ছিন্ন বিভব কূপের সারিতে পরিবর্তিত হয়। $V_0 \rightarrow \infty$ এবং $b \rightarrow 0$ হলে V_0b রাশির মানকে প্রতিবন্ধক শক্তি (barrier strength) বলে।

$b \rightarrow 0$ হলে $\sinh \beta b \rightarrow \beta b$ এবং $\cosh \beta b \rightarrow 1$ হয়। তাছাড়া (14.28) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\frac{\beta^2 + \alpha^2}{2\alpha\beta} = \frac{mV_0}{\alpha\hbar^2}$$

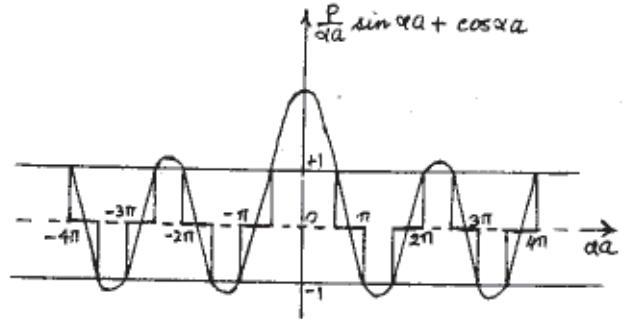
এই মানগুলি বসালে (14.41) সমীকরণের সরলতর রূপটি হয়

$$\frac{mV_0b}{\alpha\hbar^2} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos ka$$

$$\text{বা } \frac{P}{\alpha a} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos ka \quad \dots \dots (14.42)$$

$$\text{যেখানে } P = \frac{mV_0ba}{\hbar^2}$$

তরঙ্গ সমীকরণের সমাধান কেবল তখনই সম্ভব, যখন (14.42) সমীকরণের শর্তটি পূরণ হয়। যেহেতু $\cos ka$ এর মান $+1$ ও -1 এর মধ্যে থাকে, সেজন্য αa -এর কেবল সেই মানগুলিই প্রযোজ্য বা অনুমোদিত (allowed), যেগুলির জন্য (14.42) সমীকরণের বাম পার্শ্বের মান $+1$ ও -1 মানের মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে। αa -র অন্য মানগুলি প্রযোজ্য বা অনুমোদিত নয়। এজন্য এই মানগুলিকে নিষিদ্ধ (forbidden) মান বলে।



চিত্র 14.3: (14.42) সমীকরণের বাম পার্শ্বের রাশিমালার লেখচিত্র। এই চিত্রে ভুক্ত αa রেডিয়ান এককে আছে এবং $P = 3\pi/2$ ধরা হয়েছে। চিত্রে ভুক্তের টানা ও ভাঙ্গা রেখার অংশগুলি যথাক্রমে অনুমোদিত (allowed) ও নিষিদ্ধ (forbidden) শক্তি অঞ্চল নির্দেশ করছে।

(14.3) চিত্রে (14.42) সমীকরণের বাম পার্শ্বের রাশিমালার মানকে কোটি এবং αa -র মানকে ভুক্ত ধরে তরঙ্গাকৃতির চিত্রটি আঁকা হয়েছে। এই চিত্রে $P = 3\pi/2$ ধরা হয়েছে। ভুক্তের সমান্তরাল $+1$ ও -1 দূরত্বে অঙ্কিত দুটি টানা রেখার মধ্যে কোটির মানগুলিই অনুমোদিত এবং এই দুটি রেখার বাইরে কোটির

মানগুলি অনুমোদিত বা নিষিদ্ধ, অর্থাৎ ওই মানগুলির দ্বারা (14.42) সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না। (14.28) সমীকরণে আপনি লক্ষ্য করুন যে α^2 শক্তি E -র সমানুপাতিক। সুতরাং ভূজের মান প্রকৃতপক্ষে ইলেকট্রনের শক্তির মান নির্দেশ করে। (14.6) চিত্র থেকে আমরা নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তগুলি করতে পারি।

(1) ধাতুর মুক্ত ইলেকট্রনগুলির শক্তি কতকগুলি অনুমোদিত ও কতকগুলি নিষিদ্ধ শক্তি অঞ্চল দ্বারা গঠিত। এই অঞ্চলগুলিকে শক্তির ব্যান্ড বা (energy band) বলা হয়।

(2) অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডগুলির বিস্তৃতি αa বা শক্তির বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বৃদ্ধি পায়।

(3) P -র মান যত বৃদ্ধি পায় অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডের বিস্তৃতি তত কমে যায়। ইলেকট্রনগুলির বন্ধন শক্তি যত বাড়ে P -র মান তত বাড়ে। $P \rightarrow \infty$ হলে অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডগুলি সংকুচিত হয়ে এক একটি শক্তিস্তরে (energy level) পরিণত হয়। এবং এভাবে শক্তির রেখা বর্ণালি গঠিত হয়। এরূপ অবস্থায় (14.42) সমীকরণটি সিদ্ধ হতে গেলে

$$\sin \alpha a = 0 \text{ হবে।}$$

সুতরাং এক্ষেত্রে $\alpha a = \pm n\pi$, যেখানে n হল একটি পূর্ণ সংখ্যা। সুতরাং (14.28) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$E = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 \quad \dots \dots (14.43)$$

(14.43) সমীকরণটি পারমাণবিক আয়তনযুক্ত একটি স্থির বিভব বাস্তবের মধ্যে আবদ্ধ একটি ইলেকট্রনের শক্তিস্তরগুলির মান নির্দেশ করে।

(4) যখন $P \rightarrow 0$ হয়, তখন

$$\cos \alpha a = \cos ka \text{ হয়।}$$

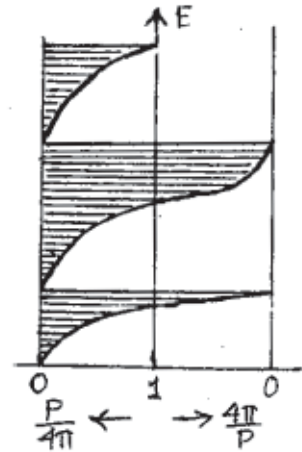
সুতরাং, $\alpha = a$

$$\text{বা, } E = \frac{k^2 \hbar^2}{2m} \quad \dots \dots (14.44)$$

কিন্তু (14.44) সমীকরণটি কেবল সম্পূর্ণ মুক্ত ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য এবং এক্ষেত্রে ইলেকট্রনের যে- কোনো শক্তিই অনুমোদিত। অর্থাৎ এরূপ ইলেকট্রনের শক্তি নিরবচ্ছিন্ন এবং কোনো নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড নেই।

ধাতুর মুক্ত ইলেকট্রনের শক্তির এই বিভিন্ন অবস্থাগুলি (14.4) চিত্রে দেখানো হল। এই চিত্রে P -র সাপেক্ষে

ইলেকট্রনের শক্তির বর্ণালি অঙ্কন করা হয়েছে। চিত্রের বাম প্রান্তে $P=0$ এবং এখানে শক্তির বর্ণালিটি প্রায় নিরবচ্ছিন্ন। আবার চিত্রের ডান প্রান্তে $P=\infty$ এবং এখানে ইলেকট্রনের শক্তি রেখা বর্ণালিতে পরিণত হয়।

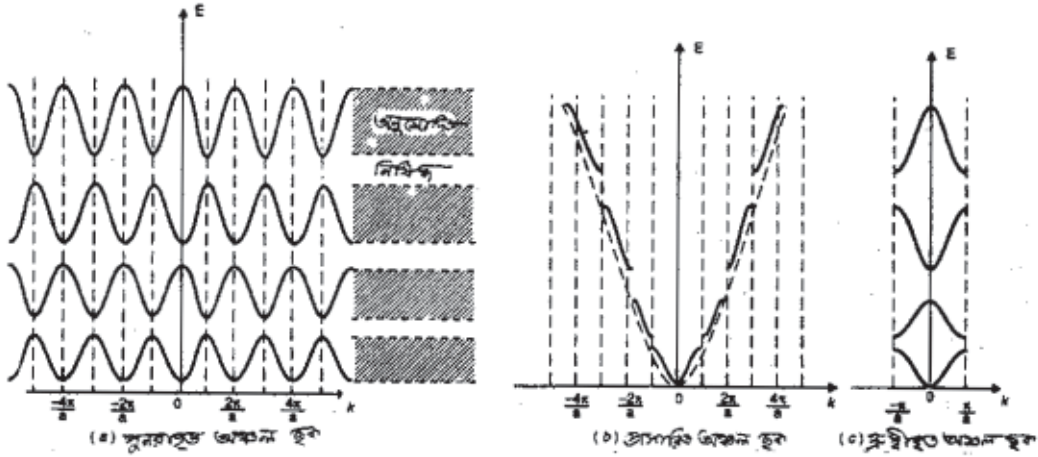


চিত্র 14.4 : P সাপেক্ষে ইলেকট্রনের অনুমোদিত (রেখা দ্বারা ছায়াকৃত) ও নিষিদ্ধ (উন্মুক্ত) শক্তি অঞ্চল।

P-র অন্য যে-কোনো মানের জন্য $P/4\pi$ (বা $4\pi/P$) অক্ষের উপর একটি লম্ব অঙ্কন করলে শক্তির অনুমোদিত ও নিষিদ্ধ পটিগুলির অবস্থান ও বিস্তার পাওয়া যায়।

14.5 শক্তি ও তরঙ্গ-ভেক্টর সম্বন্ধ ও এদের বিভিন্ন প্রকার উপস্থাপনা (Energy versus Wave-Vector Relationship and their different representation)

(14.3) চিত্রে আপনি αa (বা শক্তি E)-র সঙ্গে (14.42) সমীকরণের বাঁ পার্শ্বের রাশিমালার মানের কিরূপ পরিবর্তন হয়, তা লক্ষ্য করেছেন। আবার (14.4) চিত্রে P-র সঙ্গে সরাসরি E-র পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। এখন আমরা তরঙ্গ-ভেক্টর k-র সঙ্গে E শক্তির কিরূপ পরিবর্তন হয়, তা আলোচনা করব। আপনি লক্ষ্য করুন, (14.42) সমীকরণের ডান পার্শ্বের মান $\cos ka$ । সুতরাং শক্তির প্রতিটি অনুমোদিত মানের জন্য $\cos ka$ -এর একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যায়। কিন্তু $\cos ka$ রাশি k তরঙ্গ-ভেক্টরটির একটি জোড় পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক এবং সেজন্য এর মান k-কে $k + 2\pi n/a$ দ্বারা প্রতিস্থাপন করা হলেও একই থাকে (এখানে n হল একটি পূর্ণসংখ্যা)। এর অর্থ হল যে শক্তি E-ও k-র জোড় পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক এবং এর পর্যায় হল $2\pi/a$ । k-র সাপেক্ষে শক্তির এরূপ পর্যাবৃত্ত উপস্থাপনা (14.5a) চিত্রে দেখানো হল। এই উপস্থাপনা $-\pi/a < k < \pi/a$ অঞ্চলটির পুনরাবৃত্তির দ্বারা পাওয়া যায়। এই অঞ্চলটিকে প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চল



চিত্র 14.5: তিন প্রকার ছকে শক্তি (E) ও তরঙ্গ-ভেক্টর (k)-র সম্বন্ধ লেখ। (a) পুনরাবৃত্ত অঞ্চল ছক। এই ছকে k পরিবর্তনের সঙ্গে অনুমোদিত শক্তি (E)-র পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। এই পরিবর্তনের বিস্তৃতিকে শক্তি ব্যান্ড বলে এবং তা চিত্রের পাশে রাখা বৃত্ত অঞ্চল দ্বারা দেখানো হয়েছে। দুটি শক্তি ব্যান্ডের মধ্যে ব্যবধানকে অননুমোদিত বা নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড বলে এবং তা চিত্রে দুটি অনুমোদিত ব্যান্ডের মধ্যে খালি অঞ্চল রূপে দেখানো হয়েছে। (b) প্রসারিত অঞ্চল ছক। এই ছকটি শক্তির একটি ছেদযুক্ত অধিবৃত্ত। এই অধিবৃত্তের টানা রেখাগুলি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ড এবং ছেদগুলি নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড বোঝায়। এই অধিবৃত্তের পার্শ্বের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র রেখা দ্বারা অজিকিত অধিবৃত্তটি স্থির বিভব ক্ষেত্রে মুক্ত ইলেকট্রনের গতিশক্তির লেখ। (c) হ্রস্বকীত অঞ্চল ছক। এতে $-\pi/a < k < \pi/a$ পাল্লার মধ্যে ইলেকট্রনের বিভিন্ন শক্তি বক্রগুলি দেখানো হয়েছে।

(first Brillouin zone) বলে এবং এই উপস্থাপনাটিকে পর্যাবৃত্ত বা পুনরাবৃত্ত অঞ্চল (periodic or repeated zone scheme) বলে। এই ছকে k -র মান অন্যান্যভাবে নির্দিষ্ট নয়, কারণ E -র প্রত্যেক মানের জন্য k -র বহুসংখ্যক মান হয় যেমন, (14.5a) চিত্রে E -র কোনো একটি মানের জন্য k -অক্ষের সমান্তরাল একটি সরলরেখা অঙ্কন করলে দেখা যাবে যে এটি k -র বহুসংখ্যক মানকে ছেদ করেছে।

E -র প্রত্যেক অনুমোদিত মানের জন্য k -র একটিমাত্র নির্দিষ্ট মান লাভের জন্য দুটি পদ্ধতি আছে। এগুলি হল

(1) প্রসারিত অঞ্চল ছক এবং (2) হ্রস্বীকৃত অঞ্চল ছক।

(1) প্রসারিত অঞ্চল ছক (Extended zone scheme) : এই ছক পদ্ধতিতে k -র সাপেক্ষে E -র যে লেখ অঙ্কন করা হয়, তাতে বিভিন্ন ব্রিলুইন অঞ্চল থেকে $\pm k$ -র কেবল সেই মানগুলি গ্রহণ করা হয়, যোগুলি পুনরাবৃত্ত না হয়ে E বৃন্ধির সঙ্গে সঙ্গে এককভাবে বৃন্ধি পায়। (14.5b) চিত্রে এই পদ্ধতিতে অঙ্কিত লেখটি দেখানো হল। এটি একটি ছেদযুক্ত অধিবৃত্ত। এই অধিবৃত্তে k -র যে মানগুলির জন্য ছেদগুলি ঘটে, সেই মানগুলি হল

$$k = \pm \frac{n\pi}{a} \quad \dots \dots (14.45)$$

যেখানে $n = 1, 2, 3$ প্রভৃতি পূর্ণসংখ্যা। k -র এই মানগুলি বিভিন্ন ব্রিলুইন অঞ্চলের সীমারেখা নির্দেশ করে। এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চল $-\frac{\pi}{a}$ থেকে $+\frac{\pi}{a}$ পর্যন্ত বিস্তৃত, দ্বিতীয় অঞ্চল $\frac{\pi}{a}$ থেকে $2\frac{\pi}{a}$ পর্যন্ত এবং $-\frac{\pi}{a}$ থেকে $+2\frac{\pi}{a}$ পর্যন্ত, তৃতীয় অঞ্চল $2\frac{\pi}{a}$ থেকে $3\frac{\pi}{a}$ পর্যন্ত এবং $-2\frac{\pi}{a}$ থেকে $-3\frac{\pi}{a}$ পর্যন্ত এভাবে পরপর বিস্তৃত থাকে। পদার্থের স্থির বিভব ক্ষেত্রের মধ্যে একটি মুক্ত ইলেকট্রনের শক্তি k -র সঙ্গে কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তাও চিত্রে একটি ভাঙা রেখার বক্র দিয়ে দেখানো হয়েছে। এই বক্রটিও একটি অধিবৃত্ত এবং পর্যাবৃত্ত বিভবজাত ছেদযুক্ত অধিবৃত্তের প্রায় সংলগ্ন।

যেহেতু তরঙ্গ-ভেক্টর $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, যেখানে $\lambda =$ তরঙ্গদৈর্ঘ্য, সুতরাং (14.45) সমীকরণ অনুযায়ী আমরা লিখতে পারি

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\pi}{a}$$

বা $n\lambda = 2a \quad \dots \dots (14.46)$

কিন্তু ব্যাগের প্রতিফলন সূত্রে তির্যক কোণ 90° (অর্থাৎ অভিলম্বের দিকে আপতন) ধরে নিলে (14.46) সমীকরণটি পাওয়া যায়। এ থেকে বোঝা যায় যে পর্যাবৃত্ত বিভব ক্ষেত্রে ইলেকট্রনের ব্যাগ প্রতিফলন ঘটে এবং এজন্যই $E-k$ বক্রতে ছেদগুলি উৎপন্ন হয়।

(2) **হ্রস্বীকৃত অঞ্চল ছক (Reduced zone scheme)** : এই ছক পদ্ধতিতে বক্র আঁকার জন্য বিভিন্ন ব্রিলুইন অঞ্চলের বক্রাংশগুলিকে কেবল $-\pi/a \leq k \leq \pi/a$ অঞ্চলের মধ্যে সীমাবদ্ধ রেখে অন্যান্য অঞ্চলের অংশগুলিকে কমানো বা ছাঁটাই করে দেওয়া হয়। এর ফলে (14.5c) চিত্রটি অঙ্কন করা যায়। চিত্রে প্রদর্শিত অঞ্চলটির তরঙ্গ ভেক্টরকে হ্রস্বীকৃত তরঙ্গ ভেক্টর বলে। এই তরঙ্গ ভেক্টরটি পাওয়ার সূত্র হল

$$k = k' - G \quad \dots \dots (14.47)$$

যেখানে k' হল অন্য কোনো অঞ্চলের তরঙ্গ-ভেক্টর এবং G হল k' মানকে k মানে পরিবর্তিত করার জন্য যথোপযুক্তভাবে মনোনিত অন্যান্যক ল্যাটিস ভেক্টর।

14.6 একটি শক্তি ব্যান্ডে তরঙ্গ অপেক্ষকের সংখ্যা (Number of Wave Functions in a Energy Band)

একটি অসীম একমাত্রিক কেলাসীয় ল্যাটিসে এমন কতকগুলি অনুমোদিত শক্তি অঞ্চল থাকে, যার মধ্যে শক্তির বণ্টন নিরবচ্ছিন্ন হয়। এখন আমরা সসীম L দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কেলাসের প্রতি শক্তি ব্যান্ডে কতগুলি তরঙ্গ অপেক্ষক বা তরঙ্গ ভেক্টর থাকে, তা নির্ণয় করে।

যদি $\Psi(x)$ তরঙ্গ অপেক্ষকটি পর্যাবৃত্ত হয়, তবে এর সীমানা শর্ত হল

$$\Psi(x+L) = \Psi(x) \quad \dots \dots (14.48)$$

যেহেতু পদার্থের মুক্ত ইলেকট্রনের তরঙ্গ অপেক্ষকগুলি ব্লচ অপেক্ষক, সুতরাং (14.5) ও (14.6) সমীকরণ দুটি অনুযায়ী এদের সমাধান হল

$$\Psi(x) = e^{ikx} u_k(x)$$

$$\text{এবং } u_k(x+L) = u_k(x) \quad \dots \dots (14.49)$$

সুতরাং (14.48) সমীকরণ থেকে আমরা পাই—

$$e^{ik(x+L)} u_k(x+L) = e^{ikx} u_k$$

$$\text{এবং } u_k(x+L) = u_k$$

$$\text{অর্থাৎ } e^{ik(x+L)} = e^{ikx}$$

$$\text{বা } e^{ikL} = 1$$

$$\therefore kL = 2n\pi \text{ বা } k = \frac{2n\pi}{L} \quad \dots \dots (14.50)$$

যেখানে $n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

∴ k-র মানগুলি হল

$$k = 0, \pm \frac{2\pi}{L}, \pm \frac{4\pi}{L}, \pm \frac{6\pi}{L}, \dots \dots \dots \text{প্রভৃতি} \dots \dots (14.51)$$

(14.50) সমীকরণ থেকে আমরা k ও $k + dk$ ব্যবধানের মধ্যে কতকগুলি তরঙ্গ অপেক্ষক থাকে, তার মান পাই। এই মান হল

$$dn = \frac{L}{2\pi} dk \dots \dots (14.52)$$

এখন যদি আমরা প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চল বিবেচনা করি, তবে এখানে k -র সর্বোচ্চ মান হল $\frac{\pi}{a}$, যেখানে a হল ল্যাটিস ধ্রুবক অর্থাৎ একটি মূল কোষের দৈর্ঘ্য। যদি কেলাসটিতে মোট N -সংখ্যক মূল কোষ থাকে এবং কেলাসটির দৈর্ঘ্য L হয়, তবে $a = \frac{L}{N}$ । ফলে k -র সর্বোচ্চ মান হল $\frac{N\pi}{L}$ । সুতরাং

(14.51) শ্রেণিটির শেষ রাশি হল $\frac{N\pi}{L}$ । $[-\frac{N\pi}{L}$ রাশিটি এখানে বিবেচনার প্রয়োজন নেই। কারণ এটি একটি স্বাধীন রাশি নয়।] তার ফলে অনুমোদিত k মানের মোট সংখ্যা হল N । এই থেকে আমরা একটি গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারি, যা হল : একটি কেলাসে মোট যতগুলি মূল কোষ বা পরমাণু থাকে, একটি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডে ঠিক ততগুলিই সম্ভাব্য তরঙ্গ অপেক্ষক থাকে।

আপনার জানা আছে যে ইলেকট্রনের ঘূর্ণনের দুটিমাত্র সম্ভাব্য অভিমুখ আছে। সুতরাং পাউলির বর্জন নীতি অনুযায়ী একটি তরঙ্গ অপেক্ষক সর্বোচ্চ দুটি ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ হয়। এজন্য ইলেকট্রনের একটি শক্তি ব্যান্ডে $2N$ -সংখ্যক পর্যন্ত ইলেকট্রন থাকতে পারে, যেখানে N হল কেলাসের মোট মূল কোষের সংখ্যা। অন্যভাবে আমরা এটি বলতে পারি যে যদি একটি শক্তি ব্যান্ডে $2N$ সংখ্যক ইলেকট্রন থাকে, তাহলেই ব্যান্ডটি ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ বা সম্পূর্ণ থাকে। এই সিদ্ধান্তটি গুরুত্বপূর্ণ, কারণ আমরা পরে দেখব যে পরিবাহী, অপরিবাহী ও অর্ধপরিবাহীর পার্থক্য এই সিদ্ধান্তটির দ্বারা সহজে বোঝা যায়।

14.7 ইলেকট্রনের বেগ (Velocity of an election)

V বেগে গতিশীল কোনো কণার ডি ব্রোগলি তরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে, কণার তরঙ্গ প্যাকেটটির গুচ্ছ বেগ (group velocity) হবে।

$$V_g = \frac{d\omega}{dk},$$

যেখানে k হল কণার তরঙ্গ-ভেক্টর।

কিন্তু কণার তরঙ্গ তত্ত্ব অনুযায়ী $V = V_g$ ।

$$\text{সুতরাং } V = V_g = \frac{d\omega}{dk} \quad \dots \dots (14.53)$$

যদি কণার শক্তি E হয়, তবে

$$E = \hbar \omega$$

এবং (14.53) সমীকরণ অনুযায়ী

$$V = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \quad \dots \dots (14.54)$$

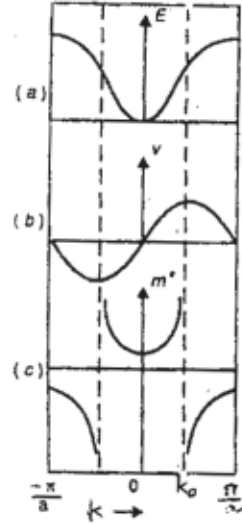
একটি মুক্ত ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে আমরা জানি

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

সুতরাং (14.54) সমীকরণ থেকে আমরা পাই—

$$V = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m} \quad \dots \dots (14.55)$$

যেখানে p হল মুক্ত ইলেকট্রনটির ভরবেগ। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে একটি মুক্ত ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে Vk -র সমানুপাতিক। কিন্তু কেলসের ব্যান্ড তত্ত্বে E সাধারণভাবে k -র সমানুপাতিক নয়। এই তত্ত্ব অনুযায়ী E কীরূপভাবে k -র উপর নির্ভরশীল, তা (14.6) চিত্রের (a) অংশে দেখানো হয়েছে। চিত্রের বক্রটি থেকে বোঝা যাচ্ছে যে এই বক্রের dE/dk ধুবক নয় এবং এটি k -র মানের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। সুতরাং এই বক্র ও (14.54) সমীকরণ থেকে আমরা বেগ V ও তরঙ্গ-ভেক্টর k -র সম্বন্ধ নির্ণয় করতে পারি, যা (14.6) চিত্রের (b) অংশে দেখানো হয়েছে। এই চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে যখন $k = 0$ বা $\pm \pi/a$ তখন ইলেকট্রনের বেগ 0। অর্থাৎ প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চলের শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষদেশে ও পাদদেশে যেখানে $\frac{dE}{dk} = 0$, সেখানে এই বেগ 0। আবার E বক্রটির বাঁকের মুখে (point of inflexion)



চিত্র 14.6: k পরিবর্তনের সঙ্গে ইলেকট্রনের (a) শক্তি, (b) বেগ ও (c) কার্যকরী ভর পরিবর্তনের লেখচিত্র। চিত্রের ভাঙা রেখা দুটি $E-k$ বক্রের বাঁকের মুখ নির্দেশ করে।

($k = k_0$) এই বেগের মান সর্বোচ্চ। এই সর্বোচ্চ মান মুক্ত ইলেকট্রনের বেগের সমান। বাঁকের মুখ থেকে যত দূরে যাওয়া যায়, শক্তি বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে ইলেকট্রনের বেগ তত কমে যায়। শক্তি ব্যাণ্ডের ইলেকট্রনের এই ধর্ম মুক্ত ইলেকট্রনের ধর্ম থেকে সম্পূর্ণ স্বতন্ত্র।

14.8 ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর (Effective Mass of an Electron)

ধরা যাক, ত্রিলুইন অঞ্চলে একটিমাত্র ইলেকট্রন গতিশীল আছে। এখানে একটি মাত্র ইলেকট্রন এজন্যই কল্পনা করা হয়েছে, যাতে পাউলির বর্জন নীতি কোনোভাবে লঙ্ঘিত না হয়। যদি ইলেকট্রনটির বেগ V হয় এবং এর উপর dt সময়ের জন্য ε তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগ করার দরুন ইলেকট্রনটির dx সরণ হয়, তবে ইলেকট্রনটির শক্তি যে পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে, তার সমীকরণ হল

$$dE = -e\varepsilon dx = -e\varepsilon V dt = -\frac{e\varepsilon}{\hbar} \left(\frac{dE}{dk} \right) dt \quad \dots \dots (14.56)$$

এখানে $-e$ হল, ইলেকট্রনের তড়িদাধান।

$$\text{এখন } dE = \frac{dE}{dk} dk$$

কাজেই (14.56) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\frac{dE}{dk} dk = -\frac{e\varepsilon}{\hbar} \left(\frac{dE}{dk} \right) dt$$

$$\text{বা, } \frac{dk}{dt} = -\frac{e\varepsilon}{\hbar} \quad \dots \dots (14.57)$$

$$\text{বা, } \frac{\hbar dk}{dt} = \frac{dp}{dt} = -e\varepsilon \quad \dots \dots (14.58)$$

যেখানে p হল কেলাস ভরবেগ। কাজেই এই সমীকরণ অনুযায়ী কেলাস ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বল $-e\varepsilon$ -র সমান। সুতরাং এটি পর্যাবৃত্ত ল্যাটিসে ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রের সমার্থক।

এখন (14.54) সমীকরণ অনুযায়ী ইলেকট্রনের বেগ হল

$$V = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

সুতরাং ইলেকট্রনটির উপর প্রযুক্ত ত্বরণ হল

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 E}{dk^2} \cdot \frac{dk}{dt} \quad \dots \dots (14.59)$$

সুতরাং (14.57) সমীকরণ থেকে dk/dt -র মান এই সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{e\varepsilon}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2}$$

$$\text{বা } -e\varepsilon = \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2} \cdot \frac{dV}{dt} \quad \dots \dots (14.60)$$

এই সমীকরণটি বল $(-e\varepsilon)$ -কে ত্বরণ $\left(\frac{dV}{dt}\right)$ ও $\left(\frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}\right)$ রাশিটির গুণফল হিসাবে প্রকাশ করে। সুতরাং এই $\hbar^2/(d^2E/dk^2)$ গুণকটিকে ভর হিসাবে ধরে নিলে সমীকরণটিকে নিউটনের বলের সমীকরণ বলা যায়। এজন্য এই সমীকরণের গুণকটিকে ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর m^* বলা হয়। সুতরাং আমরা লিখতে পারি

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2} \quad \dots \dots (14.61)$$

(14.61) সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর ধ্রুবক নয় এবং তা d^2E/dk^2 -এর মানের উপর অর্থাৎ $E-k$ বক্রের আকারের উপর নির্ভর করে। কার্যকরী ভর k -র মানের পরিবর্তনের সঙ্গে কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা (14.6) চিত্রের (c) অংশে দেখানো হল। চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে শক্তির নীচের অর্ধ অঞ্চলে কার্যকরী ভর ধনাত্মক এবং উপরের অর্ধ অঞ্চলে ঋণাত্মক। অধিকন্তু শক্তি বক্রের বাঁকের মুখে কার্যকরী ভরের মান অসীম। সুতরাং বলা যায় যে শক্তির উপরের অর্ধ অঞ্চলে ইলেকট্রনটি একটি ধনাত্মক ভরের ধনাত্মক আধানযুক্ত কণা হিসাবে ব্যবহার করে।

কার্যকরী ভরের ধর্ম অনেক ক্ষেত্রে একটি গুণক f_k -র দ্বারা প্রকাশ করা সুবিধাজনক হয়, যেখানে

$$f_k = \frac{m}{m^*} = \frac{m}{\hbar^2} \left(\frac{d^2E}{dk^2} \right) \quad \dots \dots (14.62)$$

এখানে m হল একটি মুক্ত ইলেকট্রনের ভর। f_k গুণকটির দ্বারা বোঝা যায় যে k অবস্থায় একটি ইলেকট্রন কতটা মুক্ত ইলেকট্রনের ধর্ম লাভ করে। যদি $f_k = 1$ হয়, তবে ইলেকট্রনটি সম্পূর্ণ মুক্ত ইলেকট্রন হিসাবে ব্যবহার করে। অপরপক্ষে যদি $f_k < 1$ হয়। তবে মাছ $m^* > m$, অর্থাৎ ইলেকট্রনটি একটি ভারী কণা হিসাবে ব্যবহার করে।

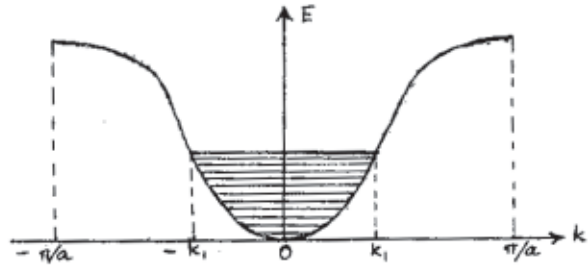
ইলেকট্রনের কার্যকরী ভরের ধারণার একটি বাস্তব গুরুত্ব আছে। কারণ এই ধারণা দ্বারা কেলাসের মধ্যে আধান পরিবহন সঠিকভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। সোডিয়াম, পটাশিয়াম প্রভৃতি ক্ষারীয় ধাতুগুলির আংশিকভাবে পূর্ণ শক্তি ব্যান্ড থাকে। সেজন্য এই ধাতুগুলিতে কেবল মুক্ত পরিবহন ইলেকট্রনগুলিই তড়িৎ পরিবহন করে। কিন্তু যেসব কেলাসের শক্তি ব্যান্ড প্রায় পূর্ণ থাকে, সেই ব্যান্ডের উপরাংশে কিছুসংখ্যক ইলেকট্রনের ঋণাত্মক

ভর ও ধনাত্মক আধানের শূন্যস্থান উৎপন্ন হয়। এরূপ প্রত্যেক শূন্যস্থানকে একটি ধনাত্মক আধান ও ধনাত্মক ভরের কণারূপে ধরা যায়। এই কণাগুলিকে বলা হয় 'হোল' (hole) বা গর্ত। ধনাত্মক আধানযুক্ত এই কণাগুলিও ইলেকট্রনের মতোই তড়িৎ পরিবহনে অংশগ্রহণ করতে পারে।

14.9 ধাতু, অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য (Distinction between Metals, Insulators and Semiconductors)

সাধারণ উষ্ণতায় ধাতুগুলি, যেমন—অ্যালুমিনিয়াম, কপার, সিলভার প্রভৃতি তড়িৎের সুপরিবাহী। অপরপক্ষে অধিকাংশ অধাতুই, যেমন—কাগজ, রবার, প্লাস্টিক, পলিইথিলিন, চিনেমাটি প্রভৃতি সাধারণ উষ্ণতায় তড়িৎের অপরিবাহী বা নামমাত্র পরিবাহী। এগুলিকে অন্তরক বলা হয়। পরিবাহী ও অন্তরক ছাড়াও অর্ধপরিবাহী নামে আর এক প্রকার পদার্থ আছে, যাদের ধর্ম পরিবাহী ও অন্তরকগুলির মধ্যবর্তী। অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীগুলি 0 K উষ্ণতায় সম্পূর্ণ অপরিবাহী। কিন্তু উষ্ণতার বৃদ্ধি হলে অন্তরকগুলির পরিবাহিতা বিশেষ বৃদ্ধি পায় না, কিন্তু অর্ধপরিবাহীগুলি পরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়। জার্মেনিয়াম (Ge) ও সিলিকন (Si) হল অর্ধপরিবাহীর দুটি সাধারণ উদাহরণ।

পরিবাহী, অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীগুলির বিভিন্ন ধর্মগুলির প্রভেদ ব্যাখ্যা তত্ত্বের সাহায্যে সুন্দরভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। এজন্য ধরা যাক, একটি শক্তির ব্যান্ড-এর k_1 ($k_1 < \pi/a$) মান পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ আছে। শক্তির এই ব্যান্ডটি (14.7) চিত্রের প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চলভুক্ত শক্তি ব্যান্ড হিসাবে ধরা যেতে পারে। পূর্ববর্তী পরিচ্ছেদে আপনি f_k গুণকটির সংজ্ঞা জেনেছেন।



চিত্র 14.7: প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চল শক্তি ব্যান্ড। ব্যান্ডটি k_1 মান পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ, বাকি অংশ খালি।

এই গুণক k তরঙ্গ-ভেক্টর অবস্থার একটি ইলেকট্রন কতখানি মুক্ত ইলেকট্রনরূপে থাকে এবং তার ফলে তড়িৎ পরিবহনে অংশগ্রহণ করে, তা বোঝায়। সুতরাং একটি শক্তি ব্যান্ডে মোট কতগুলি মুক্ত ইলেকট্রন আছে, তা ওই ব্যান্ডের বিভিন্ন অধিকৃত শক্তির অবস্থার জন্য সম্ভাব্য সব f_k -সমূহের মানগুলির যোগফল দ্বারা পাওয়া যায়। যদি এই যোগফল N_f হয়, তবে আমরা পাই:

$$N_f = \sum_k f_k \quad \dots \dots (14.63)$$

এখন (14.52) সমীকরণ অনুযায়ী একটি একমাত্রিক ল্যাটিসের L দৈর্ঘ্য ও তরঙ্গ-ভেক্টর ব্যবধান dk -র মধ্যে উপস্থিত তরঙ্গ অপেক্ষকের সম্ভাব্য অবস্থাগুলির সংখ্যা হল

$$dn = \frac{L}{2\pi} dk \quad \dots \dots (14.64)$$

যেহেতু তরঙ্গ অপেক্ষকের প্রত্যেক অবস্থায় সর্বোচ্চ দুটি ইলেকট্রন থাকতে পারে, সুতরাং $-k_1$, থেকে $+k_1$ ব্যবধানের মধ্যে শক্তি ব্যান্ডে মোট কার্যকরী মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা হবে

$$N_f = 2 \int_{-k_1}^{+k_1} f_k dn$$

$$= \frac{L}{\pi} \int_{-k_1}^{k_1} f_k dk = \frac{2L}{\pi} \int_0^{k_1} f_k dk \quad \dots \dots (14.65)$$

এই সমীকরণে (14.62) সমীকরণ থেকে f_k -র মান বসালে আমরা পাই

$$N_f = \frac{2mL}{\pi \hbar^2} \int_0^{k_1} \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right) dk$$

$$= \frac{2mL}{\pi \hbar^2} \left(\frac{dE}{dk} \right)_{k=k_1} \quad \dots \dots (14.66)$$

(14.66) সমীকরণ থেকে আমরা দুটি গুরুত্বপূর্ণ অনুসিদ্ধান্ত করতে পারি।

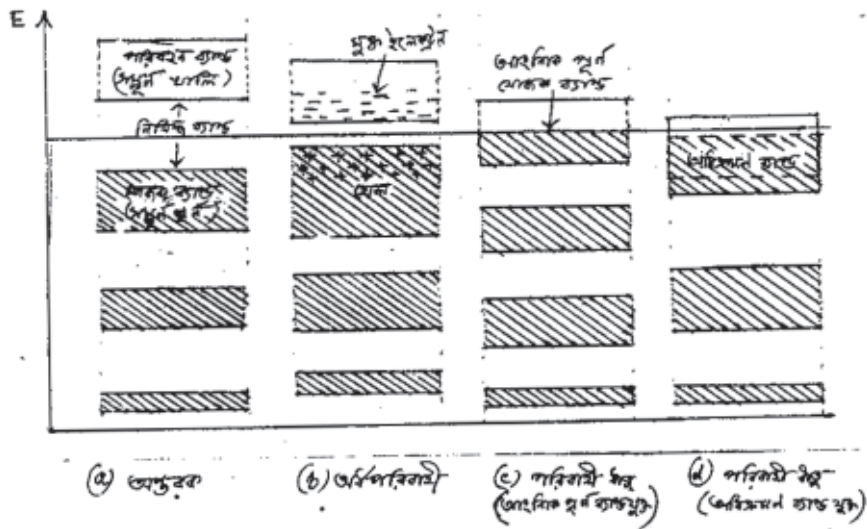
(1) (14.7) চিত্রে শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষদেশে ($k \rightarrow \pi/a$) E অনুভূমিক। সুতরাং এখানে $\left(\frac{dE}{dk} \right)_{k=\pi/2} = 0$ । অর্থাৎ শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষদেশে কার্যকরী মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা $N_f = 0$ । কিন্তু শক্তি ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ থাকলে E সর্বোচ্চ হয়। সুতরাং আমরা সিদ্ধান্ত করতে পারি যে শক্তি ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ থাকলে কার্যকরী মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা শূন্য হয়।

(2) যখন $\left(\frac{dE}{dk} \right)$ -র মান সর্বোচ্চ হয়, তখন N_f -ও সর্বোচ্চ হবে। কিন্তু (14.7) চিত্র অনুযায়ী শক্তি

বক্রের বাঁকের মুখে (অর্থাৎ $k = k_1$ অবস্থানে) $\left(\frac{dE}{dk} \right)$ -র মান সর্বোচ্চ হয়। সুতরাং শক্তি ব্যান্ডের বাঁকের মুখ পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ থাকলে ব্যান্ডে কার্যকরী ইলেকট্রনের সংখ্যা সর্বোচ্চ হবে।

এখন দেখা যাক, উপরের এই দুটি অনুসিদ্ধান্ত দ্বারা কীভাবে পরিবাহী, অপরিবাহী ও অর্ধপরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা করা যায়। এ বিষয়ে প্রথমেই উল্লেখ করা প্রয়োজন যে আংশিকভাবে পূর্ণ শক্তি ব্যান্ডে যে মুক্ত ইলেকট্রনগুলি থাকে, কেবল সেগুলির দ্বারাই কোনো কঠিন পদার্থে তড়িৎ পরিবাহিত হয়। অপরপক্ষে যদি কোনো শক্তি ব্যান্ড সম্পূর্ণ পূর্ণ বা সম্পূর্ণ খালি থাকে, তবে এগুলিতে কোনো মুক্ত ইলেকট্রন না থাকায় তড়িৎ পরিবাহিত হতে পারে না। একটি পদার্থে বহুসংখ্যক শক্তি ব্যান্ড থাকে। এদের মধ্যে শক্তির মান

অনুযায়ী নীচের ব্যান্ডগুলি ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ থাকে এবং উপরের ব্যান্ডগুলি সম্পূর্ণ ফাঁকা বা খালি থাকে। এদের কোনোটিতেই মুক্ত ইলেকট্রন না থাকায় এগুলি তড়িৎ পরিবাহী নয়। সবচেয়ে উপরের সম্পূর্ণ পূর্ণ বা আংশিক পূর্ণ ব্যান্ডটিকে যোজক ব্যান্ড (Valence band) বলে। যোজক ব্যান্ডের উপরের প্রথম খালি ব্যান্ডটিকে পরিবহন ব্যান্ড (Conduction band) বলে। কিন্তু পরিবহন ব্যান্ডের উপরের সবগুলি ব্যান্ডই সম্পূর্ণ খালি থাকে। যে-কোনো দুটি ব্যান্ডের মধ্যে কিছুটা শক্তির ব্যবধান বা ফাঁক (energy gap) থাকে। শক্তির এই ফাঁককে নিষিদ্ধ ব্যান্ড (forbidden band) বলে। অপরিবাহী, পরিবাহী ও অর্ধপরিবাহীতে শক্তির ব্যান্ডগুলি কীরূপ থাকে, তা (14.8) চিত্রে দেখানো হল।



চিত্র 14.8: (a) অস্ফরক, (b) অর্ধপরিবাহী এবং (c) ও (d) ধাতুর শক্তি ব্যান্ড চিত্র।

(14.8) চিত্রের (a) অংশে কয়েকটি অনুমোদিত সম্পূর্ণ পূর্ণ এবং তার উপর একটি সম্পূর্ণ খালি শক্তি ব্যান্ড দেখানো হয়েছে। এই খালি ব্যান্ডটিই পরিবহন ব্যান্ড এবং এর নীচের ব্যান্ডটি যোজক ব্যান্ড। যে-কোনো দুটি ব্যান্ডের মধ্যে ফাঁকটিই একটি নিষিদ্ধ ব্যান্ড। এখন এই যোজক ব্যান্ড ও পরিবহন ব্যান্ডের মধ্যে যে নিষিদ্ধ ব্যান্ডটি অবস্থিত, যদি এর বিস্তৃতি খুব বেশি ($5-10 eV$) হয়, তবে পদার্থের উন্নত যথেষ্ট বৃদ্ধি করলেও (অর্থাৎ গলনাঙ্ক পর্যন্ত), এর যোজক ব্যান্ড থেকে যথেষ্ট সংখ্যক ইলেকট্রন তাপীয়ভাবে উদ্দীপ্ত হয়ে নিষিদ্ধ ব্যান্ড অতিক্রম করার মতো শক্তি অর্জন করতে পারে না এবং সেজন্য মুক্ত ইলেকট্রন হিসাবে পরিবহন ব্যান্ডে যেতে পারে না। ফলে যে-কোনো উন্নতায় পদার্থের প্রত্যেকটি ব্যান্ডই সম্পূর্ণ পূর্ণ বা সম্পূর্ণ খালি অবস্থায় থাকে এবং কোনো ব্যান্ডে কোনো মুক্ত ইলেকট্রন না থাকায় বাইরে থেকে কোনো তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগ করলেও এরূপ পদার্থে কোনো তড়িৎপ্রবাহ হয় না। এরূপ ধর্মবিশিষ্ট সব মৌল বা যৌগ কঠিন পদার্থকে অপরিবাহী বা অস্ফরক বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, ডায়মন্ডের নিষিদ্ধ ব্যান্ডের শক্তি প্রায় $7 eV$ এবং সেজন্য এটি একটি অস্ফরক পদার্থ।

অপরপক্ষে কোনো পদার্থের পরিবহন ব্যান্ড ও যোজক ব্যান্ডের মধ্যে অবস্থিত নিম্নস্থ ব্যান্ডটির শক্তি $0.5-2\text{eV}$ -র মধ্যে থাকলে যোজক ব্যান্ডের উর্ধ্বাংশ থেকে কিছুসংখ্যক ইলেকট্রন উচ্চতর উন্নতায় তাপীয়ভাবে উদ্দীপ্ত হয়ে নিম্নস্থ ব্যান্ডটি অতিক্রম করার শক্তি অর্জন করতে পারে এবং এই ইলেকট্রনগুলি তখন পরিবহন ব্যান্ডে গিয়ে বাইরের তড়িৎক্ষেত্রের প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহন করতে পারে। তাছাড়া যোজক ব্যান্ডের উর্ধ্বাংশ থেকে কিছু ইলেকট্রন চলে গেলে সেখানে সমসংখ্যক ইলেকট্রনের শূন্যস্থান সৃষ্টি হয় এবং এগুলি ধনাত্মক হোল বা গর্ত হিসাবে বাইরের তড়িৎক্ষেত্র দ্বারা তড়িৎপ্রবাহ উৎপন্ন করে। ফলে বাইরের তড়িৎক্ষেত্রের প্রয়োগে এরূপ পদার্থে ইলেকট্রন ও সমসংখ্যক হোলের মিলিত তড়িৎপ্রবাহ উৎপন্ন হয়। তবে ইলেকট্রনের সংখ্যা যথেষ্ট বেশি না হওয়ায় এই তড়িৎপ্রবাহের মান খুব বেশি হয় না। এরূপ পদার্থগুলিকেই অর্ধপরিবাহী বলা হয়। [14.8(b)] চিত্রে অর্ধপরিবাহীর শক্তি ব্যান্ডগুলি দেখানো হল। অর্ধপরিবাহীর তড়িৎ-পরিবাহিতা উন্নতায় উপর নির্ভর করে। নিম্নতম উন্নতায় (0K) অর্ধপরিবাহীগুলির পরিবহন ব্যান্ডে কোনো ইলেকট্রন থাকে না এবং এজন্য এগুলিও তখন অন্তরক পদার্থগুলির মতো সম্পূর্ণ অপরিবাহী থাকে। কিন্তু উন্নতা বৃদ্ধি করলে এই পদার্থগুলির পরিবহন ব্যান্ডে মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা বৃদ্ধি পায় এবং তার ফলে তড়িৎ-পরিবাহিতাও অনুরূপভাবে বাড়ে। অর্ধপরিবাহীর তড়িৎ-পরিবাহিতা পদার্থটির নিম্নস্থ ব্যান্ডের শক্তির উপরও বিশেষভাবে নির্ভর করে। জার্মেনিয়াম ও সিলিকনের নিম্নস্থ ব্যান্ডের শক্তি যথাক্রমে 0.78eV ও 1.21eV । ফলে এই উভয় পদার্থই অর্ধপরিবাহী। কিন্তু এদের মধ্যে জার্মেনিয়ামের পরিবাহিতা সিলিকনের চেয়ে বেশি।

[14.8(c)] চিত্রে যোজক ব্যান্ডটি আংশিকভাবে পূর্ণ। ফলে এই ব্যান্ডে সব উন্নতাতেই প্রচুর সংখ্যক ইলেকট্রন মুক্ত ইলেকট্রনরূপে থাকে এবং এগুলি বাইরে থেকে তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহন করে। এই পদার্থগুলিই পরিবাহী। ধাতুগুলি এবং গ্রাফাইট এরূপ পরিবাহী পদার্থ। এই পরিবাহীগুলির পরিবাহিতা অর্ধপরিবাহীগুলির পরিবাহিতা অপেক্ষা অনেক বেশি।

কতকগুলি পদার্থের যোজক ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ হলেও পরিবহন ব্যান্ড এই ব্যান্ডকে আংশিকভাবে অধিক্রমণ করে অর্থাৎ আচ্ছাদিত করে [চিত্র 14.8(d)]। সুতরাং এই দুটি ব্যান্ডের মধ্যে কোনো নিম্নস্থ ব্যান্ড থাকে না। এর ফলে যোজক ব্যান্ডের বহুসংখ্যক ইলেকট্রন বিনা বাধায় পরিবহন ব্যান্ডে চলে যায় এবং পদার্থটি একটি পরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়। যেমন—ম্যাগনেসিয়ামের $3s$ যোজক ব্যান্ডটি সম্পূর্ণ পূর্ণ এবং এতে $2N$ -সংখ্যক ইলেকট্রন আছে। অপরপক্ষে এর $3p$ পরিবহন ব্যান্ডটি সম্পূর্ণ খালি। কিন্তু এই দুটি ব্যান্ড পরস্পরকে আংশিকভাবে আচ্ছাদিত করে এবং তার ফলে $3s$ ব্যান্ডের বহু ইলেকট্রন $3p$ ব্যান্ডে মুক্ত ইলেকট্রনে পরিণত হয়। এজন্যই ম্যাগনেসিয়াম একটি ধাতু। অনুরূপে ক্যালশিয়াম, স্ট্রনশিয়াম প্রভৃতি পর্যায় সারণির দ্বিতীয় শ্রেণির অন্যান্য মৌলগুলির মধ্যেও ম্যাগনেসিয়ামের অনুরূপ ধর্ম দেখা যায়।

ধাতু ও অর্ধপরিবাহীগুলির মধ্যে গুণগত পার্থক্য এই যে উন্নতা বৃদ্ধিতে ধাতুগুলির পরিবাহিতা কমে, কিন্তু অর্ধপরিবাহীর পরিবাহিতা বাড়ে। যেহেতু রোধ পরিবাহিতার বিপরীত, সুতরাং রোধের সাপেক্ষে বলা যায় যে, উন্নতা বৃদ্ধিতে পরিবাহীর রোধ বাড়ে, কিন্তু অর্ধপরিবাহীর রোধ কমে। অর্থাৎ অর্ধপরিবাহীর রোধের

উন্নতগুণাঙ্ক ঋণাত্মক। কিন্তু পরিবাহীর ক্ষেত্রে এই গুণাঙ্ক ধনাত্মক। এছাড়া একটি নির্দিষ্ট উন্নতায় ধাতুগুলির রোধাঙ্কের মান অর্ধপরিবাহীর এই মানের চেয়ে বহুগুণ কম।

14.10. সমাধানকৃত উদাহরণ

উদাহরণ-1. আপনি দেখান যে যে-কোনো একমাত্রিক পর্যাবৃত্ত বিভবকে নিম্নে প্রদত্ত একটি ফুরিয়ার শ্রেণির দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$$V(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n x / a}, \text{ (যেখানে } V_{-n} = V_n^*, \text{ কারণ } V \text{ বাস্তব)}$$

সমাধান :

$$\text{প্রদত্ত বিভব } V(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n x / a}$$

$$\therefore V(x+a) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n (x+a) / a}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n x / a} \quad [\because e^{2\pi i n} = 1]$$

$$\therefore V(x) = V(x+a)$$

সুতরাং $V(x)$ একটি পর্যাবৃত্ত বিভব যা একটি ফুরিয়ার শ্রেণির দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

উদাহরণ-2 : প্রমাণ করুন যে নিচে প্রদত্ত তরঙ্গ অপেক্ষকটি একটি ব্লচ অপেক্ষকরূপে প্রকাশ করা যায়।

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} - \vec{r}_j) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_j)$$

সমাধান :

ল্যাটিসের \vec{r} ভেক্টরটির উপর একটি চলন \vec{r}_l আরোপ করা হলে আমরা পাই

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r} + \vec{r}_l) &= \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} + \vec{r}_l - \vec{r}_j) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} \\ &= \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} - (\vec{r}_j - \vec{r}_l)) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_l)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_1} \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} - \vec{r}_j) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_j} \\
&= e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_1} \psi(\vec{r})
\end{aligned}$$

যেখানে $\vec{r}_j - \vec{r}_1 = \vec{r}_j'$ । সুতরাং প্রদত্ত অপেক্ষকটিকে বুকের অপেক্ষক হিসাবে প্রকাশ করা যায়।

উদাহরণ-3 : ক্রোনিগ-পেনির মডেলে $P \ll 1$ ধরলে, প্রমাণ করুন যে নিম্নতম শক্তি ব্যান্ডের শক্তি

$$E = \frac{\hbar^2 P}{ma^2}$$

সমাধান : নিম্নতম শক্তি ব্যান্ডের ক্ষেত্রে $k = \pm \pi/a$ ।

সুতরাং (14.42) সমীকরণ অনুযায়ী

$$\frac{P}{\alpha a} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos(\pm \pi) = \pm 1$$

এই সমীকরণের ডান পাশের মান ধনাত্মক হলে, আমরা পাই

$$\frac{P}{\alpha a} \sin \alpha a = 1 - \cos \alpha a$$

$$\text{বা, } \frac{2P}{\alpha a} \sin \frac{\alpha a}{2} \cos \frac{\alpha a}{2} = 2 \sin^2 \frac{\alpha a}{2}$$

$$\text{বা, } \tan \frac{\alpha a}{2} = \frac{P}{\alpha a} = \tan \frac{P}{\alpha a} \quad [\because P \ll 1]$$

$$\text{বা, } \frac{\alpha a}{2} = \frac{P}{\alpha a}$$

$$\text{বা, } \alpha^2 = \frac{2P}{a^2}$$

কিন্তু (14.28) সমীকরণ অনুযায়ী

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{2P}{a^2}$$

$$\text{বা } E = \frac{\hbar^2 P}{ma^2} \text{ প্রমাণিত।}$$

উদাহরণ 4. একটি কেলাসের যোজক ব্যান্ডের প্রান্তে শক্তির সমীকরণ হল : $E = -Ak^2$, যেখানে $A = 10^{-39} \text{ Jm}^2$ । ধরা যাক, সম্পূর্ণ পূর্ণ যোজক ব্যান্ডের একটি কক্ষিক থেকে একটি ইলেকট্রন নির্গত হয়। যদি ইলেকট্রনটির তরঙ্গ-ভেক্টর $\vec{k} = 10^{10} \vec{k}_x \text{ m}^{-1}$ হয়, তবে এর শূন্যস্থানে উৎপন্ন হোলটির কার্যকর ভর, বেগ, ভরবেগ ও শক্তি নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$\text{প্রদত্ত } E = -Ak^2$$

$$\therefore \frac{dE}{dk} = -2Ak$$

$$\text{এবং } \frac{d^2E}{dk^2} = -2A$$

এখন (14.61) সমীকরণ অনুযায়ী ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর

$$\begin{aligned} m_e^* &= \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2} \\ &= \frac{-\hbar^2}{2A} = \frac{-(1.05 \times 10^{-34})^2}{2 \times 10^{-39}} = -5.5 \times 10^{-30} \text{ kg} \\ &[\because \hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}] \end{aligned}$$

যেহেতু শক্তি ব্যান্ডের একই অবস্থানে ইলেকট্রনের যে কার্যকরী ভর হয়, হোলের ভর তার বিপরীত, সুতরাং নির্ণয় হোলের কার্যকরী ভর

$$m_h = -m_e^* = 5.5 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

অনুরূপে হোলের তরঙ্গ ভেক্টর \vec{k}_h ইলেকট্রনের তরঙ্গ ভেক্টরের বিপরীত।

$$\text{সুতরাং } \vec{k}_h = -\vec{k}_e = -10^{10} \vec{k}_x \text{ m}^{-1}$$

[এখানে \vec{k}_x হল x অক্ষ অভিমুখে k -র একক ভেক্টর]

সুতরাং হোলের ভরবেগ হবে

$$\begin{aligned} \vec{P}_h &= \hbar \vec{k}_h \\ &= -1.05 \times 10^{-34} \times 10^{10} \vec{k}_x \\ &= -1.05 \times 10^{-24} \vec{k}_x \text{ Jsm}^{-1} \end{aligned}$$

হালের বেগ

$$\begin{aligned}\vec{V}_h &= \frac{\vec{p}_h}{m_h} = -\frac{1.05 \times 10^{-24} \vec{k}_x}{5.5 \times 10^{-30}} \\ &= -1.91 \times 10^5 \vec{k}_x \text{ ms}^{-1}\end{aligned}$$

প্রদত্ত ইলেকট্রনের শক্তি

$$\begin{aligned}E_e &= -Ak_e^2 = -10^{-39} \times \left(10^{10} \vec{k}_x\right)^2 \text{ J} \\ &= -10^{-19} \text{ J}\end{aligned}$$

সুতরাং যোজক শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষবিন্দুতে শক্তির মান শূন্য ধরলে হালের শক্তি

$$E_h = -E_e = 10^{-19} \text{ J}$$

14.11 সারাংশ

1. পদার্থের ব্যান্ড তত্ত্বে ধরা হয় যে কেলাসের মধ্যে একটি ইলেকট্রন যে বিভবের প্রভাবাধীন থাকে, তা পর্যাবৃত্ত এবং এর পর্যায় ল্যাটিস ধুবকের সমান।

2. ব্রুচের উপপাদ্য অনুযায়ী একটি ইলেকট্রন একটি পর্যাবৃত্ত বিভব দ্বারা গতিশীল হলে শ্রোডিংগারের তরঙ্গ সমীকরণের সমাধান হবে

$$\psi_k(r) = e^{ik \cdot r} u_k(r)$$

যেখানে $u_k(r) = u_k(r+a)$, অর্থাৎ ল্যাটিসের চলন দ্বারা u_k অপরিবর্তনীয় থাকে। ব্রুচের এই সমাধান সমীকরণকে ব্রুচের অপেক্ষক বলে।

3. পর্যাবৃত্ত বিভবের মধ্যে গতিশীল একটি ইলেকট্রনের শক্তি কতকগুলি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডে বিভক্ত থাকে। এই ব্যান্ডগুলিতে ব্রুচের সমাধান সিদ্ধ হয়। দুটি ব্যান্ডের মধ্যে যে ফাঁক থাকে, তাকে অননুমোদিত বা নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড বলে। কারণ এই শক্তি ব্যান্ডে শ্রোডিংগার সমীকরণের কোনো সমাধান দ্বারাই ব্রুচ অপেক্ষক সিদ্ধ হয় না।

4. অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডগুলির বিস্তৃতি ইলেকট্রনের মোট শক্তি বৃদ্ধিতে বৃদ্ধি পায় এবং বন্ধন শক্তির বৃদ্ধিতে হ্রাস পায়। যদি বন্ধন শক্তি অত্যন্ত বেশি হয়, তবে এই ব্যান্ডগুলি ক্ষীণ হয়ে এক-একটি রেখায় পরিণত হয়। অপরপক্ষে ইলেকট্রনগুলির শক্তি বৃদ্ধিতে যদি এগুলি মুক্ত ইলেকট্রনে পরিণত হয়, তবে ব্যান্ডগুলি মিলিত হয়ে প্রায় একটি নিরবচ্ছিন্ন শক্তি বর্ণালি গঠিত হয়।

5. প্রসারিত অঞ্চল ছক অনুযায়ী E ও k -র মধ্যে অঙ্কিত বক্রটি স্থানে স্থানে ছেদযুক্ত হয়। এই ছেদের স্থানগুলি হল

$$k = \pm \frac{n\pi}{a}$$

যেখানে a কেলাস ধুবক এবং $n = 1, 2, 3, \dots$ প্রভৃতি পূর্ণসংখ্যা। এই k -র মানগুলির দ্বারা ব্রিলুইনের অঞ্চলগুলির সীমানা নির্ধারিত হয় এবং ইলেকট্রনগুলির ব্র্যাগ প্রতিফলন ঘটে।

6. যদি একটি কেলাসে N সংখ্যক মূল কোষ থাকে, তবে প্রতি অনুমোদিত ব্যান্ডে শক্তি অবস্থার সর্বোচ্চ সংখ্যা হয় N এবং সর্বোচ্চ ইলেকট্রন সংখ্যা হয় $2N$ ।

7. একটি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডে একটি ইলেকট্রনের বেগ হল

$$V = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

এই বেগ $E-k$ বক্রের বাঁকের মুখে সর্বোচ্চ হয় এবং ইলেকট্রনটির বেগ মুক্ত ইলেকট্রনের বেগের নিকটবর্তী হয়। বাঁকের মুখের পর থেকে ইলেকট্রনের বেগ শক্তি বৃদ্ধির সঙ্গে ক্রমশ কমে যায়।

8. একটি কেলাসের অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডের মধ্যে গতিশীল ইলেকট্রনের ভর স্বাভাবিক ভরের চেয়ে ভিন্ন হয় এবং তাকে কার্যকরী ভর m^* বলে। $E-k$ বক্রের সঙ্গে এর সম্বন্ধ হল

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}$$

প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চলে শক্তি ব্যান্ডের নীচের অর্ধাংশে এই ভর ধনাত্মক এবং উপরের অর্ধাংশে ঋণাত্মক। বক্রের বাঁকের মুখে এই ভর অসীম।

9. L দৈর্ঘ্যের একমাত্রিক ল্যাটিসে কোনো অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডের k_1 ($k_1 < \frac{\pi}{a}$) মান পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ থাকলে ওই ব্যান্ডে মোট মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা হবে

$$N_f = \frac{2Lm}{\pi\hbar^2} \left(\frac{dE}{dk} \right)_{k=k_1}$$

যেখানে m হল ইলেকট্রনের স্বাভাবিক ভর। শক্তি ব্যান্ডের উর্ধ্বতম বিন্দুতে $N_f = 0$ এবং $E-k$ বক্রের বাঁকের মুখে N_f -এর মান সর্বোচ্চ হয়।

10. ব্যান্ড তত্ত্ব দ্বারা অন্তরক, অর্ধপরিবাহী ও পরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা করা যায়। যদি যোজক ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ এবং পরিবহন ব্যান্ড সম্পূর্ণ ইলেকট্রন শূন্য থাকে, তবে পদার্থটি একটি অন্তরক। যদি কোনো অন্তরকের যোজক ব্যান্ড ও পরিবহন ব্যান্ডের মধ্যে নিষিদ্ধ ব্যান্ডের বিস্তৃতি কম ($0.5 - 2 \text{ eV}$) থাকে, তবে উন্নতা বৃদ্ধির ফলে যোজক ব্যান্ডের কিছু ইলেকট্রন তাপীয় শক্তির দ্বারা নিষিদ্ধ ব্যান্ড অতিক্রম করে পরিবহন ব্যান্ডে প্রবেশ করে এবং মুক্ত ইলেকট্রন রূপে বাইরে থেকে তড়িৎক্ষেত্র

প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহনে সমর্থ হয়। যোজক ব্যাণ্ড থেকে এভাবে কিছু ইলেকট্রন চলে গেলে ইলেকট্রনের শূন্যস্থানগুলি ধনাত্মক ভর ও ধনাত্মক আধানের কণারূপে মুক্তভাবে বিচরণ করে এবং এগুলিও বাইরে থেকে তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহণ করে। এই ধনাত্মক কণাগুলিকে হোল বলে এবং এদের সংখ্যা মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যার সমান। নিম্ন ব্যান্ডের বিস্তৃতি কম থাকার দরুণ এভাবে যে অন্তরকগুলি উচ্চতর উন্নতায় পরিবাহীতে পরিণত হয়, সেগুলিকে অর্ধপরিবাহী বলে। জার্মেনিয়াম ও সিলিকন এরূপ অর্ধপরিবাহীর উদাহরণ। যদি যোজক ব্যাণ্ডটি ইলেকট্রন দ্বারা আংশিক পূর্ণ থাকে, তবে এতে প্রচুর মুক্ত ইলেকট্রন উৎপন্ন হয় এবং এর ফলে পদার্থটি পরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়। অধিকাংশ ধাতুই এরূপ পরিবাহী। ম্যাগনেসিয়াম, ক্যালশিয়াম প্রভৃতি ধাতুতে যোজক ব্যাণ্ডটি সম্পূর্ণ পূর্ণ হলেও পরিবহন ব্যাণ্ডটি একে আংশিক আচ্ছাদিত করে। ফলে যোজক ব্যান্ডের বহু ইলেকট্রন আচ্ছাদিত পরিবহন ব্যান্ডে মুক্ত ইলেকট্রনে পরিবর্তিত হয় এবং পদার্থটি একটি পরিবাহীতে পরিণত হয়। পরিবাহীতে হোল উৎপন্ন হয় না এবং এর পরিবাহীতা উন্নততা বৃদ্ধির সঙ্গে কমে যায়। অপরপক্ষে অর্ধপরিবাহীতে ইলেকট্রন এবং হোল উভয়ই তড়িৎ পরিবহন করে এবং এর পরিবাহীতা উন্নততা বৃদ্ধির সঙ্গে বৃদ্ধি পায়। তা ছাড়া পরিবাহীগুলির পরিবাহীতা অর্ধপরিবাহীর পরিবাহীতার চেয়ে বহুগুণ বেশি। উন্নততা কমালে অর্ধপরিবাহীগুলি অন্তরকে পরিবর্তিত হয়। কিন্তু উন্নততা কমালে পরিবাহীগুলি অন্তরকে পরিবর্তিত হয় না, বরং এদের পরিবাহীতা আরও বৃদ্ধি পায়।

14.12 প্রশ্নাবলি

1. কেলাসে পর্যাবৃত্ত বিভবের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করুন। এই বিষয়ে ব্লচ উপপাদ্য বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন। একটি কেলাসের ক্ষেত্রে k -র কীরূপ মান হয়, তা আলোচনা করুন।
2. কেলাসের মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্ব ও ব্যাণ্ড তত্ত্বের সাফল্য ও ত্রুটিগুলি উল্লেখ করুন এবং ব্যাখ্যা করুন। এই দুই তত্ত্বে ইলেকট্রনের বিভব কীরূপ ধরা হয়? ব্যাণ্ড তত্ত্বে ব্লচের উপপাদ্যের ভূমিকা কী?
3. পদার্থের শক্তি ব্যাণ্ড গঠনের ক্ষেত্রে ক্রোনিগ-পেনির মডেল ব্যাখ্যা করুন। যদি কোনো কেলাসে N সংখ্যক মূল কোষ বা পরমাণু থাকে, তাহলে প্রমাণ করুন যে প্রত্যেক শক্তি ব্যাণ্ডে সর্বোচ্চ $2N$ -সংখ্যক ইলেকট্রন থাকতে পারে।
4. পর্যাবৃত্ত অঞ্চল ছক, প্রসারিত অঞ্চল ছক ও হ্রস্বীকৃত অঞ্চল ছক কাকে বলে? এই ছকগুলির দ্বারা $E-k$ সম্বন্ধ কীভাবে প্রকাশ করা যায়?
5. ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর বলতে কী বোঝায়? শক্তির পরিবর্তনের সঙ্গে এই কার্যকরী ভরের সম্বন্ধ নির্ণয় করুন। কোন্ কোন্ অবস্থায় এই কার্যকরী ভর ধনাত্মক, ঋণাত্মক ও অসীম হয়? এই কার্যকরী ভরের ধারণা থেকে কীভাবে হালের ধারণা করা যায়?
6. দেখান যে একটি একমাত্রিক ল্যাটিসের ব্রিলুইন অঞ্চলের সীমানায় শক্তির ফাঁকগুলি ব্র্যাগের ইলেকট্রন তরঙ্গের প্রতিফলন শর্তের সমতুল্য।
7. একটি অন্তরক, অর্ধপরিবাহী ও ধাতুর মধ্যে পার্থক্য এদের শক্তি ব্যান্ডের গঠন দ্বারা ব্যাখ্যা করুন।

8. হোল বলতে কী বোঝায়? অর্ধপরিবাহীর ক্ষেত্রে হোলের ভূমিকা কী? অন্তরক বা ধাতুর ক্ষেত্রে হোল উৎপন্ন হয় না কেন?

9. একটি একমাত্রিক ল্যাটিসে একটি ইলেকট্রনের বিভব শক্তি ক্রোনিগ-পেনির মডেলের অনুরূপ। যদি $V_0 \ll \hbar^2/(mab)$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে যখন $k = \pi/a$, তখন নির্দিষ্ট শক্তি ব্যান্ডের বিস্তৃতি $= 2V_0b/a$ ।

10. একটি একমাত্রিক ল্যাটিসের ধ্রুবক a এবং এর বিভব ক্রোনিগ-পেনির মডেলের অনুরূপ। এই বিভব প্রত্যেক ল্যাটিস বিন্দুতে $-V$ এবং ল্যাটিস বিন্দুর উভয় দিকে $0.1a$ দূরত্বে খাড়াভাবে বেড়ে 0 হয়। ইলেকট্রনের শক্তি বর্ণালির প্রথম শক্তি ব্যবধানের বিস্তৃতি নির্ণয় করুন।

[উত্তর : 0.37 V]

14.13 প্রশ্নাবলির উত্তরের ইঙ্গিত

1. (14.2) ও (14.3) পরিচ্ছেদ দেখুন।
2. (14.2) ও (14.3) পরিচ্ছেদ দেখুন।
3. (14.4) পরিচ্ছেদ দেখুন।
4. (14.5) পরিচ্ছেদ দেখুন।
5. (14.8) পরিচ্ছেদ দেখুন।
6. (14.5) পরিচ্ছেদ দেখুন।
7. (14.9) পরিচ্ছেদ দেখুন।
8. (14.8) পরিচ্ছেদ দেখুন।
9. (14.4) পরিচ্ছেদ দেখুন।
10. (14.4) পরিচ্ছেদ দেখুন।

একক 15 □ কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্ম

- 15.1 প্রস্তাবনা
- 15.2 উদ্দেশ্য
- 15.3 কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্মের ব্যাখ্যা
- 15.4 অপচৌম্বকত্ব
- 15.5 উপচৌম্বকত্ব
- 15.6 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : সনাতন প্রতিরূপ
- 15.7 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : কোয়ান্টাম প্রতিরূপ
- 15.8 অয়শ্চৌম্বকত্ব
- 15.9 শৈথিল্য
- 15.10 প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্ব
- 15.11 সারাংশ
- 15.12 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

15.1 প্রস্তাবনা

কঠিন পদার্থের বিভিন্ন ধর্মের মধ্যে চৌম্বক ধর্ম বিশেষ উল্লেখযোগ্য। চৌম্বক ধর্মের আলোচনায় একক ভরের চুম্বক প্রবণতা χ -এর ভূমিকা গুরুত্বপূর্ণ। এই χ -এর মানের ভিত্তিতে সমস্ত কঠিন পদার্থের তিনটি শ্রেণি বিভাগ করা হয়—অপচৌম্বক বা তিরশ্চৌম্বক, উপচৌম্বক বা পরা চৌম্বক আর অয়শ্চৌম্বক। অপচৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে χ -এর মান 10^{-3} – 10^{-6} হয় (ঋণাত্মক)। উপচৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে $|\chi| < 1$ হয় কিন্তু χ ধনাত্মক। অনেক পদার্থ আছে যাদের পরমাণু এক একটি চৌম্বক দ্বিমেরুর মতো আচরণ করে। উপচৌম্বকত্বের মূলে আছে এই স্থায়ী চৌম্বক দ্বিমেরুর উপস্থিতি। লাঁজভাঁর উপচুম্বকত্বের তত্ত্ব চৌম্বক দ্বিমেরুর চৌম্বক ভ্রামকের সাহায্যে গঠিত। কুরীর পরীক্ষালব্ধ সূত্রানুযায়ী চৌম্বক প্রবণতা তাপমাত্রার সাথে ব্যস্তানুপাতে থাকে। সনাতন তত্ত্ব আর কোয়ান্টাম তত্ত্ব থেকেও অনুরূপ সম্পর্ক দেখতে পাওয়া যায়। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে χ -এর মান খুব বেশি হয়, এক্ষেত্রে চৌম্বক প্রবণতা একটি পরিবর্তিত কুরী সূত্র $\chi = c/(T - T_c)$ মেনে চলে। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের বৈশিষ্ট্য হলো অতি অল্প শক্তির বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে চৌম্বকত্বহীন লৌহখণ্ড সহজেই সম্পূর্ণ চুম্বকত্ব প্রাপ্ত হয়। পরিবর্তনশীল বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্রে অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বকনে শৈথিল্য দেখা যায় যার ব্যাখ্যা এলাকার গতিশীলতার মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়। চৌম্বক ভ্রামকের মাধ্যমে প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্বের (antiferromagnetism) ব্যাখ্যা পাওয়া যায়।

15.2 উদ্দেশ্য

এই পরিচ্ছেদে আপনারা কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্ম সম্পর্কে জানতে পারবেন। এই বিষয়ে এককভরে চুম্বক প্রবণতার ভূমিকা জানা যাবে আর পদার্থের চৌম্বকত্ব অনুযায়ী শ্রেণী বিভাগে চুম্বক প্রবণতা χ -এর মানের পরিবর্তন জানা যাবে। অপচৌম্বক, উপচৌম্বক আর অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বক প্রবণতার তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা ও মান নির্ণয় কি ভাবে করা যায় সেগুলির বিশ্লেষণ পাওয়া যাবে। পরীক্ষালব্ধ কুরী সূত্রের তাত্ত্বিক ব্যাখ্যাও জানা যাবে। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের শৈথিল্য চক্র সম্পর্কে প্রচলিত ব্যাখ্যা নির্দেশিত হবে। কিছু কিছু সংকর ধাতু, যৌগিক পদার্থে লক্ষিত প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্বের তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা পাওয়া যাবে।

15.3 কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্মের ব্যাখ্যা

কঠিন পদার্থের ধর্ম আলোচনায় চুম্বকত্ব একটি বিশেষ স্থান নিয়ে আছে। বিভিন্ন পদার্থের ভিতর যে বিভিন্ন চৌম্বক ধর্ম দেখতে পাওয়া যায় তার তাত্ত্বিক আলোচনা ও পরীক্ষা লব্ধ তথ্যের প্রচুর নমুনা দেখতে পাওয়া যায়। এর কারণ সমস্ত ধরণের পদার্থ, তা সে মুক্ত পরমাণবিক অবস্থায় থাকুক বা আয়নিত অবস্থায় থাকুক বা ঘনীভূত অবস্থায় থাকুক, বহিঃস্থ কোন চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক উৎপন্ন করে। আবার কোন কোন পরমাণু বা আয়ন স্বাভাবিক অবস্থাতেই স্থায়ী চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের অধিকারী। এই বৈচিত্র্যের পরিমাণগত ধারণা পেতে গেলে পদার্থের চুম্বকন তীব্রতা M কে জানা দরকার। চুম্বকন তীব্রতা M সাধারণতঃ দু রকমের হয়—একক আয়তনে বা একক ভরে চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক। একক ভরে চুম্বক প্রবণতা চুম্বক ধর্মের আর একটি পরিমাপ

$$\chi = \mu_0 \frac{M}{B_0} \quad (15.1)$$

এখানে B_0 চৌম্বক ক্ষেত্র আর μ_0 শূন্যের চুম্বক শীলতা (চৌম্বক ভেদ্যতা)। আয়তন মাপার থেকে ভর মাপা সুবিধাজনক বলে একক ভরে চুম্বক প্রবণতাকে সাধারণতঃ ব্যবহার করা হয়। চুম্বক প্রবণতা χ বা চুম্বকন M কে মাপতে গেলে m ভরের কোন পদার্থ স্থির বা নিয়মিত ভাবে পরিবর্তিত কোন চুম্বক ক্ষেত্রে যে বলের সম্মুখীন হয় তা মাপলে জানা যাবে।

$$F = \frac{d}{dz}(mMB_0) = \left(m\chi B_0 \frac{dB_0}{dz} \right) / \mu_0 \quad (15.2)$$

একক ভরে চুম্বক প্রবণতার মানের ভিত্তিতে সমস্ত পদার্থের শ্রেণী বিভাজন করা হয়েছে শ্রেণীগুলি হলো

- (ক) অপচৌম্বক বা তিরশ্চৌম্বক (diamagnetic) ($\chi < 0$, $|\chi| \ll 1$)
- (খ) উপচৌম্বক বা পরাচৌম্বক (paramagnetic) ($\chi > 0$, $|\chi| < 1$)
- (গ) অয়শ্চৌম্বক (ferromagnetic) ($\chi > 0$, উচ্চমান সম্পন্ন)

15.4 অপচৌম্বকত্ব

সমস্ত পদার্থের আণবিক ইলেকট্রনের কক্ষীয় গতির উপর বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাব অপচৌম্বকত্বের উদ্ভব করে যার কারণে মোট চৌম্বক প্রবণতাতে ইলেকট্রনের গতির ঋণাত্মক অবদান তৈরি হয়। যে কোন পদার্থে কোন নির্দিষ্ট কক্ষপথে আবর্তিত ইলেকট্রনকে আমরা রোধহীন এক প্রবাহের বলয় হিসাবে কল্পনা করতে পারি। চুম্বক ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে, সনাতন তত্ত্ব অনুযায়ী ঐ প্রবাহী বলয়ের একটি চৌম্বক ড্রামক থাকবে। যেই বাইরে থেকে ইলেকট্রনের কক্ষপথের উপর চুম্বক ক্ষেত্র আরোপিত হবে অমনি ঐ বলয়ের ভিতর চুম্বক বলরেখার পরিবর্তন হবে। লেন্জের সূত্রানুযায়ী বিপরীতে তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হবে যার জন্য প্রবাহের হ্রাস হবে আর তার সঙ্গে চৌম্বক ড্রামকের ও হ্রাস হবে। এই ঘটনা বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্রের উপস্থিতিতেই হবে। এই চৌম্বক প্রবণতার মান কম আর এটি বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র বা তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে না। তাত্ত্বিক দিক থেকে দেখানো যায়

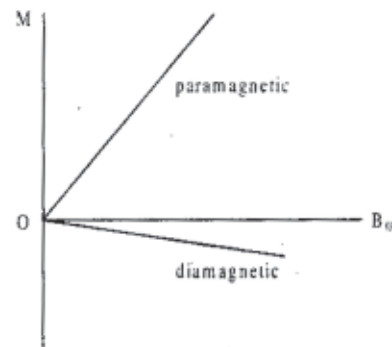
$$\chi_{dia} = -\mu_0 \frac{Ne^2}{6m} \sum_{i=1}^z \langle R_i^2 \rangle \quad (15.3)$$

প্রচলিত মান ব্যবহার করলে χ এর মান $10^{-3} - 10^{-6}$ পর্যন্ত হয়। এটি পদার্থের সার্বিক ধর্ম। সমীকরণ (15.3) এ N হচ্ছে একক আয়তনে পরমাণু সংখ্যা n আর প্রতি পরমাণুতে ইলেকট্রন সংখ্যা z এর গুণফল, e ইলেকট্রনের আধান, m ইলেকট্রনের ভর, $\langle R^2 \rangle$ চৌম্বক ক্ষেত্রের অভিলম্বীয় সমতলের উপরে ইলেকট্রনের কক্ষপথের অভিক্ষেপের গড় বর্গ ব্যাসার্ধ। মান কম হওয়ার দরুন অপচুম্বকত্ব উপচৌম্বক বা অয়শ্চৌম্বক ধর্মের আড়ালে চাপা পড়ে যায়।

সমস্ত নিষ্ক্রিয় গ্যাস আর যে সমস্ত আয়নদের নিষ্ক্রিয় গ্যাসের ইলেকট্রন সজ্জা দেখতে পাওয়া যায় তাদের সবার ভিতর কেবলমাত্র অপচৌম্বকত্ব উপস্থিত।

15.5 উপচৌম্বকত্ব

উপচৌম্বক পদার্থে সাধারণভাবে স্থায়ী আয়নিক বা পারমাণবিক চুম্বক দ্বিমেরু ড্রামক থাকে। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে দ্বিমেরু ড্রামকের বৃদ্ধি হয় যার জন্য চৌম্বক প্রবণতা ধনাত্মক। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের মাত্রা খুব বেশি না হলে ($<1.5T$) আর খুব কম তাপমাত্রায় না গেলে চৌম্বক প্রবণতা বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপর নির্ভর করে না (চিত্র 15.1)। কোন পরমাণুতে ইলেকট্রনের কক্ষীয় গতিকে তড়িৎ বর্তনীর সাথে তুলনা করা যায়। ঐ ইলেকট্রনের কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ। কোয়ান্টাম সংখ্যা দিয়ে সূচিত হলে তার চৌম্বক ড্রামকের মান হবে μ_B । (বহিঃস্থ



চিত্র 15.1. অপচৌম্বক ও উপচৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে চৌম্বক প্রবণতা বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপর নির্ভর করে না

মৃদু চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে z দিক নির্ধারিত হয়)। যদি পরমাণুটির মোট কৌণিক ভরবেগ \vec{J} হয়ে থাকে তবে

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (15.4)$$

এখানে পরমাণুর মোট কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ \vec{L} আর মোট ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগ \vec{S} । প্রদত্ত \vec{L} আর \vec{S} মিলিয়ে J র মান বিভিন্ন হতে পারে যার ফলে পরমাণুর বহুক (multiplet) আকার দেখা যায়। J এর সর্বনিম্ন মানে পরমাণু বা আয়নের ভৌম অবস্থা (ground state) তৈরি হয় আর ঐ অবস্থায় চৌম্বক ভ্রামকের মান

$$\mu = g\mu_B J \quad (15.5)$$

এই চৌম্বক ভ্রামক স্থায়ী এবং অক্ষয়। g কে ল্যান্ডে ভগ্ন গুণিতক (Lande splitting factor) বলা হয়। এর মান

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (15.6)$$

15.6 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : সনাতন প্রতিরূপ

1895 সালে পিয়ের কুরী উপচৌম্বক পদার্থের উপর দীর্ঘকাল ব্যাপী গবেষণার পর দেখান যে অধাতু উপচৌম্বক পদার্থের উপর বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের কোন প্রভাব না থাকলেও তাপমাত্রার বিশেষ প্রভাব আছে যেটা বোঝা যায়

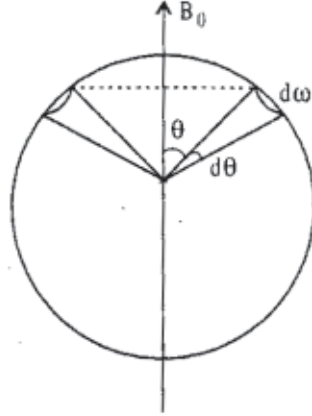
$$\chi = \frac{C}{T} \quad (15.7)$$

এই সম্পর্কের মাধ্যমে। চৌম্বক প্রবণতার সাথে তাপমাত্রার সম্পর্কটি কুরী সূত্র নামে পরিচিত আর C কে কুরী ধ্রুবক বলা হয়। 1905 সালে লঁজভাঁ কুরী সূত্রের এক সহজ তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা দেন। তিনি ধরে নিয়েছিলেন প্রত্যেকটি পরমাণু এক দ্বিমেরু চৌম্বক ভ্রামকের (μ) বাহক যদিও ঐ চৌম্বকত্বের উৎস জানা ছিল না। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে এই চৌম্বক ভ্রামকদের রৈখিক সজ্জায় সজ্জিত হওয়ার প্রবণতা দেখা যায় আর পরমাণুদের তাপীয় গতি এই সজ্জাকে বাধা দেয়।

লঁজভাঁর তত্ত্ব অনুযায়ী আমরা এক বন্ধ জায়গায় একটি N সংখ্যক পরমাণু বিশিষ্ট চৌম্বক গ্যাসের কথা ভাববো যেখানে চৌম্বক ভ্রামকেরা সম্পূর্ণ অনিয়মিত (random) সজ্জায় আছে। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের সাহায্যে এদেরকে এক নির্দিষ্ট দিকে সাজানো সম্ভব। চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 আর পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক μ এর ভিতর θ কোণে থাকলে পরমাণুর মোট শক্তিতে $-\mu B_0 \cos\theta$ পরিমাণ শক্তি জমা হবে। এই শক্তি সঞ্চারের ফলে পরমাণু সজ্জার এক নতুন বিন্যাস তৈরি হবে যাতে বোলজ্‌ম্যানের তত্ত্বানুযায়ী চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 এর সাথে θ থেকে $\theta + d\theta$ কোণে নত চৌম্বক ভ্রামকের সংখ্যা

$$dN = A \exp\left(-\frac{\mu B_0 \cos \theta}{k_B T}\right) d\omega \quad (15.8)$$

যেখানে $d\omega$, θ আর $d\theta$ শঙ্কুর মধ্যস্থিত ঘন কোণ



চিত্র-15.2. বহিঃস্থ চৌম্বকক্ষেত্র B_0 র উপস্থিতিতে আদর্শ উপচৌম্বক গ্যাসের পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের কৌণিক সজ্জা

$$\alpha = \frac{\mu B_0}{k_B T} \quad (15.9)$$

ধরলে সমীকরণ (15.8) কে লেখা যায়

$$dN = A e^{\alpha \cos \theta} d\omega \quad (15.10)$$

$$\text{তাহলে } N = 2\pi \int_0^\pi A e^{\alpha \cos \theta} \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{4\pi}{\alpha} A \sinh \alpha \quad (15.11)$$

চৌম্বক ক্ষেত্র অভিমুখী মোট চৌম্বক ভ্রামকের পরিমাণ

$$M = N \langle \mu \rangle = \int_0^\pi \mu \cos \theta dN \quad (15.12)$$

$$= 2\pi A \mu \int_0^\pi e^{\alpha \cos \theta} \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$$= N \mu \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (15.13)$$

এখানে $L(\alpha) = \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right)$ -কে লাজভাঁ অপেক্ষক বলা হয়। চৌম্বক শক্তির পরিমাণ খুব কম

আর স্বাভাবিক তাপমাত্রায় $\mu_B B_0 \ll k_B T$ । তাই α অত্যন্ত ছোটো $< 10^{-2}$ আর $L(\alpha)$ এর মান $\frac{1}{3} \alpha$ হয়ে দাঁড়ায়।

সেক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{\langle \mu \rangle}{\mu} = \frac{\alpha}{3} = \frac{\mu B_0}{3k_B T} \quad (15.14)$$

$$\text{আর } M = N \langle \mu \rangle = \frac{N \mu^2 B_0}{3k_B T}$$

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B_0} = \frac{\mu_0 N \mu^2}{3k_B T} = \frac{C}{T} \quad (15.15)$$

যদি আমরা এক গ্রাম অণু গ্যাসের কথা ভাবি N তখন অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা হয়ে দাঁড়ায় আর আণবিক চৌম্বক প্রবণতা

$$\begin{aligned} \chi_{mol} &= \frac{\mu_0 N \mu^2}{3k_B T} = \frac{\mu_0 N^2 \mu^2}{3RT} \\ &= \frac{\mu_0 \Sigma^2}{3RT} \end{aligned} \quad (15.16)$$

যেখানে $\Sigma = N \mu$ আণবিক ভ্রামক।

$$\text{এখান থেকে আমরা কুরী সূত্রের প্রমাণ পাই যেখানে কুরী ধ্রুবক } C_{moc} = \frac{\mu_0 \Sigma^2}{3R} \quad \dots(15.17)$$

15.7 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : কোয়ান্টাম প্রতিরূপ

যদিও লাজভাঁ তত্ত্ব একটি আদর্শ উপচৌম্বক গ্যাসের চৌম্বক প্রবণতার তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীলতাকে সুন্দরভাবে ব্যাখ্যা করে, কিন্তু পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের উৎপত্তি কী ভাবে হয় তা বোঝাতে অক্ষম। কোয়ান্টাম তত্ত্বের সাহায্যেই এই চৌম্বক ধর্মের ব্যাখ্যা মেলে। আমরা কোন মুক্ত পরমাণু বা আয়নের মোট কৌণিক ভরবেগকে যদি কোয়ান্টাম সংখ্যা J দিয়ে সূচিত করে তাহলে পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক $g \mu_B J$ । ফলে কোন নির্দিষ্ট দিকে কৌণিক ভরবেগের উপাংশকে m কোয়ান্টাম সংখ্যা দিয়ে সূচিত করা হয়। অতএব ঐ দিকে চৌম্বক ভ্রামক $g \mu_B m$ হবে, যেখানে সম্ভাব্য মান গুলি হলো, $m = -J, -J + 1, \dots, +J - 1, J$, মোট $2J + 1$ সংখ্যক সম্ভাব্য মান। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে এই ভ্রামকের কতকগুলি বিশেষ মান

নেওয়া সম্ভব, যেগুলি হলো : $-g\mu_B J, -g\mu_B (J-1), -g\mu_B (J-2), 0, \dots, +g\mu_B (J-1), +g\mu_B (J)$ সবমিলিয়ে মোট $2J+1$ সংখ্যক সম্ভাব্য সজ্জা। চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 -এর উপস্থিতিতে চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m যুক্ত কোন পরমাণু যে স্থিতিশক্তি অর্জন করে তার প্রমাণ $-g\mu_B m B_0$ । চৌম্বক ভ্রামক $g\mu_B m$ আছে এরকম পরমাণু সংখ্যা B_0 চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে হবে

$$dN = A \exp\left(-\frac{-g\mu_B m B_0}{k_B T}\right) \quad (15.18)$$

$$\text{আর } N = A \sum_{-J}^{+J} \exp\left(\frac{g\mu_B m B_0}{k_B T}\right) \quad (15.19)$$

$$\text{আমরা ধরি } \beta = \frac{g\mu_B B_0}{k_B T}$$

$$\text{তাহলে } dN = \frac{N e^{\beta m}}{\sum_{-J}^{+J} e^{\beta m}} \quad (15.20)$$

বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের দিকে মোট উপাংশ ভিত্তিক (resolved) চৌম্বকত্ব

$$M = \sum_{-J}^{+J} g\mu_B m dN = \frac{N \sum_{-J}^{+J} g\mu_B m e^{\beta m}}{\sum_{-J}^{+J} e^{\beta m}} \quad (15.21)$$

আমরা ধরে নিই β -র মান খুব ছোটো, তাহলে $e^{\beta m} = 1 + \beta m$

$$\text{আর } M = \frac{N \sum_{-J}^{+J} g\mu_B m (1 + \beta m)}{\sum_{-J}^{+J} (1 + \beta m)} \quad (15.22)$$

M এর মান নির্ধারণ করতে গেলে আমাদের বিশেষ কতগুলি পদ জানতে হবে

$$\sum_{-J}^{+J} m = 0$$

$$\sum_{-J}^{+J} 1 = \sum_{-J}^{+J} m^0 = 2J + 1$$

$$\sum_{-J}^{+J} m^2 = \frac{1}{3} J(J+1)(2J+1)$$

এই মানগুলো ব্যবহার করে আমরা পাই

$$\frac{M}{B_0} = \frac{Ng^2 \mu_B^2}{3k_B T} J(J+1) \quad (15.23)$$

$$\text{অতএব } \chi = \frac{\mu_0 Ng^2 \mu_B^2}{3k_B T} J(J+1) = \frac{C}{T} \quad (15.24)$$

আমকা (15.24) এর সাথে সনাতন তত্ত্বের (15.15) তুলনা করি তাহলে সনাতন ড্রামকের তুল্য একটি রাশিকে পাই $\mu_B g [J(J+1)]^{1/2}$ । এটিকে কার্যকরী পারমাণবিক চৌম্বক ড্রামক বলা হয়

$$\mu_{eff} = \mu_B g [J(J+1)]^{1/2} \quad (15.24)$$

উপরোক্ত আলোচনায় আমরা ধরে নিয়েছি সমস্ত পরমাণু বা আয়নগুলি একই বর্ণালী বিষয়ক (spectroscopic) অবস্থায় একই J মান নিয়ে আছে। একটি মুক্ত পরমাণু বা আয়ন নির্দিষ্ট L আর S নিয়ে থাকলেও তার J র মান $L + S$ এর বিভিন্ন ভেক্টর যোগফলের মানের জন্য আলাদা আলাদা হতে পারে। কোন J -র মানের জন্য পরমাণুটি নিম্নতম শক্তির অবস্থায় থাকতে পারে আর অন্যান্য J অবস্থাগুলি ফাঁকা থাকতে পারে। অন্যভাবে বলতে গেলে

$$h\omega(JJ') \gg k_B T \quad (15.26)$$

কিন্তু সবক্ষেত্রে একটি সত্যি নাও হতে পারে।

উচ্চ চৌম্বক ক্ষেত্র আর নিম্ন উষ্ণতায় (-4°K) β কে খুব ছোটো বলে ধরা যাবে না। সেক্ষেত্রে

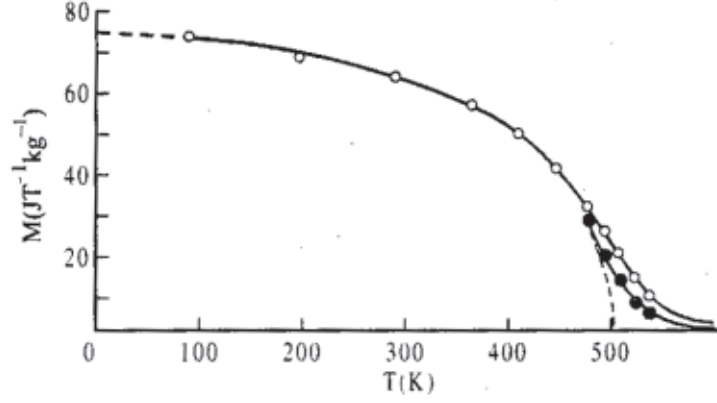
$$M = N \langle \mu \rangle = Ng\mu_B J \left[\frac{2J+1}{2J} \coth \frac{(2J+1)}{2J} - \frac{1}{2J} \coth \frac{\alpha}{2J} \right] \quad (15.27)$$

$$\text{যেখানে } \alpha = \frac{g\mu_B J B_0}{k_B T} \quad (15.28)$$

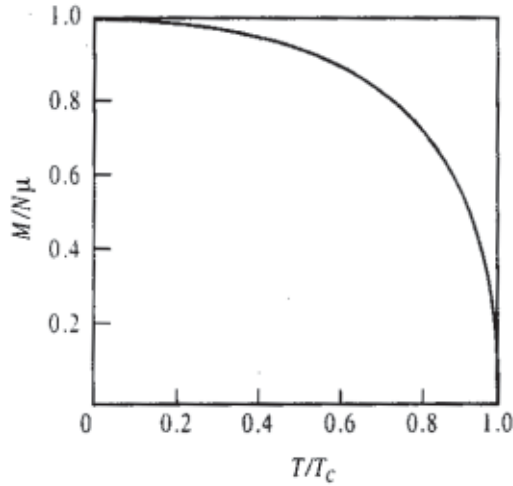
15.8 অয়শ্চৌম্বকত্ব

আমরা সাধারণতঃ লৌহ, কোবালট, নিকেল ধাতুগুলির সঙ্গে অয়শ্চৌম্বকত্ব সম্পর্কিত ভাবি কিন্তু ঘটনাটির পরিধি আরও বিস্তৃত। একটি অয়শ্চৌম্বক পদার্থের স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্ব যেটি বহিঃস্থ চৌম্বক

ক্ষেত্রের অনুপস্থিতি সত্ত্বেও দেখতে পাওয়া যায়। এই স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্ব তাপমাত্রার সাথে যে ভাবে পরিবর্তিত তা সমবায় ঘটনার প্রতিক্রিয়া (চিত্র 15.3)।



(a)



(b)

চিত্র 15.3. অয়স্টোমিক পদার্থের তাপমাত্রার সাথে চৌম্বকত্বের পরিবর্তন। (a) হিউসলার সংকর ধাতু, (b) নিকেল

চৌম্বকত্বের মান 0°K এ সর্বাধিক আর তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে প্রাথমিকভাবে খুব অল্প এর পরিবর্তন হয়। চৌম্বক ভ্রামকের হ্রাস শুধু একটি পরমাণুর জন্য হয় না সামগ্রিক ভাবে সমস্ত পরমাণুই এই পদ্ধতির সাথে যুক্ত হওয়ার ফলে এই হ্রাস সহজে ঘটে না। তাপমাত্রা বৃদ্ধি করতে করতে একটি নির্দিষ্ট মাত্রা অতিক্রম করলেই সমস্ত শৃঙ্খলার হঠাৎ বিচ্যুতি ঘটে, যার ফলে চৌম্বকত্ব শূন্য হয়। যে তাপমাত্রায় চৌম্বকত্ব M শূন্য হয় তাকে কুরী তাপমাত্রা (T_c) বলা হয়। কুরী তাপমাত্রার উর্ধ্বে পদার্থের ব্যবহার উপচৌম্বক পদার্থের মতো। চৌম্বক প্রবণতা একটি পরিবর্তিত কুরী সূত্র মেনে চলে

$$\chi = \frac{C}{T - T_C} \quad (15.29)$$

কুরী তাপমাত্রার আশপাশে চৌম্বকত্ব বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র আর তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল। অয়স্টেচৌম্বকত্বের একটি বিশেষ গুণ হলো অত্যন্ত কম শক্তির চৌম্বক ক্ষেত্র ($\sim 100\mu\text{T}$) এক খন্ড চৌম্বকত্ব হীন খাঁটি লোহার খন্ডকে সম্পূর্ণ চুম্বকে পরিণত করতে পারে ($B \sim 2\text{T}$)। এই আপাত ধাঁধার ব্যাখ্যা দেন ভাইস (Weiss) 1907 সালে। ওনার মত অনুযায়ী যে কোনো অয়শ্চুম্বক পদার্থকে কতগুলি ছোটো ছোটো এলাকার (domain) সমাহার বলে ধরা যেতে পারে। যেকোনো একটি এলাকায় স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের দিক নির্দিষ্ট। সাধারণ অচুম্বক অবস্থায় ঐ এলাকাগুলো এলোমেলো ভাবে সজ্জিত থাকে যার কারণে কোন লম্বি চুম্বকত্ব দেখতে পাওয়া যায় না। বহিঃস্থ দুর্বল চৌম্বক ক্ষেত্রও বিভিন্ন এলাকার চুম্বকত্বের মধ্যে শৃঙ্খলা নিয়ে আসে যার ফলে ঐ পদার্থে সামগ্রিকভাবে স্বতঃস্ফূর্ত চুম্বকত্ব দেখতে পাওয়া যায়। এই এলাকা তত্ত্ব প্রতিষ্ঠা লাভ করেছে আর এর সুদূরপ্রসারী প্রভাবও প্রতিষ্ঠিত হয়েছে।

আমরা ধরে নেবো এই পদার্থের ক্ষেত্রে প্রত্যেকটি পরমাণুতেই চৌম্বক ভ্রামক আছে। আমাদের উদ্দেশ্য হবে কী করে কোন এলাকার মধ্যে এই চৌম্বক ভ্রামক দের শৃঙ্খলার মাধ্যমে স্বতঃস্ফূর্ত চুম্বকত্বের সৃষ্টি হয়। এই শৃঙ্খলা স্থাপন পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকদের মধ্যে স্থির চৌম্বক আন্তঃক্রিয়ার ভূমিকা নগন্য। অপরপক্ষে আমাদের এটা জানা আছে যে কোন উপচৌম্বক গ্যাসের উপর বহিঃস্থ শক্তিশালী চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে সম্পূর্ণ চৌম্বকত্ব দেখা যায়। ভাইসের তত্ত্ব অনুযায়ী আমরা ধরে নেবো, যে কারণে অয়স্টেচৌম্বকত্ব উৎপত্তি হয় সেই আন্তরাণবিক চৌম্বক ক্ষেত্র B স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের সমানুপাতিক

$$B_i = \lambda M \quad (15.30)$$

আনুপাতিক ধ্রুবক λ কে আণবিক ক্ষেত্র গুণাংক ধরা হয়।

এর সাথে আমরা একটি বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 যোগ করে পাই

$$B_e = B_0 + \lambda M \quad (15.31)$$

এই B_e দিয়ে আমাদের আগের আলোচনার B_0 কে প্রতিস্থাপিত করতে হবে। আমরা আরও ধরে নেবো যে পদার্থ খন্ডটি উচ্চ তাপমাত্রায় পৌঁছতে সক্ষম হবে। সেক্ষেত্রে

$$M = \frac{Ng^2\mu_B^2 J(J+1)}{3k_B T} B_e = \frac{C}{\mu_0 T} B_e \quad (15.32)$$

$$\text{বা } M = \frac{C}{\mu_0 T} (B_0 + \lambda M) \quad (15.33)$$

এখান থেকে M এর সমাধান করে পাই

$$M = \frac{C}{\mu_0 (T - T_C)} B_0, \quad T_C = \frac{\lambda C}{\mu_0} \quad (15.34)$$

$$\text{বা, } \chi = \frac{\mu_0 M}{B_0} = \frac{C}{T - T_C} \quad (15.35)$$

নিম্ন তাপমাত্রায় চৌম্বক পদার্থের ব্যবহার দেখতে পাওয়া যাবে পরোক্ষ দুটি সমীকরণের মাধ্যমে

$$M = N \langle \mu \rangle = N \mu B(J, \alpha) \quad (15.36)$$

$$\alpha = \frac{\mu B_e}{k_B T} = \frac{\mu}{k_B T} (B_0 + \lambda M) \quad (15.37)$$

এখানে $g\mu_B J$ পরিবর্তে μ লেখা হয়েছে।

স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের উদ্ভবের জন্য (15.36) আর (15.37) সমীকরণগুলিতে $B_0 = 0$ র জন্য M এর সমাধান পাওয়া যাবে। এই সমীকরণগুলিকে হয় লেখচিত্রের সাহায্যে বা গাণিতিক বা সংখ্যা পদ্ধতিতে সমাধান করতে হবে। α র খুব ক্ষুদ্রমানের জন্য আমরা ব্রিলোয়ী অপেক্ষকটিকে লিখতে পারি

$$B(J, \alpha) \rightarrow \frac{(J+1)\alpha}{3J} \quad (15.38)$$

$$\text{আর } M = \frac{N\mu(J+1)\alpha}{3J}$$

$$\text{বা } \frac{M}{\alpha} = N\mu \frac{J+1}{3J} \quad (15.39)$$

সমীকরণ (15.34) থেকে পাই

$$\frac{M}{\alpha} = \frac{k_B T}{\mu \lambda}$$

কুরী তাপমাত্রা T_C পাওয়া যেতে পারে নিম্নোক্ত সমীকরণ থেকে

$$\frac{k_B T_C}{\mu \lambda} = N\mu \frac{J+1}{3J} \quad (15.40)$$

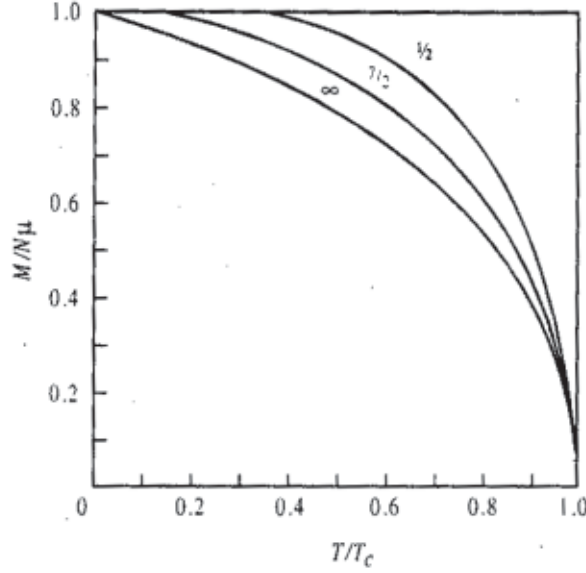
$$\text{বা } T_C = \frac{N\mu^2 (J+1)\lambda}{k_B 3J} \quad (15.41)$$

আর μ এর পরিবর্তে $g\mu_B J$ বসালে আমরা পাই

$$T_C = \frac{Ng^2 \mu_B^2 J(J+1)\lambda}{3k_B} = \frac{C\lambda}{\mu_0} \quad (15.36)$$

উপচৌম্বক পদার্থের বেলাও আমরা একই ব্যবহার পেয়ে ছিলাম। যেহেতু $T = T_C$ তে $\chi \rightarrow \infty$ সামান্যতম হ্রাস বৃদ্ধি স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের উৎপত্তি ঘটায়। সমীকরণ (15.36) আর (15.37) এর বিভিন্ন

তাপমাত্রায় সমাধান গুলিকে $M/N\mu$ এর লেখচিত্রের (বিভিন্ন J র জন্য) মাধ্যমে প্রকাশ করা যেতে পারে (চিত্র 15.4)।

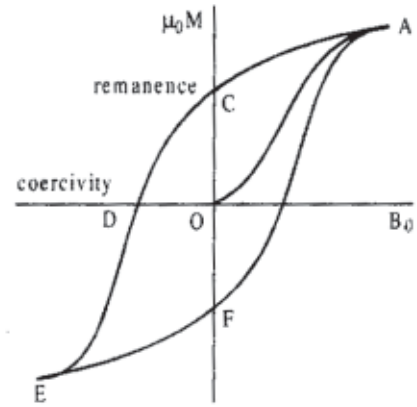


চিত্র 15.4. লঘুকৃত (reduced) তাপমাত্রার সাথে লঘুকৃত চৌম্বকত্বের পরিবর্তন (বিভিন্ন j মানের জন্য)

15.9 শৈথিল্য (Hysteresis)

একটি আপাত অচুম্বক অবস্থা থেকে কোন একটি অয়স্টোম্বক পদার্থে বহিঃস্থ ক্ষুদ্র চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে উচ্চ চুম্বকন মাত্রা সৃষ্টি করা যায়। পরীক্ষাগারে দেখা গেছে লৌহ জাতীয় পদার্থের প্রাথমিক চৌম্বকত্ব দশা প্রাপ্তি, একটি বৈশিষ্টপূর্ণ ধরণ অনুসরণ করে। যদিও চুম্বকত্বের যে কোনো অবস্থায় যে পদ্ধতিতে চুম্বকত্ব প্রাপ্তি ঘটেছে সেটি ক্ষুদ্র পরিবর্তনে অপনোয় (reversible), কিন্তু সার্বিক পরিবর্তনের দিক থেকে পদার্থটির ভিতর শৈথিল্য (hysteresis) দেখা যায় (চিত্র 15.5)।

লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে B_0 কমিয়ে আনলেও $\mu_0 M$ এর মান AO পথে না কমে AC পথ ধরে কমে থাকে। OC অবশিষ্ট আবেশ (remanent induction) কে সূচিত করে। $\mu_0 M$ কে শূন্য মানে নিয়ে আসতে গেলে একটি বিপরীত B_0 যার মান OD, প্রয়োগ করতে হয়। একে বলা হয় নিগ্রহতা



চিত্র 15.5. শৈথিল্য চক্র

(coercivity)। ACDEFA এই আবক্ষ লেখ চিত্রকে (closed curve) বলা হয় শৈথিল্য চক্র (hysteresis loop)। সমস্ত চুম্বকন পদ্ধতিটি চৌম্বক এলাকার ক্রিয়ার উপর নির্ভরশীল। এলাকাভিত্তিক চুম্বকন তত্ত্ব বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বকত্বের পরিবর্তনশীলতাকে সুন্দরভাবে বোঝাতে সক্ষম। তবে আমরা সেই তত্ত্ব আলোচনায় যাবো না।

15.10 প্রতি অয়শ্চৌম্বকত্ব (Antiferromagnetism)

বিশুদ্ধ অয়শ্চৌম্বক ধাতু, সাধারণ সংকর ধাতু, উপচৌম্বক লবণ ছাড়াও কিছু কিছু যৌগিক পদার্থ আছে যেমন সন্ধি ধাতব অক্সাইড MnO , মিশ্র অক্সাইড $CoFe_2O_3$, নিকেল ফ্লোরাইড NiF_2 ইত্যাদি যাদের চৌম্বক ধর্ম সম্পূর্ণ আলাদা। এদের একটি বৈশিষ্ট্য যে এই সমস্ত পদার্থের দু ধরনের চৌম্বক আণবিক সজ্জা দেখতে পাওয়া যায়। আমরা যদি এই রকম একটি পদার্থ AB এর চৌম্বক ধর্ম নিরূপণ করতে যাই তাহলে দেখবো দু ধরনের পরমাণু কেলাস জাফরিতে সাজানো আছে যাদের পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক μ_A আর μ_B ।

এই পদার্থে দুই (ততোধিক) ধরনের চৌম্বক পরমাণুর উপস্থিতি একটি জটিল আন্তরাণবিক ক্ষেত্রের উদ্ভব ঘটায় যেটি নিকটতম প্রতিবেশী ছাড়াও আরও অন্যান্য পরমাণুকে প্রভাবিত করে। আমরা চৌম্বক ধর্ম আলোচনায় ভাইসকে অনুসরণ করে ধরে নেবো প্রত্যেকটি পরমাণু একটি কার্যকর চৌম্বক ক্ষেত্র B_A বা B_B কে অনুভব করে, তাহলে AB যৌগ পদার্থটির চৌম্বক শক্তি ঘনত্ব হবে

$$U = -\frac{1}{2}(\overline{M}_A \cdot \overline{B}_A + \overline{M}_B \cdot \overline{B}_A) \quad (15.42)$$

$$\text{এখানে, } B_A = \lambda_A M_A + \nu M_B \quad (15.43)$$

$$B_B = \lambda_B M_B + \nu M_A \quad (15.44)$$

M_A আর M_B জাফরি A আর B এর সাথে যুক্ত চৌম্বকত্ব। λ_A, λ_B জাফরি A আর B এর সাথে যুক্ত চৌম্বকত্ব। λ_A, λ_B আর ν, AA, BB আর AB পরমাণু যুগ্মের ভিতর আন্তঃক্রিয়াকে সূচিত করে।

(15.43) আর (15.44) কে সমীকরণ (15.42) -এ ব্যবহার করে পাই

$$U = -\frac{1}{2}(\lambda_A M_A^2 + \lambda_B M_B^2 + 2\nu \overline{M}_A \cdot \overline{M}_B) \quad (15.45)$$

এক্ষেত্রে আমরা যে সম্ভাবনা গুলি পাই

(a) $\lambda_A > 0, \lambda_B > 0, \nu > 0$; \overline{M}_A আর \overline{M}_B সমান্তরাল হলে শক্তি ন্যূনতম হয়। এটি দুটি বিভিন্ন চৌম্বক ধর্ম বিশিষ্ট একটি অয়শ্চৌম্বক পদার্থের উদাহরণ।

(b) $\lambda_A > \lambda_B > 0, \nu < 0$; এক্ষেত্রে \overline{M}_A আর \overline{M}_B বিপরীতমুখী হলে শক্তি ন্যূনতম হয়।

(c) $\lambda_A \approx \lambda_B < 0, \nu \ll 0$, এক্ষেত্রে \overline{M}_A আর \overline{M}_B বিপরীতমুখী হলে শক্তি ন্যূনতম হয়।

যদি $v < 0$ এবং $|v| \gg |\lambda|$ হয় তবে λ র চিহ্ন যাই হোক না কেন \bar{M}_A আর \bar{M}_B বিপরীতমুখী হলে পরমাণু সজ্জার শক্তি ন্যূনতম হবে আর যদি $|\bar{M}_A| = |\bar{M}_B|$, $\bar{M}_A + \bar{M}_B = 0$ হয়

তাহলে কোন স্বতস্ফূর্ত চৌম্বকত্ব দেখা যাবে না আর তখন এই পদার্থটি প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্ব (Antiferromagnetism) প্রাপ্ত হয়েছে বলা হবে কিন্তু যদি $|\bar{M}_A| > |\bar{M}_B|$, $\bar{M}_A + \bar{M}_B > 0$ হয় তবে একটি লম্বি চৌম্বকত্ব দেখতে পাওয়া যায় আর সজ্জাটি ফেরি চৌম্বকত্ব ধম প্রাপ্ত হয়েছে বলা হয়।

15.11 সারাংশ

চৌম্বকত্বের শ্রেণী বিভাগে চুম্বক প্রবণতার ভূমিকা যে কত গুরুত্বপূর্ণ তা নির্দেশিত হয়েছে। অপচৌম্বক পদার্থের চুম্বক প্রবণতা নির্ধারণে পারমাণবিক গঠনের প্রভাব জানা গেছে। সনাতন ও কোয়ান্টাম তত্ত্বের মাধ্যমে কুরী সূত্রটির প্রমাণ পাওয়া গেছে। অয়শ্চৌম্বকত্বের এলাকা ভিত্তিক আলোচনায় জানা গেছে কেন স্বল্প শক্তির বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্র সহজেই অয়শ্চৌম্বক পদার্থকে সংস্পৃক্ত করতে পারে। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বকন প্রক্রিয়ায় শৈথিল্যের প্রভাব আলোচিত হয়েছে। কিছু কিছু সংকর ধাতু বা যৌগিক পদার্থের ক্ষেত্রে প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্ব প্রকাশের কারণ নির্দেশিত হয়েছে।

15.12 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

1. বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্রের উপস্থিতিতে একটি চুম্বকের দ্বিমেরু ডামকের ভূমিকা আলোচনা করুন ?
2. বৃত্তাকার পথে আবর্তিত কোনো ইলেকট্রনের চৌম্বক দ্বিমেরু ডামকের মান নির্ণয় করুন।
3. সমীকরণ (15.13) প্রমাণ করুন।
4. সমীকরণ (15.32) প্রমাণ করুন।
5. শৈথিল্য চক্র থেকে কী কী বিষয়ে জানা যায় ?

একক 16 □ অতিপরিবাহিতা

গঠন

- 16.1 প্রস্তাবনা
 - 16.2 উদ্দেশ্য
 - 16.3 অতিপরিবাহিতার আলোচনা
 - 16.4 মিস্নার ক্রিয়া
 - 16.5 লন্ডন সমীকরণ
 - 16.6 B.C.S. তত্ত্ব
 - 16.7 সারাংশ
 - 16.8 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী
-

16.1 প্রস্তাবনা

1911 সালে লক্ষিত একটি বিশেষ তাপমাত্রার নিচে পারদে কার্যকরী রোধের অন্তর্ধান পদার্থের অতি পরিবাহিতা সম্পর্কে আলোচনার সূত্রপাত ঘটায়। তাপমাত্রার অবনমনের সাথে সাথে কোন কোন পদার্থের তাপগ্রাহিতা আর তাপ পরিবাহিতার ক্ষেত্রে অভূতপূর্ব পরিবর্তন দেখা যায়। এই সমস্ত অতি পরিবাহী পদার্থগুলির ভিতরে চৌম্বক ক্ষেত্র ধারার অনুপস্থিতি দেখান মিস্নার ও ওকশেনফেল্ড। মিস্নার ক্রিয়ার ব্যাখ্যা থেকে দেখা যায় সমস্ত অতি পরিবাহী পদার্থ অপচুম্বক ধর্মের অধিকারী। পরীক্ষালব্ধ তথ্যের ব্যাখ্যা পাওয়া যায় লন্ডন সমীকরণে। অতি পরিবাহিতার সম্যক ব্যাখ্যা বার্ডিন-কুপার-শ্রাইফার তত্ত্বের মাধ্যমে জানা যায়।

16.2 উদ্দেশ্য

বর্তমান পরিচ্ছেদে তাপমাত্রার অবনমনে কোন কোন পদার্থের স্বাভাবিক অবস্থার থেকে অতি পরিবাহী অবস্থায় রূপান্তর আলোচিত হবে। ঐ সমস্ত পদার্থে চৌম্বক ক্ষেত্রধারার অনুপস্থিতি যেটি মিস্নার ক্রিয়া নামে পরিচিত আর তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা পাওয়া যাবে। রোধশূন্যতা আর উপচুম্বকত্ব যে অতিপরিবাহীর বিশেষ ধর্ম তার আলোচনা লন্ডন সমীকরণের মাধ্যমে করা হবে। বি. সি. এস. তত্ত্বের মূল বিষয়গুলি আলোচিত হবে।

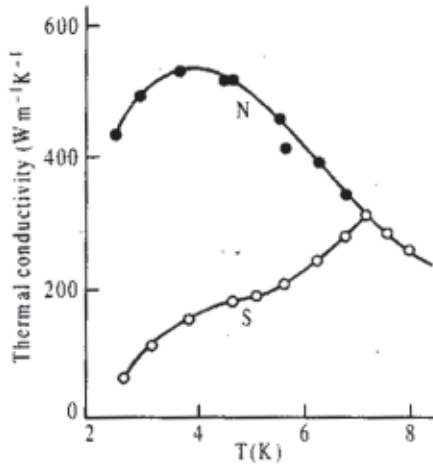
16.3 অতিপরিবাহিতা (Superconductivity)

আমরা জানি স্বাভাবিক তাপমাত্রায় সমস্ত কঠিন পদার্থেরই কিছু না কিছু তড়িৎ পরিবহনের বিরুদ্ধে রোধ দেখতে পাওয়া যায়। কিন্তু তাপমাত্রা কমাতে থাকলে এমন একটা তাপমাত্রা T_c যাকে সংকট তাপমাত্রা

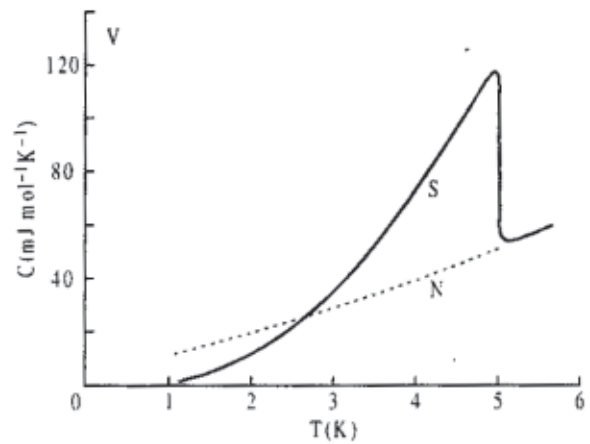
(critical temperature) বলা হয়, সেই তাপমাত্রার তলায় পৌঁছলে কোন কোন পদার্থের রোধ অন্তর্হিত হয়। এই সমস্ত পদার্থকে অতিপরিবাহী বলা হয়। একটি অতি পরিবাহী বলয়ের ভিতর আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহ দীর্ঘ সময় ধরে চলতে থাকে কারণ ঐ প্রবাহের ক্ষয়ের সময় ধ্রুবক (time constant) L/R এত বড়ো ($\sim 10^5$ বছর) যে আমরা ধরে নিতে পারি যে ঐ বলয়ের কার্যকরী রোধ শূন্য। 1911 সালে পারদের ক্ষেত্রে এই বৈশিষ্ট্য লক্ষিত হয়। বর্তমানে ২৮টি খাঁটি ধাতু স্বাভাবিক চাপ আর কেলসিত অবস্থায় অতি পরিবাহিতা দেখায়।

যদি N কে স্বাভাবিক অবস্থা আর S কে অতিপরিবাহী অবস্থা বলি, তবে N থেকে S এ পরিবর্তন পীড়ন হীন একক কেলসে ভীষণ দ্রুত ($\sim 10^{-4}$ K) তাপমাত্রা পরিবর্তনে ঘটে। বিভিন্ন ধাতুতে সংকট তাপমাত্রা 0° থেকে $9.2K^\circ(Nb)$ পর্যন্ত হতে পারে। প্রায় 100 ধাতব যৌগ আর সংকর ধাতু পাওয়া গেছে যাদের মধ্যে কিছু কিছু ক্ষেত্রে সংকট তাপমাত্রা $20^\circ K$ থেকে বেশি। 1986 সালে এক নতুন শ্রেণীর ধাতব যৌগ আবিষ্কৃত হয় ($La_{2-x}A_xCO_4$; A -ক্ষারকীয় মৃত্তিকাধাতু Ba বা Sr) যাদের সংকট তাপমাত্রা $125^\circ K$ । এই আবিষ্কার উচ্চ তাপমাত্রার অতিপরিবাহী পদার্থের ধর্মের উপর গবেষণার নতুন দিগন্ত খুলে দেয়। আগে অতিপরিবাহিতা তরল হিলিয়ামকে ব্যবহার করে পরীক্ষা করা হত। কিন্তু সংকট তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে সেই অসুবিধা দূর হয়েছে।

কোন কোন ধাতুর ক্ষেত্রে কেলস গঠন, জাফরি গুণাংক, আলোক প্রতিফলন ইত্যাদি ধর্মের কোন পরিবর্তন N অবস্থা S অবস্থায় সংক্রমণে (transition) লক্ষিত হয় না। কিন্তু তাপগ্রাহিতাও ও তাপ পরিবাহিতার ক্ষেত্রে অভূতপূর্ব পরিবর্তন দেখা যায় (চিত্র 16.1 ও 16.2), তাপীয় তড়িৎ ক্ষমতা (thermo electric powers) লুপ্ত হয়। পরীক্ষায় দেখা গেছে যে যথেষ্ট শক্তিশালী চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রয়োগে S দশার অবলুপ্তি ঘটানো সম্ভব। সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য পরীক্ষামূলক ঘটনা মিসনার ও ওকসেনফেল্ড (Meissner)



চিত্র 16.1. সীসার স্বাভাবিক আর অতিপরিবাহী অবস্থায় তাপমাত্রার সাথে তাপপরিবাহিতার পরিবর্তন



চিত্র 16.2. সীসার স্বাভাবিক আর অতিপরিবাহী অবস্থায় তাপমাত্রার সাথে তাপগ্রাহিতার পরিবর্তন

and Ochsenfeld) 1933 সালে স্যাবোরেরটরীতে করে দেখান অতি পরিবাহী পদার্থে কোন চৌম্বক ক্ষেত্র ধারার (magnetic flux) উপস্থিতি নেই। অতি পরিবাহী একটি অপচৌম্বক পদার্থ।

16.4 মিসনার ক্রিয়া

আমরা যদি ধরি তড়িৎ রোধের অবলুপ্তির মানে বিশুদ্ধ পরিবাহিতা, তাহলে কোন কোন ইলেকট্রন প্রযুক্ত তড়িৎ ক্ষেত্র E এর দ্রুণ ক্রমাগত ত্বরান্বিত হতে থাকবে

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{-e\bar{E}}{m} \quad (16.1)$$

$$\bar{j} = -ne\bar{V} \quad (16.2)$$

এখান থেকে আমরা পাই $\bar{E} = \frac{m}{ne^2} \frac{d\bar{j}}{dt}$ (16.3)

n অতি ইলেকট্রনের (Super electron) এর ঘনত্ব।

অ্যাম্পিয়ারের আবর্ত সূত্র থেকে পাই

$$\nabla \times \bar{B} = \mu \bar{j} \quad (16.4)$$

সেক্ষেত্রে $\bar{E} = \frac{m}{ne^2\mu} \nabla \times \frac{d\bar{B}}{dt}$ (16.5)

আর $\nabla \times \bar{E} = \frac{m}{ne^2\mu} \nabla \times \nabla \times \frac{d\bar{B}}{dt}$ (16.6)

আমরা জানি যে $\nabla \cdot \bar{B} = 0$ আর $\nabla \times (\nabla \times \bar{B}) = \nabla (\nabla \cdot \bar{B}) - \nabla^2 \bar{B}$

অতএব আমরা পাই

$$\nabla^2 \frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{\mu ne^2}{m} \frac{d\bar{B}}{dt} \quad (16.7)$$

এটিকে আমরা অন্যভাবে লিখতে পারি

$$\nabla^2 \frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{\omega_s^2}{c^2} \frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{1}{\lambda_L^2} \frac{d\bar{B}}{dt} \quad (16.8)$$

ω_s কে প্লাসমা কম্পাঙ্ক বলা হয়, c পরিবাহীর ভিতর আলোর গতিবেগ আর λ_L কে ভেদন গভীরতা বলা হয়।

আমরা ধরে নেবো z - অক্ষ পরিবাহীর অক্ষের লম্ব বরাবর আর $z=0$ পরিবাহীর তলকে সূচিত করে। সমীকরণ (16.80) এর একটি বিশেষ সমাধান হোল

$$\frac{dB(Z)}{dt} = \frac{dB(O)}{dt} e^{-z/\lambda_L} \quad (16.9)$$

এখান থেকে আমরা দেখি যে, বিশুদ্ধ পরিবাহীর ক্ষেত্রে $\frac{d\bar{B}}{dt}$ সূচকীয় ক্ষয় (exponential decay) যেখানে ক্ষয় ধ্রুবক (decay constant) λ_L । λ_L এর মান (16.8) থেকে পাওয়া যেতে পারে আর সাধারণতঃ মানটি 10^{-6} cm এর কাছাকাছি। তাই বিশুদ্ধ পরিবাহীকে বোঝাতে গেলে আমরা ধরে নেবো

$$\frac{d\bar{B}(z)}{dt} = 0 \quad (16.10)$$

16.5 লন্ডন সমীকরণ

এফ. লন্ডন আর এইচ. লন্ডন প্রথম দেখিয়েছিলেন যে অতি পরিবাহী অবস্থায় একটি ধাতুর ভিতরে চৌম্বক ক্ষেত্র থাকে না। তাঁদের এই ব্যাখ্যার ভিত্তি ছিল গর্টার আর বাসিসির এর দুই-তরল প্রতিরূপ। $T < T_c$ তাপমাত্রায় কোন অতিপরিবাহীত পরিবাহী ইলেকট্রনের $n_s(T)/n$ ভগ্নাংশের অতি প্রবাহে অংশগ্রহণ একটি অত্যন্ত জরুরী ধারণা। $n_s(T)$ কে অতি পরিবাহী ইলেকট্রনের ঘনত্ব ধরা হয়। তাপমাত্রা T সংকট তাপমাত্রা T_c র তুলনায় অনেক কম হলে $n_s(T)$ পূর্ণ ইলেকট্রন ঘনত্ব n -এর মানের কাছাকাছি যায়। পরিবাহী ইলেকট্রনের বাকি অংশ $n - n_s$ ঘনত্বের এক স্বাভাবিক তরল তৈরি করে।

ধরা যাক কোন একটি অতিপরিবাহীতে হঠাৎ একটি তড়িৎ ক্ষেত্রের উদ্ভব হলো। অতি পরিবাহী ইলেকট্রনের বাধাহীন ভাবে ত্বরান্বিত হবে। তাদের গতিবেগ V_s যে সম্পর্ক বজায় রাখবে সেটি হলো

$$m \frac{d\bar{V}_s}{dt} = -e\bar{E} \quad (16.11)$$

যেহেতু প্রবাহ ঘনত্ব $\bar{j} = -eV_s n_s$ অতএব

$$\frac{d\bar{j}}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \bar{E} \quad (16.12)$$

(16.12) কে ফ্যারাডের আবেশ সূত্রে প্রয়োগ করলে

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\bar{B}}{dt} \quad (16.13)$$

$$\text{আমরা পাই } \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{\nabla} \times \bar{j} + \frac{n_s e^2}{mc} \bar{B} \right) = 0 \quad (16.14)$$

এর সঙ্গে ম্যাক্সওয়েলের চৌম্বক ক্ষেত্রের সমীকরণ যোগ করলে

$$\bar{\nabla} \times \bar{B} = \frac{4\pi}{c} \bar{j} \quad (16.15)$$

আমরা একটি আদর্শ পরিবাহীতে চৌম্বক ক্ষেত্র আর প্রবাহ ঘনত্বের সম্পর্ক পাই।

লন্ডন আর লন্ডন আবিষ্কার করেছিলেন যে সমীকরণ (16.14) থেকে অতিপরিবাহীর বৈশিষ্ট্য পাওয়া যেতে পারে যদি ধরা হয়

$$\nabla \times \vec{j} = -\frac{n_s e^2}{mc} B \quad (16.16)$$

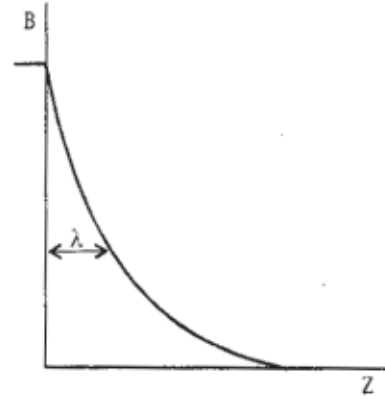
এটিকে লন্ডন সমীকরণ বলা হয়।

যদি $\nabla \times \vec{j} + \left(\frac{n_s e^2}{mc}\right) \vec{B}$ সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাহলেও (16.4) সিদ্ধ হবে। সেইজন্য

এটিকে বিশেষ লন্ডন সমীকরণ বলা হয়।

লন্ডন সমীকরণের কতকগুলি গুরুত্বপূর্ণ অনুসিদ্ধান্ত আছে :

- বহিঃস্থ চৌম্বকক্ষেত্র অতিপরিবাহীর ভিতর প্রায় λ_L পর্যন্ত প্রবেশ করতে পারে (চিত্র 16.3)
- অতি ইলেকট্রন বাহিত অতি প্রবাহ (super current) আর স্বাভাবিক তড়িৎ প্রবাহ একই সঙ্গে থাকতে পারে। সংকট তাপমাত্রা T_c তে অতি ইলেকট্রনের ঘনত্ব শূন্য আর OK এ ঘনত্ব সর্বাধিক।
- লন্ডন তত্ত্বের প্রতিপাদ্য বিষয় হোল অতি পরিবাহিতা তখনই উদ্ভূত হবে যখন 'অতি ইলেকট্রনের' একাংশ ন্যূনতম ভরবেগের ঘনীভূত (condensed) দশায় থাকবে।
- চৌম্বক ক্ষেত্রধারার কোয়ান্টায়ন (quantization) হয়।

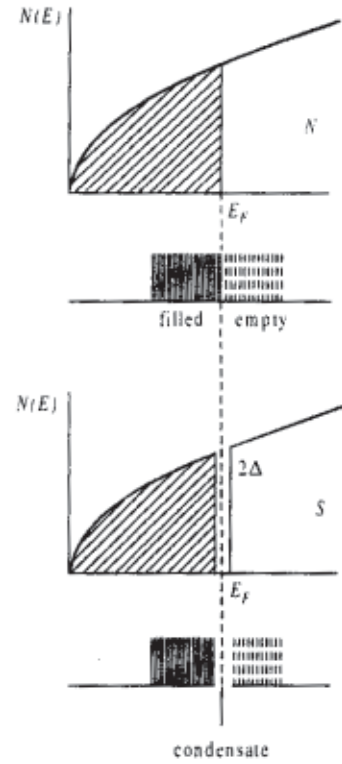


চিত্র 16.3: অতিপরিবাহীর বহিঃস্থ চৌম্বকক্ষেত্র যেটি অতিপরিবাহীর ভিতরে যাওয়ার সময় সূচকীয়ভাবে ক্ষয় হয়।

16.6 BCS তত্ত্ব

যেহেতু N এবং S দশার ভিতর শক্তির প্রভেদ খুব কম ($\sim 10^{-5} \text{ev}$) তাই প্রশ্ন উঠেছিল কোন প্রক্রিয়ায় আন্তঃক্রম (internal order) তৈরি হয়ে পদার্থ অতিপরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়? কুপার দেখিয়েছিলেন যে পরিপূর্ণ ফের্মি তলের উপরে আকর্ষণ বলের উপস্থিতিতে যদি দুটি ইলেকট্রনকে উত্তেজিত অবস্থায় আনা যায়, তবে তারা একটি বন্ধ যুগ্ম (pair) তৈরি করে। এই যুগ্ম দশার মোট ঘূর্ণন (spin) শূন্য আর এদের তরঙ্গ ভেক্টর দুটি সমান আর বিপরীত মুখী হলে যুগ্ম দশার স্থায়িত্ব সবচেয়ে বেশি। বার্ডিন, কুপার আর শ্রাইফার এক তত্ত্বের মাধ্যমে প্রকাশ করেন যে ইলেকট্রন ফোনন আন্তঃক্রিয়া (interaction) কুপার যুগ্ম তৈরি করে কোন ইলেকট্রন জাফরি ভিতর দিয়ে চলার সময় ঐ জাফরিকে সমবর্তিত (polarized) করে। এই সমবর্তন প্রক্রিয়া জাফরি থেকে নির্গত ফোননের বিচ্ছুরণের (dispersion) পর্যায় কাল পর্যন্ত থাকে। এই পর্যায়কাল এতটাই দীর্ঘ যে পরের ইলেকট্রনটি এসে আগের ইলেকট্রনের তৈরি করা স্থানীয় (local)

সমবর্তনকে উপলব্ধি করে যার ফলে এর স্থিতিশক্তি হ্রাস পায় এবং আন্তঃক্রিয়াটি আকর্ষণ বলের কাজ করে। দুটি সমান এবং বিপরীত মুখী তরঙ্গ ভেক্টর যুক্ত আর বিপরীত ঘূর্ণন সমন্বিত ইলেকট্রন যুগ্মের জন্য আকর্ষণ বল সর্বাধিক। এর ফলে কুপার যুগ্মের উদ্ভব হয়। এই কুপার যুগ্মেরা যদি সমবায়মূলক আন্তঃক্রিয়ার মাধ্যমে এক নতুন ধরনের ইলেকট্রন সজ্জা তৈরি করে যাদের ধর্ম স্বাভাবিক ধাতুর অবস্থা থেকে আলাদা—তবেই অতি পরিবাহী পদার্থের সৃষ্টি হবে থাকে ঘনীভূত অবস্থা (condensate) বলা হয়। BCS তত্ত্ব অনুযায়ী যে সমস্ত ইলেকট্রনের শক্তি ফের্মি শক্তি E_F থেকে $\pm \frac{1}{2} \hbar \omega_D$ পর্যন্ত থাকে তারাই কুপার যুগ্ম তৈরি করতে পারে $1 \frac{1}{2} \hbar \omega_D$ ডিভাই তত্ত্ব অনুযায়ী ফোননের গড় শক্তি। যুগ্ম ইলেকট্রনের তরঙ্গ অপেক্ষকের উপরিপাতের ফলেই তৈরি হয় ঘনীভূত অবস্থা (চিত্র 16.4.3)। এই ঘনীভূত অবস্থার অস্তিত্ব বজায় রাখতেই এদের গতি থাকতে হবে যার ফল স্বরূপ আমরা বিভব প্রভেদ ছাড়াই এক তড়িৎ প্রবাহ দেখতে পাবো। চরম শূন্যে বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে ঘনীভূত অবস্থার অবসান ঘটে। BCS তত্ত্ব সব কটি পরীক্ষালব্ধ তথ্যকে ব্যাখ্যা করতে সক্ষম হয়েছিল।



চিত্র 16.4: ইলেকট্রন সজ্জার স্তর স্বাভাবিক (N) আর অতিপরিবাহী অবস্থায় যেমন দেখতে পাওয়া যায়।

16.7 সারাংশ

তাপমাত্রার হ্রাসের সাথে সাথে কোন কোন কঠিন পদার্থের রোধের অন্তর্ধান ঐ সব পদার্থের অতিপরিবাহীতা ধর্ম প্রকাশ করে। মিস্নার ক্রিয়াতে আমরা দেখতে পাই ঐ সব পদার্থের রোধশূন্যতা ছাড়াও আদর্শ উপচুম্বকত্ব উদ্ভূত হয়। লন্ডন সমীকরণের মাধ্যমে মিস্নার ক্রিয়ার ব্যাখ্যা পাওয়া যায়। ইলেকট্রন যুগ্মের বিশেষ অবস্থায় অতি পরিবাহিতার বিশ্লেষণ বি. সি. এস. তত্ত্বে পাওয়া যায়।

16.8 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

1. সংকট তাপমাত্রা কাকে বলে?
2. অতি পরিবাহী পদার্থের বৈশিষ্ট্য গুলি কী কী?
3. অতি পরিবাহী পদার্থের চৌম্বকত্ব কোন প্রকারের?
4. দেখান যে (16.8) সমীকরণ (16.7) এর সমাধান করে।
5. সমীকরণ (16.16) প্রমাণ করুন।